

الأستاذ الدكتور / إبراهيم محمد مهدى
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتوارى
عميد كلية التجارة - جامعة المنصورة (سابقاً)

الأستاذ الدكتور / سلطان محمد عبد الحميد
أستاذ الرياضيات والإحصاء
رئيس قسم الإحصاء التطبيقى والتأمين
كلية التجارة - جامعة المنصورة

٢٠٠٤/٢٠٠٣

الناشر : مكتبة الجلاء الجديدة بالمنصورة
تليفون : ٠٥٠/ ٢٢٤٧٣٦٠

مقدمه

إن الدعامـــة الأساسية لسوق المال تتمثل في الأساليب الرياضيه التى تستخدمها البنوك وشركات توظيف الأموال فى حساب عائد المدخرات وتكاليف القروض من خلال سعر فائده تحدده الظروف الإقتصاديه السائده ، ومن ناحية أخـــرى نجد أن علاقات التجار وعملائهم فيما يختص بتسوية الديون وتسوية الحقـــوق فـــيما بينهم تقوم على مجموعه من القواعد والأسس الرياضيه التى تحكم مثل هذه العلاقات .

وللوفـــاء بكـــل هذه الإحتياجات من الأدوات والأساليب الرياضيه التى تفى بتلك المتطلبات السابقه ، فلابد من تواجد علم رياضيات الإستثمار ، حيث يخـــتص هـــذا العلـــم بتحليل وقياس العائد على رأس المال فى أى صوره من الصـــور ، سواء كان رأس المال مستثمراً أو كان مصدراً من مصادر التمويل والإئتمان ، وسواءاً كان الإستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل .

ويهتم هذا الكتاب بالنواحى العلميه والتطبيقيه لعلم رياضيات الإستثمار فـــى المؤسسات الماليه التى من أهمها قطاع البنوك وقطاع التأمين ، كما يهتم بـــتعريف الطالب لماهية القواعد والأسس التى تحكم التجار والأفراد وعلاقاتهم بالمؤسسات الماليه وكيفية تسوية وتنظيم تلك العلاقات ، كما يهتم هذا الكتاب بعملـــيات تقيـــيم الأصول والإستثمارات المختلفه بالنسبه للمشروعات لتحديد كفاءتهـــا وقياس دخلها عن طريق العائد والمقارنه الماليه بين البدائل المتاحه عند التوصل إلى قرارات إداريه ، ومن ناحية أخرى يتناول هذا الكتاب النواحي الرياضـــيه للإستثمار العقاري ، وكيف يمكن للمستثمر أن يأخذ القرار السليم ، وكيف يختار بين البدائل الإستثماريه المتاحه لديه .

وعلـى هـذا الأسـاس تـم وضـع هـذا الكتاب بحيث يهتم بدراسة الإسـتثمارات والعمليات الماليه قصيرة الأجل فى ضوء دراسة الفائده البسيطه الـتى هى الأسلوب الغالب فى العمليات الماليه قصيرة الأجل سواء كانت إدخار أو إسـتثمار أو إقـتراض ، وكذلك تم دراسة العمليات الماليه طويلة الأجل فى ضوء دراسة الفائده المركبة .

ومـن هـنا تم عرض هذه الموضوعات من خلال بابين ، حيث تناول الـباب الأول الفوائد البسيطه وعمليات الإستثمار قصير الأجل من خلال دراسة القانون الأساسي للفائدة البسيطه وكيفية أستخدامه في حساب الجمله والقيمه الحالـيه للإستثمارات بمختلف أنواعها ، ومن ناحية أخرى كيفية إستخدام تلك الأدوات في النواحي التطبيقيه من خصم الأوراق التجاريه أو بيع بالتقسيط أو تسـوية الديون قصيرة الأجل أو استهلاك القروض قصيرة الأجل أو غير ذلك من العمليات الماليه قصيرة الأجل .

ومـن ناحية أخرى فقد تناول الباب الثاني الفوائد المركبة وعمليات الإسـتثمار طويـل الأجل من خلال دراسة القانون الأساسى للفائده المركبه – الجملـه والقـيمه الحالـيه والخصـم على أساس الفائده المركبه – إستهلاك الأصـول الثابته وإستهلاك القروض طويلة الأجل وتسوية الديون طويلة الأجل – وتقييم واستهلاك السندات – وتقييم الأسهم ، وأخيراً تم تناولنا تبيان كيفية الإستثمار على أساس إسلامي .

والله نسـأل أن نكـون قـد أضـفنا كـتاباً نافعاً إلى مكتبة رياضيات الإستثمار ، ونسأله تعالى دوام التوفيق إلى مايحبه ويرضاه.

المؤلفون

محتويات الكتاب

البـــــاب الأول

الفوائد البسيطة في عمليات الإستثمار قصيرة الأجل

الفصــل الأول

القانون الأساسي للفائدة البسيطة

مفهوم الفائدة

عندما يقترض شخص ما أموالاً فإنه عادة ما يدفع فائدة مقابل إستخدام هذه الأموال . وتسمى هذه الأموال المقترضة " أصل المبلغ " بينما يطلق على مجموع أصل المبلغ والفائدة المستحقة " جملة المبلغ " ويتم التعبير عادة عن معدل الفائدة كنسبة مئوية من أصل المبلغ لفترة زمنية معينة التى تكون عادة عام واحد .

وعندما تدفع الفائدة على أصل المبلغ المقترض تكون حينئذ " فائدة بسيطة " أما الفائدة المركبة تحتسب على أساس إضافة الفوائد المستحقة عن كل فترة إلى أصل المبلغ ثم يتم حساب الفائدة المستحقة لأى فترة قادمة على أساس جملة المبلغ .

ويتم تقاضى الفائدة البسيطة عادة للمعاملات المالية قصيرة الأجل بينما يتم توظيف الفائدة المركبة في أغلب الأحوال وبصفة عامه فى المعاملات المالية طويلة الأجل.

وعلـــى ذلك ، فإن العمليات المالية التي تُستخدم فيها الفائده البسيطه تتميز عادة بأنها قصيرة الأجل ، وفى الإستثمار بالفائده البسيطه نجد أن المبلغ المســـتثمر ثابـــت خـــلال مدة الإستثمار ، وبمعنى آخر نجد أن عائد الإستثمار المحقق فى نهاية كل فتره لا يضاف على الأصل ليحتسب عليه فوائد عن المده الجديده .

القانون الأساسي للفائدة البسيطه :

تتمثل العناصر المؤثرة على قيمة الفوائد في :

١- المبلغ المُستثمر [أ]   ٢- مدة الإستثمار [ن]

٣- معدل الفائدة [ع]   ٤- مقدار الفائدة [ف]

فإذا كانت فائدة الجنيه الواحد في السنة = ع جنيه ، فإن فائدة (أ) من الجنيهات في السنة = أ × ع ، وتكون الفائدة عن هذا المبلغ لمدة (ن) من السنوات = أ × ع × ن

وعلى ذلك يتمثل القانون للفائده البسيطه في أن :

الفائده = المبلغ الأصلي × معدل الفائدة × مدة الإستثمار

أي أن :

$$ف = أ × ع × ن$$

وعلى ذلك يتكون القانون للفائده البسيطه من أربعة متغيرات ، وبمعرفة ثلاثه من المتغيرات السابقه يمكن حساب المتغير الرابع ، وعلى ذلك يكون :

$$أ = \frac{ف}{ع × ن} \qquad ع = \frac{ف}{أ × ن} \qquad ن = \frac{ف}{أ × ع}$$

وفيما يلي نتناول التطبيق العملي لقانون الفائده البسيطه في حالة ما إذا كانت مدة الإستثمار بالسنوات أو الشهور، وما إذا كانت مدة الإستثمار بالأيام.

مثال (١)

أودع رضا البهلول ٦٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك التجارية ، لمدة ٥ سنوات ، فإذا كان البنك يمنح عملاءه فائدة بسيطة بمعدل ٧٪ سنوياً ، المطلوب تحديد مقدار ما يستحق لهذا الشخص من فوائد عن المدة كلها ؟.

الحل :

أ = ٦٠٠٠ ، ن = ٥ سنوات ، ع = ٧٪ ، ف = ؟؟؟

∵ ف = أ × ع × ن

∴ الفائدة المُستحقة = $٦٠٠٠ × \frac{٧}{١٠٠} × ٥ = ٢١٠٠$ جنيه

مثال (٢)

إقترض على مبارك مبلغ من المال من أحد البنوك التجارية على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٩٪ سنوياً ، وفي نهاية ٣ سنوات وجد أن الفوائد المستحقة عليه بلغت ١٣٥٠ جنيه ، المطلوب تحديد المبلغ المقترض ؟.

الحل :

أ = ؟؟؟ ، ن = ٣ سنوات ، ع = ٩٪ ، ف = ١٣٥٠ جنيه

$$\therefore \text{أصل القرض} = \text{أ} = \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}} = \frac{١٣٠٠}{\frac{٩}{١٠٠} \times ٣} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٣)

إقترض حسام حسن مبلغ ٦٥٠٠ جنيه من أحد البنوك التجارية على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٩٪ سنوياً ، وفي نهاية مدة معينة وجد أن الفوائد المستحقة عليه بلغت ٢٩٢٥ جنيه ، المطلوب تحديد مدة الإستثمار ؟.

الحل :

أ = ٦٥٠٠ ، ن = ؟؟؟ ، ع = ٩٪ ، ف = ٢٩٢٥ جنيه

$$\therefore \text{مدة الإستثمار} = \text{ن} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}} = \frac{٢٩٢٥}{٦٥٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠}}$$

$$= \frac{٢٩٢٥}{٥٨٥} = ٥ \text{ سنوات}$$

مثال (٤)

أودع حازم إمام مبلغ ٨٠٠٠ جنيه في أحد البنوك التجارية على ليُستثمر بفائدة بسيطة ، وفي نهاية ٤ سنوات وجد أن الفوائد المستحقة له بلغت ٢٥٦٠ جنيه ، المطلوب تحديد معدل الفائدة البسيطة السنوي المئوي الذي يستخدمه البنك ؟.

الحل :

أ = ٨٠٠٠ ، ن = ٤ سنوات ، ع = ؟؟؟ ، ف = ٢٥٦٠ جنيه

∴ معدل الإستثمار = ع = $\frac{ف}{أ \times ن}$ = $\frac{٢٥٦٠}{٨٠٠٠ \times ٤}$ = ٠,٠٨ = ٨ ٪ سنوياً

مثال (٥)

أودع عبد الحليم علي مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه في أحد البنوك ليُستثمر على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٥٪ سنوياً ، وفي نهاية مدة معينة وجد أن الفوائد المستحقة له بلغت ٧٢٠٠ جنيه ، المطلوب تحديد مدة الإستثمار ؟.

الحل :

∴ مدة الإستثمار = ن = $\frac{ف}{أ \times ع}$ = $\frac{٧٢٠٠}{١٢٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠}}$ = ١٢ سنة

مشاكل مدة الإستثمار :

يجب أن يكون هناك توافق بين معدل الفائدة والفترة الزمنية التى تحتتسب لها الفائدة ، وفي أيان كثيرة تكون الفترة الزمنية التي تُحسب عنها الفائدة أقل من سنة ، فقد تكون الفترة بالشهور أو بالأيام ، وفي هذه الحالة لا بد من تحويل الفترة إلى سنوات.

إذا كانت المدة بالشهور :

إذا كانــت مدة الإستثمار بالشهور والمعدل سنوي يتم تحويل الشهور إلى سنوات (بقسمتها ÷ ١٢) قبل تطبيق العلاقات السابقة .

مثال (٦)

إقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه من أحد البنوك التجارية ، لمدة ٤ شهور ، وذلك على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٥ ٪ سنوياً ، المطلوب تحديد مقدار ما يستحق على هذا الشخص من فوائد عن المدة كلها ؟.

الحل :

أ = ١٢٠٠٠ ، ن = ٤ شهور = $\frac{٤}{١٢}$ ، ع = ٥ ٪ ، ف = ؟؟؟

∵ ف = أ × ع × ن

∴ الفائدة المُستحقة = ١٢٠٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ × $\frac{٤}{١٢}$ = ٢٠٠ جنيه

مثال (٧)

أودع إبراهيم حسن مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك التجارية ، في أول فبراير ٢٠٠٢ ، وذلك على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٧ ٪ سنوياً ، المطلوب تحديد الفائدة المستحقة له في أول نوفمبر من نفس العام ؟٠

الحل :

المدة من أول فبراير إلى أول نوفمبر من نفس العام = ٩ شهور

أ = ٤٠٠٠٠ ، ن = ٩ شهور = $\frac{٩}{١٢}$ ، ع = ٧ ٪ ، ف = ؟؟؟

∵ ف = أ × ع × ن

∴ الفائدة المُستحقة = ٤٠٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$ = ٢١٠٠ جنيه

مثال (٨)

أستثمر شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائده بسيطه ٨,٥٪ سنوياً إحسب الفائده المستحقه في الحالات التاليه :

(١) إذا كانت مدة الإستثمار ٥ سنوات ؟

(٢) إذا كانت مدة الإستثمار ٨ شهور ؟

(٣) إذا كانت مدة الإستثمار ٤ سنوات و ٥ شهور

الحل :

$$\because \text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

<u>أولاً</u> : إذا كانت المده ٥ سنوات :

$$\because \text{الفائدة المُستحقة} = ٥٠٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times ٥ = ٢١٢٥٠ \text{ جنيه}$$

<u>ثانياً</u> : إذا كانت المده ٨ شهور :

$$\because \text{الفائدة المُستحقة} = ٥٠٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢} = ٢٨٣٣,٣ \text{ جنيه}$$

<u>ثالثاً</u> : إذا كانت المده ٤ سنوات و ٥ شهور (= ٥٣ شهر) :

$$\because \text{الفائدة المُستحقة} = ٥٠٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٥٣}{١٢} = ١٨٧٧٠,٨٣ \text{ جنيه}$$

أو <u>بطريقه أخرى</u> :

$$\text{ف} = \left(٥٠٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times ٤\right) + \left(٥٠٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}\right) = ١٨٧٧٠,٨٣ \text{ جنيه}$$

<u>إذا كانت المدة بالأيام</u> :

إذا كانت مدة الإستثمار بالأيام يتم تحويلها إلى كسر من السنه (بقسمة عدد أيام مدة الإستثمار ÷ عدد أيام السنه) ، حيث يتم القسمه على ٣٦٥ إذا كانت السنه بسيطه ، أو يتم القسمه على ٣٦٦ إذا كانت السنه كبيسه ، أو يتم القسمه على ٣٦٠ إذا استخدمت السنه التجاريه كما هو الحال فى الجهات والمؤسسات الماليه ٠

ولمعرفة ماإذا كانت السنه الميلاديه بسيطه أم كبيسه يتم قسمة رقم السنه الميلاديه على الرقم (٤) ، فإذا كان هناك باق فى ناتج القسمه تكون السنه بسيطه أما إذا كان ناتج القسمه رقم صحيح وبدون باق تكون السنه كبيسه ، فعلى سبيل المثال نجد أن السنوات الميلاديه (١٩٧٥ ، ١٩٧٧ ، ١٩٧٨ ، ١٩٧٩ ، ١٩٨١ ، ١٩٨٢ ، ٠٠٠٠ إلخ) تعتبر سنوات بسيطه ،

فـــى حين نجد أن السنوات (١٩٧٦ ، ١٩٨٠ ، ١٩٨٤ ، ١٩٨٨ ، ١٩٩٢ ، ١٩٩٦ ، ٠٠٠٠٠ إلـــخ) تعتـــبر سنوات كبيسه ، ويستثنى من هذه القاعده الســـنوات القرنيه مثل السنوات (١٩٠٠، ١٨٠٠، ٢٠٠٠ ، ٠٠٠إلخ) حيث تـــتم عملـــية القســـمه علـــى الرقم (٤٠٠) ، فالسنوات ١٧٠٠ ، ١٨٠٠ ، ١٩٠٠ ، ٠٠ ســـنوات بســـيطة في حين نجد أن السنوات ١٢٠٠ ، ١٦٠٠ ، ٢٠٠٠ ، ٠٠ سنوات كبيسة ٠

وفي التطبيقات العملية للفائدة البسيطة ، وخاصة في عمليات البنوك ، يستلزم الأمر الإلمام بطريقة حساب المدة ، فلو فرضنا أن شخص له حساب جاري بأحد البنوك ، ويرغب في حساب الفوائد المستحقه له عن مدة تقع بين تاريخ إيداع معين وتاريخ سحب آخر معين ، فإن المدة تُحسب بعدد الأيام التي تقع بين هذين التاريخين ٠

ولتحديد عدد الأيام فى أى سنة نجد أن كل سنة تحتوى على ٣٦٥ يوم فيما عدا السنوات الكبيسة فكل سنة منها تحتوى على ٣٦٦ يوم ، ولتحديد المده التى تقع بين تاريخين بالأيام نطبق القواعد التالية :

١- يوجد بالسنه الميلاديه سبعة شهور عدد أيام كل منها (٣١ يوم) وهى يناير ، مارس ، مايو ، يوليه ، أغسطس ، أكتوبر ، ديسمبر ٠ ومن ناحية أخرى يوجد فى السنه الميلاديه أربعة شهور عدد أيام كل منها (٣٠ يوم) وهى أبريل ، يونيه ، سبتمبر ، نوفمبر ، أما شهر فبراير يكون ٢٨ يوم في السنة البسيطة ، ويكون ٢٩ يوم في السنة الكبيسة ٠

٢- تُحتسب عدد الأيام الباقية من شهر الإيداع ، وذلك بطرح العدد الدال على تاريخ الإيداع أو الإقتراض من عدد أيام شهر الإيداع ٠

٣- يُضاف إلى المدة السابقة الأيام من الشهور الكاملة من مدة الإستثمار

٤- يُضاف عدد أيام الإستثمار حتى التاريخ الذي تم فيه السحب ، بما في ذلك يوم السحب نفسه ٠

مثال (٩)

أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك التجارية ، في ٢٣ مايو ٢٠٠٢ فإذا أراد سحب الفوائد المستحقة له في ٢٠ سبتمبر من نفس العام ، المطلوب تحديد مدة الإستثمار التي تُحسب على أساسها الفائدة ؟.

الحل :

	مايو	يونية	يولية	أغسطس	سبتمبر	المجموع
المدة	٨ ٣١-٢٣	٣٠	٣١	٣١	٢٠	١٢٠

∴ مدة الإستثمار = ١٢٠ يوم

مثال (١٠)

أودع جمال حمزه مبلغ ١٠٠٠ في أحد البنوك التجارية ، في ١٥ فبراير ٢٠٠٢ فإذا أراد سحب الفوائد المستحقة له في ٢ يوليو من نفس العام ، المطلوب تحديد مدة الإستثمار التي تُحسب على أساسها الفائدة ؟.

الحل :

	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونية	يولية	المجموع
المدة	١٣ ٢٨-١٥	٣١	٣٠	٣١	٣٠	٢	١٣٧

∴ مدة الإستثمار = ١٣٧ يوم

ملاحظات:

(١) إذا ذكر أن الإيداع تم في أول شهر ما (أول مارس ٢٠٠٢ مثلاً) وكان السحب في أو شهر ما آخر (أول سبتمبر ٢٠٠٢ مثلاً) ، وكذلك إذا ذكر أن الإيداع تم في منتصف شهر ما (منتصف مارس ٢٠٠٢ مثلاً) وكان السحب في منتصف شهر ما آخر (منتصف سبتمبر ٢٠٠٢ مثلاً) ، فإن المدة تكون بالشهور ، وهي هنا تعادل ٦ شهور .

(٢) إذا كان تاريخ السحب هو نفس تاريخ الإيداع ولكن في سنة أخرى يكون من الواضح أن المدة بالسنوات ، فإذا كان الإيداع في أول سبتمبر ٢٠٠١ وكان السحب في أول سبتمبر ٢٠٠٣ ، فإن المدة تكون سنتان .

مثال (١١)

إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه من أحد البنوك التجارية ، في ١٥ يناير ٢٠٠٠م ، وذلك على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٥ ٪ سنوياً ، المطلوب تحديد الفائدة المستحقة عليه في ١٦ مايو من نفس العام ؟:

الحل :

	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	المجموع
المدة	١٦ ١٥-٣١	٢٩	٣١	٣٠	١٦	١٢٢

أ = ٦٠٠٠ ، ن = ١٢٢ = $\frac{١٢٢}{٣٦٦}$ ، ع = ٥ ٪ ، ف = ؟؟؟

∴ الفائدة المُستحقة = ٦٠٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ × $\frac{١٢٢}{٣٦٦}$ = ١٠٠ جنيه

مثال (١٢)

إحسب فائدة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أُستثمر بمعدل فائده بسيطه ٦ ٪ سنوياً إذا كانت مدة الإستثمار ٤ سنوات و ٩ شهور و ٢٥ يوم ؟

الحل :

أ = ١٠٠٠٠ ، ن = ٤ سنوات و ٩ شهور و ٢٥ يوم ، ع = ٦ ٪

∴ الفائدة المُستحقة = ف

= الفائده المستحقه عن ٤ سنوات + الفائده المستحقه عن ٩ شهور + الفائده المستحقه عن ٢٥ يوم

$$= \left(٤ \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١٠٠٠٠\right) + \left(\frac{٤}{١٢} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١٠٠٠٠\right) + \left(\frac{٢٥}{٣٦٥} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١٠٠٠٠\right)$$

= ٢٤٠٠ + ٤٥٠ + ٤١,١

= ٢٨٩١,١ جنيه

الفائده الصحيحه والفائده التجاريه

الفائدة التجارية هى الفائدة التى يتم حسابها بقسمة عامل المدة على ٣٦٠ ، ومن ناحية أخرى ، فإن الفائدة الصحيحة هى الفائدة التى يتم قسمة المدة الزمنية فيها على ٣٦٥ أو ٣٦٦ .

وبصفة عامة فقد جرى العرف فى الأوساط الماليه والتجاريه على إعتبار عدد أيام السنه (٣٦٠ يوم) ، وفى هذه الحاله تسمى بالسنه التجاريه ، ومن الطبيعى أن يختلف مقدار الفائده المحسوب على أساس السنه التجاريه عن ذلك المحسوب على أساس السنه العاديه ، وذلك مع ثبات المتغيرات الأخرى.

وعلى ذلك إذا كانت المده بالأيام وتم حساب الفائده على أساس السنه العاديه (سنه بسيطه عدد أيامها ٣٦٥ يوم ، أو سنه كبيسه عدد أيامها ٣٦٦ يوم) فإن الفائده الناتجه تسمى بالفائده الصحيحه ويُرمز لها بالرمز [$ف_{ص}$]

أما إذا تم حساب الفائده على أساس السنه التجاريه (عدد أيامها ٣٦٠ يوم) ، فإن الفائده الناتجه تسمى بالفائده التجاريه ويُرمز لها بالرمز [$ف_{ت}$]

حساب الفائدتين الصحيحه و التجاريه رياضيا ، والعلاقة بينهما :-

باستخدام القانون الأساسى للفائده البسيطه يمكن إيجاد العلاقه بين الفائده الصحيحه والفائده التجاريه ، فإذا رمزنا لعدد أيام مدة الإستثمار بالرمز [ى] ، يكون :

١. الفائدة الصحيحة في السنة البسيطة = $ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}$

٢. الفائدة الصحيحة في السنة الكبيسة = $ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٦}$

٣. الفائدة التجارية = $ف_ت$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

ومن العلاقات السابقة نجد أن :

$$\frac{ف_س}{ف_ت} = \frac{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}}{أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}} = \frac{٣٦٠}{٣٦٥} = \frac{٧٢}{٧٣}$$

ويمكن إيجاد أى من الفائدتين بمعلومية الأخرى ، حيث:

☒ الفائدة التجارية = $ف_ت$ = $ف_س \times \frac{٧٣}{٧٢}$

☒ الفائدة الصحيحة = $ف_س$ = $ف_ت \times \frac{٧٢}{٧٣}$

ومن هذه العلاقات نستنتج أن الفائده التجاريه [$ف_ت$] دائماً تكون أكبر من الفائده الصحيحه [$ف_س$] بمقدار $\frac{١}{٧٢}$ من الفائده الصحيحه .

☒ الفرق بين الفائدتين = $ف_ت - ف_س$ = $(ف_س \times \frac{٧٣}{٧٢}) - ف_س$

$$= ف_س \left(\frac{٧٣}{٧٢} - ١ \right)$$

∴ الفرق بين الفائدتين = $ف_ت - ف_س = \frac{ف_س}{٧٢}$

∴ $ف_س$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

∴ الفرق بين الفائدتين = $ف_ت - ف_س = \frac{ف_ت}{٧٣}$

∴ $ف_ت$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

مثال (١٣)

إحسب الفائده البسيطه الصحيحه والتجاريه المستحقه التي يحصل عليها مستثمر أودع مبلغ ٣٦٥٠ جنيه فى أحد البنوك التجارية في المدة من ٢٣ مايو إلى ٢٠ سبتمبر بمعدل فائده بسيطه ٩ ٪ سنوياً ؟

الحل :

بالنسبة للمدة :

	مايو	يونية	يولية	أغسطس	سبتمبر	المجموع
المدة	٨	٣٠	٣١	٣١	٢٠	١٢٠
	٣١-٢٣					

∴ مدة الإستثمار = ١٢٠ يوم

أ = ٣٦٥٠ ، ن = ١٢٠ يوم ، ع = ٩ ٪ ، ف = ؟؟؟

∵ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص}$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٥}$

$= ٣٦٥٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٥} = ١٠٨$ جنيه

∵ الفائدة التجارية = $ف_{ت}$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

$= ٣٦٥٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠} = ١٠٩,٥$ جنيه

مثال (١٤)

إذا كان الفرق بين الفائدتين التجاريه والصحيحه لمبلغ ٢٠٠٠٠ ولمدة ٢١٩ يوم هو ١٠ جنيهات ، المطلوب :

١. حساب الفائده البسيطه الصحيحه ؟
٢. حساب الفائده التجاريه ؟
٣. حساب معدل الفائدة ؟ .

الحل :

الفائده الصحيحه = ف $_{س}$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

= ١٠ × ٧٢ = ٧٢٠ جنيه.

الفائده التجاريه = ف $_{ت}$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

= ١٠ × ٧٣ = ٧٣٠ جنيه.

∵ الفائدة التجارية = ف $_{ت}$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

∴ المعدل السنوي للفائدة = ع = $\frac{ف_{ت} \times ٣٦٠}{أ \times ي}$

= $\frac{٧٣٠ \times ٣٦٠}{٢٠٠٠٠ \times ٢١٩}$ = ٦ ٪ سنوياً

مثال (١٥)

إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه من أحد المصارف التجاريه لمدة ٦٠ يوم بمعدل فائده بسيطه٦ ٪ سنوياً ، والمطلوب حساب الفائده البسيطه التجاريه المستحقه على هذا الشخص فى نهاية المده ومن ثم حساب الفائدة البسيطة الصحيحه بمعلومية الفائدة التجارية ؟

الحل :

∵ الفائدة التجارية = ف $_{ت}$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

∴ الفائدة التجارية = ٢٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٦٠}{٣٦٠}$ = ٢٠٠ جنيه

∵ الفائدة الصحيحة = ف $_{س}$ = ف $_{ت}$ × $\frac{٧٢}{٧٣}$

∴ الفائدة الصحيحة = ف $_{س}$ = ٢٠٠ × $\frac{٧٢}{٧٣}$ = ١٩٧,٢٦ جنيه

مثال (١٦)

إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لمبلغ ما ولمدة ١٢٠ يوم هو وعلى أساس معدل فائدة بسيطة ٦ ٪ سنوياً هو ٢٠ جنيه ، أوجد كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة والمبلغ المستثمر ؟

الحل :

الفائده الصحيحه = ف ص = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

= ٢٠ × ٧٢ = ١٤٤٠ جنيه.

الفائده التجاريه = ف ت = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

= ٢٠ × ٧٣ = ١٤٦٠ جنيه.

∵ الفائدة التجارية = ف ت = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

∴ المبلغ المستثمر = أ = $\frac{ف_ت \times ٣٦٠}{ع \times ى}$

= $\frac{١٤٦٠ \times ٣٦٠}{\frac{٦}{١٠٠} \times ١٢٠}$ = ٧٣٠٠٠ جنيه .

حساب الفائده البسيطه لعدة مبالغ : -

إذا وجد عدة مبالغ مستثمره أو مقترضه ومختلفة في مدد الإستثمار ولكنها مشتركة في معدل الفائدة ، ويُراد حساب الفوائد البسيطه المستحقه عليها ، فإنه يمكن حساب تلك الفوائد من خلال حساب الفائده المستحقه على كل مبلغ على حده وبالجمع نحصل على الفوائد المستحقه على المبالغ ككل . ولكن هذه الطريقه تستغرق وقتاً وجهداً أكبر ، وبدلاً من ذلك توجد طريقه أخرى مختصره يُطلق عليها طريقة النمر ، وطبقاً لهذه الطريقه نجد أن :

(١) إذا كانت مدد المبالغ بالأيام :

١. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٥}$ × مجموع النمر بالأيام (السنة بسيطة)

٢. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٦}$ × مجموع النمر بالأيام (السنة كبيسة)

٣. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٠}$ × مجموع النمر بالأيام (الطريقة التجارية

(٢) إذا كانت مدد المبالغ بالشهور ، فإن :

مجموع الفوائد = $\frac{ع}{١٢}$ × مجموع النمر بالشهور

حيث:

النمر : تتمثل فى مجموع حواصل ضرب كل مبلغ فى مدة إستثماره ، وذلك بعد توحيد طبيعة مدد المبالغ (بالأيام – أو بالشهور – أو بالسنوات) ٠

والأمثلة التالية توضح التطبيق العملي لذلك :

مثال (١٧)

شخص مدين بالمبالغ التالية :

٢٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم ٠

٣٠٠٠ جنيه لمدة ١٥٠ يوم ٠

٤٠٠٠ جنيه لمدة ٢٤٠ يوم ٠

والمطلوب :

حساب الفوائد التجاريه للديون السابقة بالمدد المصاحبه لها وذلك باستخدام معدل فائده بسيطه ٦ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :

∵ مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٠}$ × مجموع النمر

∴ مجموع الفوائد =

= $\frac{٦}{٣٦٠٠٠}$ [(٢٠٠٠×١٢٠)+(٣٠٠٠×١٥٠)+(٤٠٠٠×٢٤٠)]

= $\frac{٦}{٣٦٠٠٠}$ [٢٤٠٠٠٠ + ٤٥٠٠٠٠ + ٩٦٠٠٠٠]

= $\frac{٦}{٣٦٠٠٠}$ [١٦٥٠٠٠٠] = ٢٧٥ جنيه.

مثال (١٨)

استثمر مصنع الهادي للملابس المبالغ التاليه :

١٠٠٠ جنيه لمدة ٥٤٠ يوم.

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٢٤٠ يوم.

٦٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم.

فإذا كانت الفوائد التجاريه المستحقه لهذه المبالغ هى ٤٤٠ جنيه ، والمطلوب حساب معدل الفائده المستخدم ؟ .

الحل :

مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= (١٠٠٠×٥٤٠) + (٣٠٠٠×٢٤٠) + (٦٠٠٠×١٢٠)= ١٩٨٠٠٠٠

معدل الفائدة = $\frac{ف_{ت} \times ٣٦٠٠٠}{مجموع النمر}$

= $\frac{٤٤٠\times٣٦٠٠٠}{١٩٨٠٠٠٠}$ = ٠,٠٨ = ٨٪ سنوياً

مثال (١٩)

شخص مدين بالمبالغ التالية :

** ٢٠٠٠ جنيه لمدة ٣ شهور ٠ ** ٤٠٠٠ جنيه لمدة ٥ شهور ٠

** ٦٠٠٠ جنيه لمدة ٧ شهور ٠

إحسب الفوائد المستحقة باستخدام معدل فائده بسيطه ٦ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :

∵ مجموع الفوائد = $\frac{ع}{١٢}$ × مجموع النمر

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٦}{١٢٠٠}$ [(٣×٢٠٠٠)+(٥×٤٠٠٠)+(٧×٦٠٠٠)]

= $\frac{٦}{١٢٠٠}$ [٦٠٠٠ + ٢٠٠٠٠ + ٤٢٠٠٠]

= $\frac{٦}{١٢٠٠}$ [٦٨٠٠٠] = ٣٤٠ جنيه٠

مثال (٢٠)

شخص مدين بالمبالغ التالية : ** ١٥٠٠ جنيه لمدة ٣ شهور ٠

** ٢٠٠٠ جنيه لمدة ٧ شهور ٠ ** ٣٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ شهور

إحسب الفوائد المستحقة باستخدام معدل فائده بسيطه ٨ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٨}{١٢٠٠}$ [(٣×١٥٠٠)+(٧×٢٠٠٠)+(١٠×٣٠٠٠)]

= $\frac{٨}{١٢٠٠}$ [٤٥٠٠ + ١٤٠٠٠ + ٣٠٠٠٠]

= $\frac{٨}{١٢٠٠}$ [٤٨٥٠٠] = ٣٢٣,٣٣ جنيه٠

المعدل النسبي : -

يمكن تعريف المعدل النسبي بأنه المعدل الذي يتصل بمـــدد ذات فترات مختلفة ويحقق لإى مبلغ معلوم نفس الفائدة البسيطة عن نفس المدة . ومعنى ذلك أن المعدل النسبي قد يكون معدل شهري أو ربع سنوي أو نصف سنوي ، وعلى ذلك نجد أنه من المفيد معرفة المعدل الذي تحتسب به الفائدة البسيطة عن جزء من السنة ٠

والذي يحقق لوحدة النقود في كل أجزاء السنة نفس الفائدة البسيطة الذي يحققها المعدل السنوي عن سنة كاملة . وحتى يحقق أى معدل نسبي من المعدلات السابقة نفس الفائدة للمبلغ المستثمر والتي يحققها المعدل السنوي لابد وأن يكون المعدل الخاص بأى فترة من الفترات التي تُكون السنة هو نسبة من المعدل السنوي تتساوى تماماً مع نسبة طول الفترة الى السنة .

أى أن :

المعدل النسبي الشهري = $\frac{١}{١٢}$ × المعدل السنوي

المعدل النسبي لكل شهرين = $\frac{٢}{١٢}$ = $\frac{١}{٦}$ × المعدل السنوي

المعدل النسبي الربع سنوي = $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ × المعدل السنوي

المعدل النسبي الثلث سنوي = $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$ × المعدل السنوي

المعدل النسبي النصف سنوي = $\frac{٦}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × المعدل السنوي

المعدل النسبي السنوي = $\frac{١٢}{١٢}$ = المعدل السنوي

مثال (٢١)

إحسب المعدلات النسبية للمعدل السنوي ١٨٪ إذا كانت الفوائد تحتسب كل :

١. شهر

٢. شهرين

٣. ثلاثة شهور

٤. أربعة شهور

٥. ستة شهور

الحل

(١) المعدل النسبي الشهري = $\frac{١}{١٢}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{١٢}$ × ٠,١٨ = ٠,٠١٥ = ١,٥٪

(٢) المعدل النسبي لكل شهرين = $\frac{١}{٦}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٦}$ × ٠,١٨ = ٠,٠٣ = ٣٪

(٣) المعدل النسبي الربع سنوي = $\frac{١}{٤}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٤}$ × ٠,١٨ = ٠,٠٤٥ = ٤,٥٪

(٤) المعدل النسبي الثلث سنوي = $\frac{١}{٣}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٣}$ × ٠,١٨ = ٠,٠٦ = ٦٪

(٥) المعدل النسبي النصف سنوي = $\frac{١}{٢}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٢}$ × ٠,١٨ = ٠,٠٩ = ٩٪

مثال (٢٢)

إستثمر محمد علي مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه بالفوائد البسيطة لمدة ١٨ شهراً بمعدل سنوي قدره ١٢٪ . إحسب الفوائد في نهاية المدة وذلك إذا كانت الفوائد تحتسب:

(أ) كل شهر (ب) كل شهرين

(ج) كل ثلاثة شهور (د) كل ستة شهور

(هـ) كل سنة

الحل : -

(أ) إذا كانت الفوائد تحتسب كل شهر ، يكون :

المعدل شهري = ١ ٪ ، والمدة بالشهور = ١٨ شهر ، والمبلغ = ٢٥٠٠٠

∵ ف = أ × ع × ن

∴ الفوائد المُستحقة = ٢٥٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ × ١٨ = ٤٥٠٠ جنيه

(ب) إذا كانت الفوائد تحتسب كل شهرين ، يكون :

المعدل لكل شهرين = ٢٪ ، والمدة بوحدات زمنية كل منها شهرين = ٩ وحدات ، والمبلغ = ٢٥٠٠٠

∴ الفوائد المُستحقة = ٢٥٠٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠}$ × ٩ = ٤٥٠٠ جنيه

(ج) إذا كانت الفوائد تحتسب كل ثلاثة شهور ، يكون :

المعدل لكل ثلاثة شهور = ٣٪ ، والمدة بوحدات زمنية كل منها ثلاثة شهور = ٦ وحدات ، والمبلغ = ٢٥٠٠٠

∴ الفوائد المُستحقة = ٢٥٠٠٠ × $\frac{٣}{١٠٠}$ × ٦

= ٤٥٠٠ جنيه

(د) إذا كانت الفوائد تحتسب كل ستة أشهر، يكون :

المعدل لكل ستة أشهر = ٦ ٪ ، والمدة بوحدات زمنية كل منها ستة أشهر (بالأنصاف سنوات) = ٣ وحدات ، والمبلغ = ٢٥٠٠٠

∴ الفوائد المستحقة = ٢٥٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ٣ = ٤٥٠٠ جنيه

(هـ) إذا كانت الفوائد تحتسب كل سنة ، يكون :

المعدل لكل سنة = ١٢ ٪ ، والمبلغ = ٢٥٠٠٠

والمدة بوحدات زمنية كل منها سنة = $\frac{١٨}{١٢}$ سنة

∴ الفوائد المستحقة = ٢٥٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٨}{١٢}$ = ٤٥٠٠ جنيه

مثال (٢٣)

إحسب المعدلات النسبية للمعدل السنوي ٨٪ إذا كانت الفوائد تحتسب كل :

١. شهر
٢. ثلاثة شهور
٣. ستة شهور

الحل

(١) المعدل النسبي الشهري = $\frac{١}{١٢}$ × ٠,٠٨ = ٠,٠٠٦٦٦ = ٦,٦٧٪

(٢) المعدل النسبي الربع سنوي = $\frac{١}{٤}$ × ٠,٠٨ = ٠,٠٢ = ٢٪

(٣) المعدل النسبي النصف سنوي = $\frac{١}{٢}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٨ = ٠,٠٤ = ٤٪

تمارين محلولة على الفصل الأول

(تمرين ١)

أودع شخص فى أحد البنوك ١٠٠٠٠ جنيه لمدة سنتين وثلاثة أشهر ، والمطلوب حساب الفائدة المستحقة فى نهاية المدة إذا علمت أن سعر الفائدة البسيطة المستخدم ٩ ٪ سنوياً ؟ .

الحل :

∵ ف = أ × ع × ن

$$\therefore \text{الفوائد المستحقة} = ١٠٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٢٧}{١٢} = ٢٠٢٥ \text{ جنيه}$$

(تمرين ٢) استثمر شخص ثلاثة مبالغ بمعدل فائدة بسيطة ٩ ٪ سنوياً :

الأول : قيمته ١٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ شهور .

الثاني : قيمته ٣٠٠٠ جنيه لمدة ٩ شهور .

الثالث : قيمته ؟؟ لمدة سنة وثمانية شهور .

فإذا كانت الفوائد التجاريه المستحقه لهذه المبالغ هى ٥٧٧,٥ جنيه ، والمطلوب حساب أصل المبلغ الثالث ؟ .

الحل :

مجموع النمر للمبلغين الأول والثانى = (١٠٠٠×١٠)+(٣٠٠٠×٩) = ٣٧٠٠٠

$$\therefore \text{فوائد المبلغين الأول والثاني} = \frac{٦}{١٢٠٠} [٣٧٠٠٠] = ٢٧٧,٥ \text{ جنيه}$$

∴ فائدة المبلغ الثالث = ٥٧٧,٥ − ٢٧٧,٥ = ٣٠٠ جنيه

$$\therefore \text{أصل المبلغ الثالث} = أ = \frac{ف}{ن \times ع} = \frac{٣٠٠}{\frac{٢٠}{١٢} \times \frac{٩}{١٠٠}} = ٢٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

(تمرين ٣)

إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في ١٥ مارس ٢٠٠٣ وفي تاريخ معين دفع ٢٤٠ جنيه سداداً لفوائد ما هو مدين به من قرض

والمطلوب :

تحديد تاريخ سداد فوائد القرض مستخدماً الفائدة الصحيحة ، إذا كان المقرض قد حدد معدل فائدة سنوي ٦٪ ؟

الحل :

∵ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص}$ = أ × ع × $\frac{ى}{٣٦٦}$

= ١٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{ى}{٣٦٦}$

∴ ٢٤٠= ١٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{ى}{٣٦٦}$

∴ مدة الإستثمار = ي = $\frac{٢٤٠ \times ١٠٠ \times ٣٦٦}{١٠٠٠٠ \times ٦}$

= ١٤٦ يوم

ويمكن تحديد التاريخ حسابيا من خلال معرفة أن تاريخ الإستحقاق يقع بعد ١٤٦ يوم من تاريخ الإيداع وهو ١٥ / ٣ / ٢٠٠٣ ، ويتم ذلك على النحو التالي :

مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	
١٦ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٨	= ١٤٦

∴ تاريخ الإستحقاق أو يوم السداد هو ٨ أغسطس ٢٠٠٣

(تمرين ٤)

ما هـــو المعدل الذي إذا إستثمر به ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ١٤٤ يوم لبلغت فائدته التجارية ٣٢٠ جنيه ؟

الحل :

∵ الفائدة التجارية = $ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

∴ معدل الفائدة = $ع = \frac{ف_ت \times ٣٦٠}{أ \times ي}$

$= \frac{٣٢٠ \times ٣٦٠}{١٠٠٠٠ \times ١٤٤}$ = ٠,٠٨ = ٨٪ سنوياً .

(تمرين ٥)

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والصحيحة لمبلغ ٤٥٠٠٠ جنيه هو خمسة جنيهات . المطلوب إيجاد المعدل المستخدم إذا علمت أن مدة الأستثمار هي ٤٠ يوم .

الحل :

الفائده التجاريه = $ف_ت$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

= ٥ × ٧٣ = ٣٦٥ جنيه .

∵ الفائدة التجارية = $ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

∴ المعدل السنوي للفائدة = $ع = \frac{ف_ت \times ٣٦٠}{أ \times ي}$

$= \frac{٣٦٥ \times ٣٦٠}{٤٥٠٠٠ \times ٤٠}$

= ٧,٣ ٪ سنوياً

(تمرين ٦)

إحسب الفوائد البسيطة المستحقة للمبالغ الآتية بإستخدام طريقة النمر (استخدم الفائدة التجارية) :

٧٠٠ جنيه تستثمر لمدة ٤ شهور

١٠٠٠ جنيه تستثمر لمدة ٥,٥ شهور

١١٠٠ جنيه تستثمر لمدة ٧ شهور

إذا كان معدل الفائدة المستخدم هو ٨,٥٪ سنوياً .

الحل :

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٨,٥}{١٢٠٠}$ [(٤×٧٠٠) +(٥,٥×١٠٠٠) + (٧×١١٠٠)]

= $\frac{٨,٥}{١٢٠٠}$ [١٦٠٠٠] = ١١٣,٣٣ جنيه.

(تمرين ٧)

إحسب الفوائد البسيطة المستحقة للمبالغ الآتية بإستخدام طريقة النمر:

٩٠٠ جنيه مدتها١٠٠ يوم ٨٠٠ جنيه مدتها١٢٠ يوم

١٠٠٠ جنيه مدتها١٧٠ يوم ١١٠٠ جنيه مدتها١٦٠ يوم

وذلك بمعدل فائدة قدره ٩٪ سنوياً .

الحل :

∴ مجموع الفوائد =

= $\frac{٩}{٣٦٠٠٠}$ [(٩٠٠×١٠٠)+(٨٠٠×١٢٠)+(١٠٠٠×١٧٠)+(١١٠٠×١٦٠)]

= $\frac{٩}{٣٦٠٠٠}$ ×٥٣٢٠٠٠ = ١٣٣ جنيه.

(تمرين ٨)

إحسب الفوائد البسيطة المستحقة للمبالغ الآتية بإستخدام طريقة النمر في ١٨ يناير ٢٠٠٣ ، وذلك بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً.
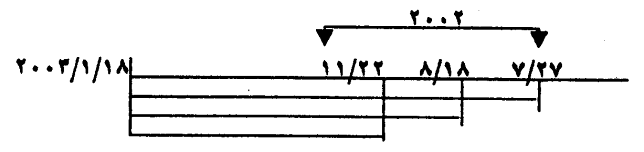
مبلغ ٦٠٠٠ جنيه أودع في ٢٧ يوليو ٢٠٠٢م

مبلغ ٨٠٠٠ جنيه أودع في ١٨ أغسطس ٢٠٠٢م

مبلغ ٩٠٠٠ جنيه أودع في ٢٢ نوفمبر ٢٠٠٢م

الحل :

نحسب أولاً مدد استثمار الديون باستخدام الطريقة الدقيقة كما يلي :



يوليو أغسطس سبتمبر أكتوبر نوفمبر ديسمبر يناير

مدة الدين الأول = ٤ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ +١٨ = ١٧٥ يوم

مدة الدين الثانى = ١٣ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ +١٨ =١٥٣ يوم

مدة الدين الثالث = ٨ + ٣١ + ١٨ = ٥٧ يوم

مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= [(٦٠٠٠×١٧٥) + (٨٠٠٠×١٥٣) + (٩٠٠٠×٥٧)

= ٢٧٨٧٠٠٠

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٨}{٣٦٠٠٠}$ × ٢٧٨٧٠٠٠

= ٦١٩,٣٣ جنيه.

(تمرين ٩)

أحسب المعدلات النسبية المكافئة للمعدل السنوي ١٢ ٪ ، وذلك إذا كانت الفوائد تحتسب كل :

(أ) شهر (ب) شهرين

(جـ) ثلاثة شهور (د) أربعة شهور

(هـ) ستة شهور

الحل

(أ) المعدل النسبي الشهري = $\frac{١}{١٢}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{١٢}$ × ٠,١٢ = ٠,٠١ = ١٪

(ب) المعدل النسبي لكل شهرين = $\frac{١}{٦}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٦}$ × ٠,١٢ = ٠,٠٢ = ٢٪

(جـ) المعدل النسبي الربع سنوي = $\frac{١}{٤}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٤}$ × ٠,١٢ = ٠,٠٣ = ٣٪

(د) المعدل النسبي الثلث سنوي = $\frac{١}{٣}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٣}$ × ٠,١٢ = ٠,٠٤ = ٤٪

(هـ) المعدل النسبي النصف سنوي = $\frac{١}{٢}$ × المعدل السنوي

= $\frac{١}{٢}$ × ٠,١٢ = ٠,٠٦ = ٦٪

(تمرين ١٠)

أودع شخص فى بنك مصر ٧٠٠٠ جنيه فى ٥ / ٧ / ١٩٩٨م ولكن لإحتياجه لسيولة نقدية قام بسحب ما له فى البنك في ٥ / ١١ / ١٩٩٨ فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطة على مثل هذه الإيداعات بمعدل نصف سنوي ٣ ٪ ٠

المطلوب : تحديد الفائدة المستحقه للعميل لدى البنك في تاريخ السحب ؟٠

الحل :

حيث أن يوم الإيداع هو نفسه يوم السحب في شهر آخر ، تكون مدة الإستثمار بالشهور ، وعلى ذلك :

ن = ٤ شهور ، أ = ٧٠٠٠ جنيه ، ع = ٣ ٪ نصف سنوي = ٦٪ سنوي

∴ ف = أ × ع × ن

∴ الفوائد المُستحقة = ٧٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٤}{١٢}$ = ١٤٠ جنيه

(تمرين ١١)

أودع شخص في بنك القاهرة مبلغ ٥٠٠ جنيه فى أحد أيام سنة ٢٠٠٠م وفي ٢٥/١٠ / ٢٠٠٠م بلغت الفوائد البسيطة المستحقة ٦ جنيهات ، وذلك على أساس معدل نصف سنوي ٣ ٪ ، المطلوب تحديد تاريخ الإيداع ؟

الحل :

ن = ؟؟ ، أ = ٥٠٠ جنيه ، ع = ٦ ٪ سنوي ، ف = ٦ جنيهات ، وسنة ١٩٩٦ كبيسة ٠

∴ ن = $\frac{٦}{٥٠٠ \times ٠,٠٦}$ = ٠,٢ سنة = ٧٢ يوم

وهذه المدة تشمل ٢٥ من أكتوبر+٣٠ من سبتمبر+ ١٧ من أغسطس ، ويكون يوم الإيداع هو (٣١-١٧) = ٢٠٠٠/٨/١٤

(تمرين ١٣) :

إقــترض تاجــر الديون التاليه خلال عام ٢٠٠٠ على أساس الفائدة البسيطة بمعدل فائدة ٩ ٪ سنوياً : :

٧٠٠٠ جنيه لمدة ١٣٠ يوم ٠

٩٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم ٠

مبلغ ما لمدة ١٠٠ يوم ٠

فــإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لهذه المبالغ هو ٦٠ جنيه ، المطلوب حساب قيمة المبلغ الثالث ؟٠

الحل :

** الفوائد التجارية المستحقه على المبالغ الثلاثه = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

= ٦٠ × ٧٣ = ٤٣٨٠ جنيه ٠

** <u>بالنسبه للمبلغين الأول والثانى</u> :

* مجموع النمر اليوميه للمبلغين الأول والثانى

= (٧٠٠٠×١٣٠) + (٩٠٠٠×١٢٠)

= ١٩٩٠٠٠٠

∴ فوائد المبلغين الأول والثاني= $\frac{٩}{٣٦٠٠٠}$ × ١٩٩٠٠٠٠ = ٤٩٧,٥ جنيه

∴ فائدة المبلغ الثالث = ٤٣٨٠ – ٤٩٧,٥ = ٣٨٨٢,٥ جنيه

∴ أصل المبلغ الثالث = أ = $\frac{ف}{ن \times ع}$ = $\frac{٣٨٨٢,٥}{\frac{١٠٠}{٣٦٠} \times \frac{٩}{١٠٠}}$

= ١٥٥٣٠٠ جنيه

(تمرين ١٤)

استـــثمر شخص ٣٠٠٠٠ جنيه فى أحد المصارف التجارية وكان ذلك فـــي يوم ١٨ / ٢ / ٢٠٠٠ بمعدل فائده بسيطه ١٤,٥٪ سنوياً ، وفي نهاية مـــدة معيـــنة وجـــد أن الفائدة التجارية المستحقة قد بلغت ١٨١٢,٥ جنيه ، والمطلـــوب حســـاب الفائده الصحيحه المستحقه وكذلك مدة الإستثمار وتاريخ استحقاق الفوائد ؟

الحل :

∵ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص} = ف_{ت} \times \frac{٧٢}{٧٣}$

∴ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص} = ١٨١٢,٥ \times \frac{٧٢}{٧٣} = ١٧٨٧,٦٧$ جنيه

∵ مدة الإستثمار = $ن = \frac{ف}{أ \times ع} = \frac{١٨١٢,٥}{٣٠٠٠٠ \times \frac{١٤,٥}{١٠٠}} = ١٥٠$ يوم

∴ مدة الإستثمار = ن = ١٥٠ يوم .

ترتيب يوم السحب = ترتيب يوم ٢/١٨ + ١٥٠

= ٤٩ + ١٥٠ – (يوم واحد لأن السنة كبيسه) = ١٩٨ يوم

ويمكن تحديد التاريخ حسابيا من خلال معرفة أن تاريخ الإستحقاق يقع بعد ١٥٠ يوم من تاريخ الإيداع وهو ١٨ / ٢ / ٢٠٠٠ ، ويتم ذلك على النحو التالي :

فبراير	مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	
١١ +	٣١ +	٣٠ +	٣١ +	٣٠ +	١٧	= ١٥٠

∴ تاريخ إستحقاق الفوائد هو ١٧ يوليو ٢٠٠٠م

خلاصة الفصل الأول

(١) فائدة مبلغ واحد = ف = أ × ع × ن

$$\therefore أ = \frac{ف}{ع \times ن} \quad ، \quad ع = \frac{ف}{أ \times ن} \quad ، \quad ن = \frac{ف}{أ \times ع}$$

(٢) الفائدة الصحيحة في السنة البسيطة = $ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٥}$

(٣) الفائدة الصحيحة في السنة الكبيسة = $ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٦}$

(٤) الفائدة التجارية = $ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{٣٦٠}$

(٥) الفائدة التجارية = $ف_{ت} = ف_{ص} \times \frac{٧٣}{٧٢}$

(٦) الفائدة الصحيحة = $ف_{ص} = ف_{ت} \times \frac{٧٢}{٧٣}$

(٧) $ف_{ص}$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

(٨) $ف_{ت}$ = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

(٩) إذا كانت مدد المبالغ بالأيام :

١. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٥}$ × مجموع النمر بالأيام (السنة بسيطة)

٢. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٦}$ × مجموع النمر بالأيام (السنة كبيسة)

٣. مجموع الفوائد = $\frac{ع}{٣٦٠}$ × مجموع النمر بالأيام (الطريقة التجارية)

(١٠) إذا كانت مدد المبالغ بالشهور ، فإن :

مجموع الفوائد = $\frac{ع}{١٢}$ × مجموع النمر بالشهور

تمارين على الفصل الأول

(١) إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في ١٥ مارس ٢٠٠٣ وفي تاريخ معين دفع ٢٤٠ جنيه سداداً لفوائد ما هو مدين به من قرض والمطلوب تحديد تاريخ سداد فوائد القرض إذا كان المقرض قد حدد معدل فائدة سنوي ٦٪ .

(٢) إقترض شخص من أحد البنوك المبالغ التالية :

٢٠٠٠ جنيه لمدة ٢١٩ يوم

٥٠٠٠ جنيه لمدة ١٤٦ يوم

٦٠٠٠ جنيه لمدة ٧٣ يوم .

فإذا علمت أن مجموع فوائد هذه المبالغ ١١٠ جنيه .

فالمطلوب تحديد معدل الفائدة المتفق عليه .

(٣) أودع أحد الأشخاص المبالغ التالية في أحد البنوك:

٢٠٠ جنيه لمدة ٦٠ يوم

٣٠٠ جنيه لمدة ٥٠ يوم

؟؟؟؟ جنيه لمدة ٤٠ يوم .

فإذا علمت أن مجموع الفوائد بلغت ٤٥ جنيه . فالمطلوب معرفة أصل المبلغ الثالث إذا كان معدل الأستثمار ٦٪

(٤) أودع شخص مبلغاً ما في أحد البنوك وفي نهاية ستة شهور وجد أن الفائدة المستحقة له بلغت ٤٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحتسب الفوائد بمعدل ٨٪ سنوياً ، فما هو أصل المبلغ ؟

(٥) إستثمر مبلغ ما بمعدل ٥% فأعطى فائدة في نهاية سنتين قدرها ٦٣ جنيهاً ، فما هو المبلغ ؟

(٦) حســبت الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ١٨٨٠ جنيه بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً فوجد أن الفرق بينهما ٢ جنيه والمطلوب حساب مدة الإستثمار .

(٧) حسبت الفائدة التجارية والصحيحة لمبلغ ما ولمدة ١٤٦ يوم فوجد أن الفــرق بينهما ١٨٠ قرش فإذا كان معدل الفائدة ٥٪ . أحسب مقدار المبلغ المستثمر .

(٨) أوجــد الفــرق بين الفائدتين الصحيحة والتجارية لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه بمعدل قدره ٨٪ سنوياً في حالة المدد الآتية :

(أ) ٨٠ يوم ، (ب) ١٠٠ يوم ، (جـ) ١٢٠ يوم ،

(د) ١٦٠ يوم ، (هـ) ٢٠٠ يوم ، (و) ٢٤٠ يوم ،

(٩) إحسب مدد إستثمار المبالغ الأتية في ١٨ يونيو ٢٠٠٣

مبلغ ٢٠٠ جنيه أودع في ١٧ مارس ٢٠٠٣

مبلغ ٦٠٠ جنيه أودع في ٢٢ يناير ٢٠٠٣

مبلغ ٨٠٠ جنيه أودع في ١٢ ديسمبر ٢٠٠٢

(١٠) إحســب الفوائــد المستحقة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بمعدل ٨% سنوياً لمدة سنة واحدة إذا كانت الفوائد تضاف كل :

(أ) شهر (ب) شهرين ، (جـ) ثلاثة شهور

(د) أربعة شهور (هـ) ستة شهور ، (و) ســـنوياً

(١١) إحسب الفوائد البسيطة المستحقة للمبالغ الآتية بإستخدام طريقة النمر:

٩٠٠ جنيه مدتها ١٠٠ يوم

٨٠٠ جنيه مدتها ١٢٠ يوم

١٠٠٠ جنيه مدتها ١٧٠ يوم

١١٠٠ جنيه مدتها ١٦٠ يوم

وذلك بمعدل فائدة قدره ٨٪ سنوياً .

(١٢) إقترض تاجر المبالغ التاليه في ١ / ١ / ٢٠٠٣ بمعدل فائده بسيطه ١٤٪ سنوياً :

الأول : ١٥٠٠ جنيه يستحق في ١ / ١٢ / ٢٠٠٣ ٠

الثاني : ٢٥٠٠ جنيه يستحق في ١ / ١٠ / ٢٠٠٣ ٠

الثالث : ٣٠٠٠ جنيه يستحق في ؟ ؟ ٠

فإذا كانت الفوائد التجاريه المستحقه لهذه المبالغ هي ١٠٥٠ جنيه ، والمطلوب حساب تاريخ استحقاق المبلغ الثالث ؟ ٠

(١٤) إقترضت المصباح المنير المبالغ التاليه :

٣٤٠٠ جنيه لمدة ١٠٠ يوم٠

٥٥٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم٠

٦٨٠٠ جنيه لمدة ٢٠٠ يوم٠

فإذا كانت الفوائد التجاريه المستحقه لهذه المبالغ هي ٥٩٠ جنيه ، والمطلوب حساب معدل الفائده المستخدم ؟ ٠

(١٥) أكمل بيانات الجدول التالي مع توصيح كيفية استكمال كل بيان :

مسلسل	المبلغ	المدة	المعدل	الفائدة	نوع الفائدة
١	١٠٠٠	٣ شهور	؟؟	٢٠	بسيطة
٢	؟؟	١,٥ سنة	١١ ٪	٣٣٠	بسيطة
٣	٥٠٠٠	؟؟ يوم	١٢ ٪	٢٠٠	تجارية
٤	؟؟	١٤٦ يوم	٨,٥ ٪	٢٧٢	صحيحة

الفصـــــــل الثاني

جملة المبالغ المستثمرة بالفائدة البسيطة

مقدمة :

عند إضافة الفوائد المستحقه إلى أصل المبلغ فى نهاية مدة الإستثمار فإن الناتج يسمى الجمله ، ويرمز للجمله المستحقه فى نهاية المده [ن] بالرمز [جـ] ، وطبقاً لنوعية الأصل المستثمر فإن الجمله إما أن تكون لمبلغ واحد أو لعدة مبالغ مختلفه فى المقدار وفى مدد الإستثمار أو تكون لعدة مبالغ متساويه فى المقدار وتدفع على فترات دوريه منتظمه وهي مايطلق عليها اسم (الدفعات) .

[٢-١] جملة مبلغ واحد :

جملة مبلغ = المبلغ + فائدته

وباستخدام الرموز والقواعد السابق دراستها ، نجد أن :

$$\text{جـ} = \text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن})$$

$$\therefore \text{جـ} = \text{أ} \, [\, ١ + (\text{ع}\,\text{ن}) \,]$$

وهذا يمثل القانون الأساسى لجملة مبلغ بالفائده البسيطه ، ومنه يمكن حساب أى مجهول بمعلومية العناصر الأخرى ، حيث :

١. المبلغ المستثمر = $\text{أ} = \frac{\text{جـ}}{١ + (\text{ع} \times \text{ن})}$

٢. معدل الإستثمار = $\text{ع} = \frac{\text{جـ} - \text{أ}}{\text{أ} \times \text{ن}} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ن}}$

٣. مدة الإستثمار = $\text{ن} = \frac{\text{جـ} - \text{أ}}{\text{أ} \times \text{ع}} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}}$

وفيما يلي أمثلة تطبيقية على جملة مبلغ مستثمر واحد على أساس الفائدة البسيطة :

مثال (١)

أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك التجارية، على أساس معدل فائده بسيطه ١٠٪ سنوياً ، فكم يبلغ رصيد المودع فى نهاية كل مدة مما يلي :

(١) ٥ سنوات ؟

(٢) ٨ شهور؟

(٣) ١٠٠ يوم؟

الحل :

(١) إذا كانت مدة الإيداع بالسنوات = ٥ سنوات :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ١٠٪ سنوياً ، ن = ٥ سنوات

جـ = أ [١+ (ع × ن)]

$$= ١٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times ٥ \right) \right] = ١٥٠٠٠ \text{ ج}$$

(٢) إذا كانت مدة الإيداع بالشهور = ٨ شهور :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ١٠٪ سنوياً ، ن = ٨ شهور

جـ = أ [١+ (ع × ن)]

$$= ١٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢} \right) \right] = ١٠٦٦٧ \text{ ج}$$

(٣) إذا كانت مدة الإيداع بالأيام = ١٠٠ يوم :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ١٠٪ سنوياً ، ن = ١٠٠ يوم

جـ = أ [١+ (ع × ن)]

$$= ١٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٣٦٠} \right) \right]$$

= ١٠٢٧٨ ج

مثال (٢)

أودع شخص مبلغ ما فى أحد المصارف التجاريه بمعدل فائده بسيطه ٨,٥٪ سنوياً ، وفى نهاية ١٥ شهر وجد أن جملة المستحق له ١٨٨٠٦,٢٥ جنيه ، والمطلوب حساب أصل المبلغ المستثمر ؟٠

الحل :

$$\text{المبلغ المستثمر} = أ = \frac{جـ_ن}{1+(ع \times ن)} = \frac{18806{,}25}{1+\left(\frac{8{,}5}{100}\times\frac{15}{12}\right)} = 17000 \text{ جنيه}$$

مثال (٣)

استثمر شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ فى أحد المصارف التجاريه بمعدل فائده بسيطه ، وفى نهاية سبعة أشهر وجد أن جملة المستحق له ٥١٧٥٠ جنيه ، والمطلوب حساب معدل الفائده المتخذ كأساس للإستثمار ؟٠

الحل :

$$\text{معدل الإستثمار} = ع = \frac{جـ_ن - أ}{أ \times ن} = \frac{51750-50000}{50000\times\frac{7}{12}} = 6\ \%\ \text{سنوياً}$$

مثال (٤)

استثمر شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فى أحد المصارف التجاريه بمعدل فائده بسيطه ١٠ ٪ سنوياً ، وفى نهاية مدة الإستثمار وجد أن جملة المستحق له ١١٢٠٠ جنيه ، والمطلوب حساب مدة الإستثمار ؟٠

الحل :

$$\text{مدة الإستثمار} = ن = \frac{جـ_ن - أ}{أ \times ع} = \frac{11200-10000}{10000\times\frac{10}{100}} = 1{,}2 \text{ سنة}$$

	يوم	شهر	سنه
∴ مدة الإستثمار =	١٢	٢	١

مثال (٥)

دين ما بلغت جملته بعد ٦٠ يوم ١٠٠٥٠ جنيه ، كما بلغت جملة نفس الدين ١٠٠٧٥ جنيه بعد ٩٠ يوم ، وذلك على أساس الفائدة البسيطة ، والمطلوب حساب أصل الدين ومعدل الفائدة البسيطة ؟.

الحل :

∵ الفائدة البسيطة المستحقة عن ٣٠ يوم

= ١٠٠٧٥ – ١٠٠٥٠ = ٢٥ جنيه ،

∴ الفائدة البسيطة المستحقة عن ٦٠ يوم

= ٢٥ × ٢ = ٥٠ جنيه ،

∴ الجملة البسيطة عن ٦٠ يوم = ١٠٠٥٠ جنيه

∴ أصل الدين = أ = ١٠٠٥٠ – ٥٠ = ١٠٠٠٠ جنيه ،

معدل الإستثمار = ع = $\frac{جـ_ن - أ}{أ \times ن} = \frac{١٠٠٥٠ - ١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠ \times \frac{٦٠}{٣٦٠}}$ = ٣ ٪ سنوياً

جملة عدة مبالغ مختلفه المقدار ومختلفه في مدد الإستثمار : -

قد يكون الأصل المستثمر فى صورة عدد من المبالغ المختلفه فيما بينها من حيث المقدار ومدد الإستثمار ، ويحتاج الأمر لحساب جملة هذه المبالغ فى كثير من تطبيقات الفائده البسيطه ، وفى هذا المجال نجد أن :

جملة عدة مبالغ = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

مثال (٦)

إقترض تاجر الديون التاليه من أحد المصارف التجاريه على أساس معدل فائده بسيطه ١٢٪ سنوياً :

٢٠٠٠ جنيه لمدة شهرين ٠

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٦ شهور ٠

٥٠٠٠ جنيه لمدة ٩ شهور ٠

والمطلوب حساب جملة المستحق على هذا التاجر ؟ ٠

الحل :

مجموع المبالغ = ٢٠٠٠+٣٠٠٠+٥٠٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه ٠

مجموع النمر الشهريه = (٢٠٠٠×٢)+(٣٠٠٠×٦)+(٥٠٠٠×٩) = ٦٧٠٠٠

∴ مجموع الفوائد = $\frac{١٢}{١٢٠٠}$ [٦٧٠٠٠] = ٦٧٠

جملة المستحق على التاجر =

= مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

= ١٠٠٠٠ + ٦٧٠

= ١٠٦٧٠ جنيه

مثال (٧)

أودع محمد جمال المبالغ التاليه فى بنك القاهرة :

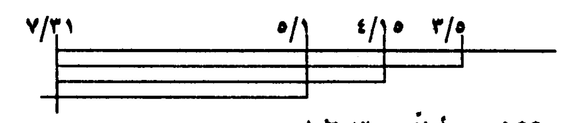
٣٣٠٠ جنيه فى ٥ / ٣ / ٢٠٠٣ ٠

٤٧٠٠ جنيه فى ١٥ / ٤ / ٢٠٠٣ ٠

٥٠٠٠ جنيه فى ١ / ٥ / ٢٠٠٣ ٠

فما هو الرصيد المستحق للمودع فى ٣١ / ٧ / ٢٠٠٣ ، وذلك باستخدام معدل فائده بسيطه ٨,٥٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :



•• نحسب أولاً مدد الإستثمار :

مارس أبريل مايو يونية يولية

مدة الدين الأول = ٢٦ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ = ١٤٨ يوم

مدة الدين الثاني = ١٥ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ = ١٠٧ يوم

مدة الدين الثالث = ٣٠ + ٣٠ + ٣١ = ٩١ يوم

•• مجموع المبالغ = ٣٣٠٠ + ٤٧٠٠ + ٥٠٠٠ = ١٣٠٠٠ جنيه ٠

•• مجموع النمر اليوميه = (٣٣٠٠ × ١٤٨) + (٤٧٠٠ × ١٠٧) + (٥٠٠٠ × ٩١)

= ١٤٤٦٣٠٠

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٨,٥}{٣٦٠٠٠}$ [١٤٤٦٣٠٠] = ٣٤١,٥

∴ الرصيد المستحق للمودع = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

= ١٣٠٠٠ + ٣٤١,٥ = ١٣٣٤١,٥ جنيه

جملة الدفعات المتساويه : -

الدفعة هي عبارة عن مجموعة من المبالغ المتتابعـــة والتي تدفع على فترات ذات زمنية متســاوية ، أي أن الدفعه ماهي إلا مجموعه من المبالغ التى (تودع أو تستثمر أو تقترض) على فترات دوريه منتظمه ٠ وقد تكون مبالغ الدفعه متساويه أو مختلفه ، ولكن سينصب اهتمامنا فى هذه الدراسه على وضع القواعد الرياضيه الخاصة بالدفعات المتساويه ٠

ويمكن تلخيص القول عن الدفعات المتساويه ما يلى : -

(١) إذا كانت الدفعات تدفع فى بداية كل فتره زمنيه ، وتسمى بالدفعات الفوريه أو الدفعات مقدمة الدفع أو دفعات الإستثمار٠

(٢) إذا كانت الدفعات تدفع فى نهاية كل فتره زمنيه ، وتسمى بالدفعات العاديه أو الدفعات مؤخرة الدفع أو دفعات السداد٠

(٣) مبلغ الدفعه هو المبلغ المتساوى الذى يُدفع فى بداية أو نهاية كل فتره زمنيه

(٤) الفتره الزمنيه الواحده : هى المده التى تفصل بين تاريخي سداد مبلغين متتاليين من مبالغ الدفعه ٠وهذه الفتره قد تكون شهر أو شهرين أو ثلاثة أشهر أو ٠٠٠٠

(٥) مدة الدفعه : هى الفتره الزمنيه الفاصله بين بداية الفتره الزمنيه الأولى ونهاية الفتره الزمنيه الأخيره ٠ ولا تختلف مدة الدفعه فى الدفعات الفوريه عنها فى الدفعات العاديه ٠

(٦) مدد الدفعات فى النهايه تكون متواليه عدديه حدها الأول هو مدة الدفعه الأولى وحدها الأخير هو مدة الدفعه الأخيره ، وعدد حدودها هو عدد الدفعات وأساسها يتمثل فى الفتره الزمنيه الواحده ٠

ومن الناحية الرياضية نجد أن جملة الدفعات المتساويه تتمثل فى حاصل جمع المبالغ الكليه للدفعات مضافاً إليه مجموع الفوائد المستحقه على مبالغ الدفعه . وعلى ذلك يكون :

جملة الدفعات = مجموع مبالغ الدفعات + مجموع فوائد الدفعات

حيث :

- مجموع مبالغ الدفعات = مبلغ الدفعه × عدد الدفعات
- بالنسبه لمجموع فوائد الدفعات يمكن اعتبار هذه الفوائد بمثابة متواليه عدديه حدها الأول هو فائدة الدفعه الأولى وحدها الأخير هو فائدة الدفعه الأخيره . ومن حدود المتواليه هذه إذا أخذنا كل من مبلغ الدفعه ومعدل الفائده كعامل مشترك من جميع الحدود ، سيتبقى مدد الدفعات ، وهذه المدد تُعتبر هى الأخرى متواليه عدديه حدها الأول هو مدة الدفعه الأولى وحدها الأخير هو مدة الدفعه الأخيره . وعلى ذلك يمكن استخدام القانون الرياضى لمجموع المتواليه العدديه فى حساب مجموع مبالغ الدفعات ويكون :

** مجموع فوائد الدفعات =

$$= \text{مبلغ الدفعه} \times \text{المعدل} \times \frac{\text{عدد الدفعات}}{٢} \left(\frac{\text{مدة الدفعه الأولى} + \text{مدة الدفعه الأخيرة}}{\text{عدد أيام أو شهور السنه}} \right)$$

ويمكن إستنتاج قاعدة عامة لحساب جملة الدفعات المتساوية ، باستخدام الرموز التالية :

د = مبلغ الدفعة   م = عدد الدفعات   ش = مدة الدفعات بالشهور

$\overline{\text{ش}}$ = طول الفترة الزمنية بالشهور   ي = مدة الدفعات بالأيام

$\overline{\text{ي}}$ = طول الفترة الزمنية بالأيام

وعلى ذلك يمكن وضع العلاقات التالية :

أولاً : إذا كانت مدة الدفعات بالشهور :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

ثانياً : إذا كانت مدة الدفعات بالأيام :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ي} - \overline{\text{ي}}}{٣٦٠}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ي} + \overline{\text{ي}}}{٣٦٠}\right)\right]$$

مثال (٨)

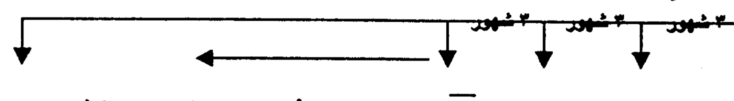
يودع أحمد عاصم فى بنك القرية مبلغ ١٠٠٠ جنيه كل ثلاثة أشهر ولمدة ٥ سنوات ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات بمعدل ٨٪ سنوياً المطلوب حساب جملة المستحق للمودع فى نهاية المده إذا كانت الدفعه : -

(١) عاديه (سداد) ٠

(٢) فوريه (استثمار) ٠

الحل :

أولاً : إذا كانت الدفعه عاديه : -



• د = ١٠٠٠ جنيه • $\overline{\text{ش}}$ = ٣ شهور • ش = ٥ × ١٢ = ٦٠ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\bar{\text{ش}}} = \frac{٦٠}{٣}$ = ٢٠ دفعه • ع = ٨ ٪

$$\because \text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore \text{جملة المستحق} = (١٠٠٠ \times ٢٠) + \left[١٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٢٠}{٢} \times \left(\frac{٦٠ - ٣}{١٢}\right)\right]$$

= ٢٠٠٠٠ + ٣٨٠٠ = ٢٣٨٠٠ جنيه

ثانياً : إذا كانت الدفعه فوريه : -

٣ شهور ٣ شهور ٣ شهور

$$\because \text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore \text{جملة المستحق} = (١٠٠٠ \times ٢٠) + \left[١٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٢٠}{٢} \times \left(\frac{٦٠ + ٣}{١٢}\right)\right]$$

= ٢٠٠٠٠ + ٤٢٠٠ = ٢٤٢٠٠ جنيه

مثال (٩)

يودع محمد جمال فى بنك القاهرة مبلغ ٥٠٠ جنيه شهرياً وبصفة دوريه ومنتظمه ولمدة سنه ونصف ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات بمعدل ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب جملة المستحق للعميل المودع فى نهاية المده إذا كانت الدفعه : -

(١) عاديه (سداد) ٠

(٢) فوريه (استثمار) ٠

الحل :

أولاً : إذا كانت الدفعه عاديه : -

• د = ٥٠٠ جنيه   • $\bar{\text{ش}}$ = شهر   • ش = ١,٥ × ١٢ = ١٨ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\bar{\text{ش}}}$ = $\frac{١٨}{١}$ = ١٨ دفعه   • ع = ٨ ٪

∵ جملة الدفعة العادية = $(\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$

∴ جملة المستحق = $(٥٠٠ \times ١٨) + \left[٥٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٨}{٢} \times \left(\frac{١٨ - ١}{١٢}\right)\right]$

= ٩٠٠٠ + ٥١٠ = ٩٥١٠ جنيه

ثانياً : إذا كانت الدفعه فوريه : -

وفي هذه الحالة تُستخدم نفس البيانات السابقه ، إلا أن : -

∵ جملة الدفعة الفورية = $(\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$

∴ جملة المستحق = $(٥٠٠ \times ١٨) + \left[٥٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٨}{٢} \times \left(\frac{١٨ + ١}{١٢}\right)\right]$

= ٩٠٠٠ + ٥٧٠

= ٩٥٧٠ جنيه

مثال (١٠)

يدخر الطالب محمد المغربي فى صندوق توفير الجامعة مبلغ ما فى أول كل شهرين ، فإذا كانت جملة المستحق للطالب فى نهاية عام كامل هو ٥٠٨ جنيه ، وذلك على أساس معدل فائده بسيطه ١٠٪ سنوياً المطلوب حساب مبلغ الدفعه ؟.

الحل :

الدفعه هنا دفعه فوريه ، ويمكن تمثيلها بالشكل التالي :-

شهرين شهرين شهرين

• د = ؟؟؟؟؟ • $\overline{ش}$ = ٢ شهر • ش = ١ × ١٢ = ١٢ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}}$ = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦ دفعات • ع = ١٠ ٪

∴ جملة الدفعة الفورية = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش + \overline{ش}}{١٢} \right) \right]$

∴ ٥٠٨ = (د × ٦) + $\left[د \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢} \times \left(\frac{١٢+٢}{١٢} \right) \right]$

∴ ٥٠٨ = ٦ د + ٠,٣٥د

∴ ٥٠٨ = ٦,٣٥ د

∴ مبلغ الدفعة = د = $\frac{٥٠٨}{٦,٣٥}$

= ٨٠ جنيه .

مثال (١١)

يودع تاجر مبلغ ٥٠٠٠ جنيه فى نهاية كل شهر من شهور عام ٢٠٠٢م بمعدل فائده بسيطه سنوياً ، فإذا كانت جملة المستحق للتاجر فى نهاية العام هو ٦٢٢٠٠ جنيه ، المطلوب حساب معدل الفائده البسيطة السنوى الذى استخدمه المستثمر فى حساب الفوائد ؟

الحل :

الدفعه هنا دفعه عاديه ويمكن تمثيلها في الشكل التالي : −

• د = ٥٠٠٠ • $\bar{\text{ش}}$ = ١ شهر • ش = ١ × ١٢ = ١٢ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\bar{\text{ش}}} = \frac{١٢}{١}$ = ١٢ دفعة • ع = ؟؟؟؟

$$\therefore \text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٦٢٢٠٠ = (٥٠٠٠ \times ١٢) + \left[٥٠٠٠ \times \text{ع} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢ - ١}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٦٢٢٠٠ = ٦٠٠٠٠ + ٢٧٥٠٠ \text{ ع}$$

$$\therefore ٢٢٠٠ = ٢٧٥٠٠ \text{ ع}$$

$$\therefore \text{معدل الفائدة} = \text{ع} = \frac{٢٢٠٠}{٢٧٥٠٠}$$

= ٠,٠٨ = ٨ ٪ سنوياً ٠

مثال (١٢)

يودع شخص فى بنك القاهره مبلغ ٢٠٠ جنيه آخر كل ثلاثة ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات بمعدل ٤٪ سنوياً ، والمطلوب حساب مدة الدفعات وكذلك عدد الدفعات التى قام المودع بدفعها إذا علمت أن رصيده فى نهاية المده هو ٣٤٤٠ جنيه ؟.

الحل :

الدفعه هنا تعتبر دفعةعاديه ، ويكون : -

• د = ٢٠٠ • $\overline{\text{ش}}$ = ٣ شهور • ش = ؟؟؟؟؟؟؟

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}} = \frac{\text{ش}}{٣}$ • ع = ٤ ٪

$$\because \text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٣٤٤٠ = \left(٢٠٠ \times \frac{\text{ش}}{٣}\right) + \left[٢٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} \times \frac{\text{ش}}{٣ \times ٢} \times \left(\frac{\text{ش} - ٣}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٣٤٤٠ = \frac{٢٠٠}{٣}\text{ش} + \frac{٤}{٣}\text{ش}\left(\frac{\text{ش} - ٣}{١٢}\right)$$

$$\therefore ٣٤٤٠ = \frac{١٩٩}{٣}\text{ش} + \frac{١}{٩}\text{ش}^{٢} \qquad \text{بالضرب} \times ٩$$

$$\therefore \text{ش}^{٢} + ٥٩٧\,\text{ش} - ٣٩٦٠ = \text{صفر}$$

$$\therefore (\text{ش} + ٤٥٦)(\text{ش} - ٤٨) = \text{صفر}$$

وحيث أن [ش] تمثل مدة الدفعات ، فلابد أن تكون موجبه

∴ ش = ٤٨ شهر = ٤ سنوات

∴ عدد الدفعات = ٤٨ ÷ ٣ = ١٦ دفعه .

جملة الدفعات في تاريخ لاحق لمدة السداد :

في بعض الأحيان يحتاج الأمر إيجاد جملة الدفعات بعد إنتهاء مدتها بفترة زمنية ، فإذا رمزنا للمدة الإضافية (فترة التوقف) بالرمز [ت] ، يكون :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}} + ٢\text{ت}}{١٢}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \overline{\text{ش}} + ٢\text{ت}}{١٢}\right)\right]$$

مثال (١٣) يودع عبده مصطفى فى بنك الأسكندريه مبلغ ١٠٠٠ جنيه شهرياً وبصفة دوريه ومنتظمه خلال شهور عام ٢٠٠٢م ، فإذا كان معدل الفائدة البسيطة ٨,٥ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية شهر يونيو من عام ٢٠٠٣م ، وذلك إذا كانت الدفعه : −

(١) عاديه (سداد) ٠ (٢) فوريه (استثمار) ٠

الحل :

• د = ١٠٠٠ • $\overline{\text{ش}}$ = ١ شهر • ش = ١٢ • ت = ٦

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}} = \frac{١٢}{١}$ = ١٢ دفعة • ع = ٨,٥٪

أولاً : إذا كانت الدفعه عاديه : −

$$\therefore \text{جملة المستحق} = (١٠٠٠ \times ١٢) + \left[١٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢ - ١ + ١٢}{١٢}\right)\right]$$

= ١٢٠٠٠ + ٩٧٧,٥ = ١٢٩٧٧,٥ جنيه

ثانياً : إذا كانت الدفعه فورية : −

$$\therefore \text{جملة المستحق} = (١٠٠٠ \times ١٢) + \left[١٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢ + ١ + ١٢}{١٢}\right)\right]$$

= ١٢٠٠٠ + ١٠٦٢,٥ = ١٣٠٦٢,٥ جنيه

تمارين محلولة على الفصل الثاني

(تمرين ١)

إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك في ٢٥ أكتوبر ٢٠٠٢ على أساس دفع فوائد بمعدل ٧ ٪ فإذا تعهد هذا الشخص بسداد القرض وفوائده في ٣ مارس عام ٢٠٠٣م فالمطلوب إيجاد مقدار ما يجب أن يدفعه المقترض للبنك

(١) على أساس الفائدة الصحيحة .

(٢) على أساس الفائدة التجارية .

(٣) قارن بين الأساسين الأول و الثاني لكل من المدين والدائن ؟

الحل :

مدة الإستثمار بالطريقة الدقيقة =

أكتوبر نوفمبر ديسمبر يناير فبراير مارس

(٣١-٢٥)

المدة = ٦ + ٣٠ + ٣١ + ٣١ + ٢٨ + ٣ = ١٢٩ يوم

(أو = ٣٦٥ – ٢٩٨ + ٦٢ = ١٢٩ يوم)

أ = ٣٠٠٠٠ ، ع = ٨,٥٪ سنوياً ، ن = ١٢٩ يوم

(١) <u>على أساس الفائدة الصحيحة</u> :

جـ = أ [١+ (ع × ن)]

$$= ٥٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{٧}{١٠٠} \times \frac{١٢٩}{٣٦٥} \right) \right]$$

= ٥٠٠٠٠ × ١,٠٢٤٧٤ = ٥١٢٣٧ جنيه.

(٢) <u>على أساس الفائدة التجارية</u> :

جـ = أ [١+ (ع × ن)]

$$= ٥٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{٧}{١٠٠} \times \frac{١٢٩}{٣٦٠} \right) \right]$$

= ٥٠٠٠٠ × ١,٠٢٥٠٨٣ = ٥١٢٥٤,١٧ جنيه.

(٣) من (١) ، (٢) نجد أنه من الأفضل للمدين أن يسدد ماعليه على أساس الفائدة الصحيحة ، وعلى العكس من ذلك بالنسبة للدائن .

(تمرين ٢)

أقترض شخص من أحد البنوك المبالغ التالية :

١٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٦٠ يوم

٦٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ يوم .

والمطلوب حساب جملة الديون الثلاثة للبنك إذا كان البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل٨٪ سنوياً .

الحل :

مجموع المبالغ = ١٠٠٠+٣٠٠٠+٦٠٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه .

مجموع النمر اليومية = (١٠٠٠× ١٢٠) + (٣٠٠٠×٦٠) + (٦٠٠٠×١٠)

= ٣٦٠٠٠٠

جملة المستحق على التاجر = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

$$= ١٠٠٠٠ + [\frac{٨}{٣٦٠٠٠} \times ٣٦٠٠٠٠]$$

= ١٠٠٠٠ + ٨٠ = ١٠٠٨٠ جنيه .

(تمرين ٣)

أودع مبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه في بنك في ٢٠٠٢/١/٥م ليستثمر بمعدل فائدة بسيطة معين وفي ١٨ يوليو من نفس العام وجدت جملته ٣٦٦٩٧,٥ جنيه فما هو المعدل الذي أستثمر به هذا المبلغ بالطريقة التجارية ؟

الحل :

مدة الإستثمار = = ١٩٤ يوم

$$\text{معدل الإستثمار} = ع = \frac{جـ_ن - أ}{أ \times ن}$$

$$= \frac{٣٦٦٩٧,٥ - ٣٥٠٠٠}{٣٥٠٠٠ \times \frac{١٩٤}{٣٦٠}} = ٩ \ \% \ \text{سنوياً}$$

(تمرين ٤)

أودع شخص مبلغ ما في بنك التحرير في ١٩٩٩/٣/٥م ليستثمر بفائدة بسيطة بمعدل ٧,٥٪ سنوياً ، وفي ١٩٩٢/٨/١٧ وجد أن جملة ما له لدى البنك تبلغ ٥١٧١٨,٧٥جنيه ، فما هو المبلغ المودع بالبنك ؟ إستخدم الطريقة التجارية ؟

الحل :

مدة الإستثمار = ١٦٥ يوم

$$\text{المبلغ المستثمر} = أ = \frac{جـ_ن}{١ + (ع \times ن)}$$

$$= \frac{٥١٧١٨,٧٥}{١ + \left(\frac{٧,٥}{١٠٠} \times \frac{١٦٥}{٣٦٠}\right)} = ٥٠٠٠٠ \ \text{جنيه}$$

(تمرين ٥)

أودع هاني رمزي مبلغ ٢٠٠٠ جنيه في بنك التحرير في ٢٠٠٢/٢/٧ ليستثمر بمعدل فائدة بسيطة ٨,٥٪ وفي نهاية مدة معينة وُجدت جملة هذا المبلغ ٢٠٧٥ جنيه . أحسب مدة الإستثمار ؟

الحل :

$$\text{مدة الإستثمار} = ن = \frac{جـ_ن - أ}{أ \times ع} = \frac{٢٠٧٥ - ٢٠٠٠}{٢٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠}} = ٠,٤٤١١٧٦ \text{ سنة}$$

	يوم	شهر	سنه
∴ مدة الإستثمار =	٩	٥	–

(تمرين ٦)

أودع شخص ٦٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بفائدة بسيطة ٨٪ سنوياً ، وفي نفس اليوم أودع مبلغ ٥٦٠٠ جنيه في بنك مصر بفائدة بسيطة ١٠٪ ، فبعد كم سنة يتساوى رصيد العميل في البنكين ؟

الحل :

نفرض أن المدة التي تتساوى عندها الجملتان هي (ن)

$$جـ_١ = ٦٠٠٠\left[١ + \left(\frac{٨}{١٠٠} \times ن\right)\right] = ٦٠٠٠ + ٤٨٠ ن$$

$$جـ_٢ = ٥٦٠٠\left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times ن\right)\right] = ٥٦٠٠ + ٥٦٠ ن \quad \text{(وبمساواتهما)}$$

∴ ٦٠٠٠ + ٤٨٠ ن = ٥٦٠٠ + ٥٦٠ ن

∴ ٤٠٠ = ٨٠ ن

∴ ن = ٥ سنوات .

(تمرين ٧)

إقـــترض تاجـــر الديون التاليه خلال عام ١٩٩٦م على أساس الفائدة البسيطة بمعدل فائدة ١٥ ٪ سنوياً : :

٧٠٠٠ جنيه لمدة ١٣٠ يوم ٠

٩٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم ٠

مبلغ ما لمدة ١٠٠ يوم ٠

فـــإذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لهذه المبالغ هو ٦٠ جنيه ، المطلوب حساب قيمة المبلغ الثالث ؟٠

الحل :

∵ الفوائد التجارية للمبالغ الثلاثه = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

= ٦٠ × ٧٣ = ٤٣٨٠ جنيه ٠

مجموع النمر اليوميه للمبلغين الأول والثانى= (٧٠٠٠×١٣٠)+ (٩٠٠٠×١٢٠)

= ١٩٩٠٠٠٠

∴ فوائد المبلغين الأول والثاني = $\frac{١٥}{٣٦٠٠٠}$ ١٩٩٠٠٠٠ = ٨٢٩,١٦٧ جنيه

∴ فائدة المبلغ الثالث = ٤٣٨٠ − ٨٢٩,١٦٧ = ٣٥٥٠,٨٣ جنيه

∴ أصل المبلغ الثالث = أ = $\frac{ف}{ن \times ع}$

= $\frac{٣٥٥٠,٨٣}{\frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٣٦٠}}$

= ٨٥٢٢٠ جنيه

(تمرين ٨)

استـــثمر شـــخص ٣٠٠٠٠ جنـــيه فى أحد المصارف التجارية وكان ذلك في يوم ١٨ / ٢ / ٢٠٠٠ بمعـــدل فائده بسيطه ١٤,٥٪ سنوياً ، وفي نهاية مدة معينة وجـــد أن الفائدة التجارية المستحقة قد بلغت ١٨١٢,٥ جنيه ، والمطلوب حساب الفائده الصحيحه المستحقه وكذلك مدة الإستثمار وتاريخ استحقاق الفوائد ؟

الحل :

∵ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص} = ف_{ت} \times \frac{٧٢}{٧٣}$

∴ الفائدة الصحيحة = $ف_{ص} = ١٨١٢,٥ \times \frac{٧٢}{٧٣}$

= ١٧٨٧,٦٧ جنيه

∴ مدة الإستثمار = $ن = \frac{ف}{أ \times ع} = \frac{١٨١٢,٥}{٣٠٠٠٠ \times \frac{١٤,٥}{١٠٠}}$

= ٠,٤١٦٧ سنة

∴ مدة الإستثمار = ن = ٠,٤١٦٧ × ٣٦٠

= ١٥٠ يوم .

ويمكن تحديد التاريخ حسابيا من خلال معرفة أن تاريخ الإستحقاق يقع بعد ١٥٠ يوم من تاريخ الإيداع وهو ١٨ / ٢ / ٢٠٠٠ ، ويتم ذلك على النحو التالي :

فبراير		مارس		إبريل		مايو		يونيو		يوليو		
١١	+	٣١	+	٣٠	+	٣١	+	٣٠	+	١٧	=	١٥٠

خلاصة الفصل الثاني

(١) جملة مبلغ = المبلغ + فائدته = جـ = أ [١ + (ع ن)]

$$\text{المبلغ المستثمر} = \text{أ} = \frac{\text{جـ}_{\text{ن}}}{\text{١} + (\text{ع} \times \text{ن})}$$

$$\text{معدل الإستثمار} = \text{ع} = \frac{\text{جـ}_{\text{ن}} - \text{أ}}{\text{أ} \times \text{ن}} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ن}}$$

$$\text{مدة الإستثمار} = \text{ن} = \frac{\text{جـ}_{\text{ن}} - \text{أ}}{\text{أ} \times \text{ع}} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}}$$

(٢) جملة عدة مبالغ = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

(٣) إذا كانت مدة الدفعات بالشهور :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

(٤) إذا كانت مدة الدفعات بالأيام :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ي} - \bar{\text{ي}}}{\text{٣٦٠}}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ي} + \bar{\text{ي}}}{\text{٣٦٠}}\right)\right]$$

(٥) جملة الدفعات في تاريخ لاحق لمدة السداد :

$$\text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}} + \text{٢ت}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$\text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}} + \text{٢ت}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

تمارين على الفصل الثاني

(١) أودع تامر عبد الحميد فى بنك مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى ١٥ / ٣ / ٢٠٠٣ فإذا كان البنك يعطي فائده لعملائه بمعدل فائدة بسيطة ٨ ٪ ، المطلوب حساب جملة المستحق للشخص فى ٢٥ / ٨ / ٢٠٠٣ ؟٠

(٢) إقترض تاجر الديون التاليه من أحد المصارف التجاريه على أساس معدل فائده بسيطه ١٠٪ سنوياً :

٢٠٠٠ جنيه لمدة ١٢٠ يوم ٠

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٦٠ يوم ٠

٥٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ أيام ٠

والمطلوب حساب جملة المستحق على هذا التاجر ؟ ٠

(٣) أودع مبلغ ١٠٠٠ جنيه للاستثمار في أحد البنوك بمعدل فائدة ٨٪ وكان ذلك في ١٩٩٢/١/١٢ . أوجد الجملة لهذا المبلغ في ١٩٩٢/٦/٢٨ بإستخدام الفائدة التجارية .

(٤) أودع شخص مبلغ ١٥٠٠ جنيه في أحد البنوك في ٢٣ أغسطس بمعدل ٩٪ . أحسب التاريخ الذي يصبح فيه المبلغ ١٥٢٦,٢٥٠ جنيه .

(٥) استثمرت المبالغ الآتية بالفائدة البسيطة بمعدل ٦٪ سنوياً :

٢٠٠٠ جنيه لمدة ٧٤ يوم

٣٠٠٠ جنيه لمدة ٧٥ يوم

٦٠٠٠ جنيه لمدة ٩٢ يوم

٨٠٠٠ جنيه لمدة ١٧٠ يوم

أوجد جملة هذه المبالغ بإستخدام الطريقتين التجارية والصحيحة .

(٦) إستثمر شخص مبلغ من المال وقدره ٣٠٠٠٠ جنيه قسمه الى ثلاثة أقسام الأول بمعدل ٧,٥٪ سنوياً والثاني بمعدل ٨٪ سنوياً والثالث قدره ٤٠٠٠ جنيه بمعدل ٨,٥٪ سنوياً وفي نهاية سنة كاملة بلغت الفوائد الكلية ٧٨٥ جنيه . والمطلوب معرفة كل قسم من القسمين الأول والثاني.

(٧) إستثمر رجل مبلغ بفائدة بسيطة لمدة ١٢٨ يوم فبلغت جملته ٨١٢,٨ جنيه وإستثمر نفس المبلغ بنفس المعدل لمدة ٢٦٥ يوم بلغت جملته ٨٢٦,٥ جنيه . أوجد كلاً من المبلغ والمعدل .

(٨) أودع شخص مبلغاً ما في بنك إستثمره بفائدة بمعدل ٨٪ سنويا وبعد مضي ٩ شهور أضاف مبلغاً يساوي نصف المبلغ الأول فبلغت جملة ما لديه في البنك في نهاية عام من الإيداع الأول ٩٥١ جنيه . أوجد المبلغ المودع أولاً ؟

(٩) مبلغ ٦٠٠٠ جنيه تزيد فائدته التجارية بمعدل ٥٪ سنوياً (ويستثمر لمدة ٩٠ يوماً) بمقدار ١٥ جنيه عن الفائدة التجارية لمبلغ آخر قدره ٣٠٠٠ جنيه يستثمر لمدة ١٨٠ يوم . فما معدل المبلغ الثاني في السنة؟

(١٠) أودع شخص مبلغ ١٨٢٥ جنيه لمدة ٦٠ يوم ثم سحب منه جزء وأستثمر الباقي لمدة ١٤٦ يوم فكانت الفوائد التي حصل عليها من هذه الإستثمارات في نهاية المدة ٢٨ جنيه . فإذا علمت أن الفائدة الدقيقة حسبت بمعدل ٤٪ سنوياً . فما مقدار المبلغ الذي سحبه ؟

(١١) مبلغ إذا إستثمر لمدة ٩٠ يوم تبلغ جملته ٤٠٥ جنيه فإذا علمت أن هذه الجملة إذا إستثمرت بنفس المعدل لمدة ٧٢ يوم تؤول الى ٤٠٩,٠٥ جنيه . فما هو المبلغ ؟ وما هو معدل الفائدة ؟

(١٢) شخص مدين بالمبالغ التالية في التواريخ المبينه بعد :

٨٠٠ جنيه في ١٠ يناير ١٩٩٨

١٣٠٠ جنيه في ١٠ فبراير ١٩٩٨

٢٥٠٠ جنيه في تاريخ لم يذكر

فإذا علمت أن جملة المستحق للبنك بتاريخ ١٩٩٨/٣/٣١ بمعدل ٦٪ سنوياً هو ٤٥٥٠,٢٨٣ جنيه . ففي أي تاريخ أقترض العميل المبلغ الأخير .

(١٣) سحب شخص المبالغ الآتية من أحد البنوك عام ١٩٩٩ :

مبلغ مجهول في يوم ٢١ مارس

٢٠٠ جنيه في يوم ٣١ مارس

١٠٠ جنيه في يوم ٢٠ إبريل

وفي ٣٠ إبريل من نفس العام وجد أن جملة المبالغ الواجب سدادها هي ٥٠١,١١٣ جنيه وكان معدل الفائدة المستخدم هو ٤,٥٪. أحسب قيمة الدين المجهول .

(١٤) قام تاجر بالمنصورة بإيداع المبالغ التاليه في أحد البنوك :

١٠٠٠ جنيه في ١٢ /٤/ ١٩٩٩م ٠

٢٠٠٠ جنيه في ٣ / ٥ / ١٩٩٩م ٠

١٥٠٠ جنيه في ١٦ / ٦ / ١٩٩٩م٠

والمطلوب حساب جملة المستحق لهذا التاجر في نهاية شهر نوفمبر من نفس العام علماً بأن معدل الفائدة البسيطة ٩,٥٪ سنوياً وأن الفائدة تُحسب على أساس تجاري ؟ ٠

(١٥) أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك في ١٩٩٩/١/١م ليُستثمر على أساس الفائدة البسيطة بمعدل فائدة معين وبالإطلاع على رصيده في البنك في ١٩٩٩/٧/١٨ وُجد أن جملة ما له قد بلغت ١٠١٥٠,٥ جنيه فما هو معدل الإستثمار المستخدم في هذه العملية مستخدماً طريقة الفائدة التجارية

(١٦) إقترض تاجر الديون التاليه :

٣٠٠٠ جنيه فى ١٢ / ١ / ٢٠٠٠م .

٥٠٠٠ جنيه فى ١٨ / ٢ / ٢٠٠٠م .

٢٠٠٠ جنيه فى يوم ما ؟؟ .

وفى ٢٨ مايو من نفس العام وجد أن جملة المستحق ١٠٢٠٠ جنيه إحسب تاريخ الحصول على القرض الثالث ، باستخدام معدل فائده بسيطه ٧٪ سنوياً

(١٧) مبلغ إذا استثمر لمدة ٩٠ يوم تبلغ جملته ٤٠٥ جنيه ، وإذا استثمرت الجملة بنفس المعدل لمدة ٧٢ يوم فإنها تؤول إلى ٤٠٩,٠٥ جنيه ، والمطلوب حساب المبلغ المستثمر ومعدل الفائدة البسيطة المستخدم ؟

(١٨) قام أحد العاملين بشركة ما بادخار ١٠ ٪ من راتبه الشهرى لمدة سنتين ، فإذا كان مرتب ذلك الشخص عند بدء الإدخار ٣٠٠ جنيه شهرياً ، وأن المرتب يزداد بمعدل ٦٠ جنيه سنوياً ، فالمطلوب إيجاد مجموع المدخرات لهذا الشخص فى نهاية السنتين ثم فى نهاية عشرين سنة ؟.

(١٩) يودع شخص فى أحد البنوك المصرية مبلغ معين ثابت وبصفة دورية آخر كل شهر بدءاً من شهر يناير ١٩٩٧م ، وفى ٣٠ / ٦ / ١٩٩٨م كان جملة المستحق له لدى البنك يبلغ ٣٧٠٢ جنيه . فإذا كان معدل الفائدة البسيطة هو ٤٪ سنوياً ، فالمطلوب تحديد مبلغ الإيداع الدورى المتساوي ؟.

(٢٠) موظف بالجامعه يودع ٥٠ جنيه فى البنك الأهلى فرع الجامعة فى أول كل شهر ثم يسحب مبلغ ٣٠ جنيه فى منتصف كل شهر كما يقوم البنك بدفع ١٠ جنيه من الحساب نيابة عن الشخص المودع وذلك كقسط لشركة الدلتا للتأمين آخر كل شهرين . فإذا كان معدل الفائدة البسيطة هو ٨٪ سنوياً ، فالمطلوب تحديد رصيد العميل لدى البنك فى نهاية سنة كاملة ؟ .

(٢١) إحسب جملة دفعة شهرية مبلغها ١٠٠٠ جنيه يستمر دفعها لمدة ١٥ شهراً وذلك بمعدل ٦٪ سنوياً وذلك علماً بأن الدفعة :

(أ) عادية

(ب) فورية

(٢٢) شخص يودع مبلغ ١٠٠٠ جنيه في نهاية كل شهرين ولمدة سنتين فإذا علم أن جملة ماله في نهاية السنتين قد بلغ ١٣٢١٠ جنيه ، فإحسب المعدل المستخدم في حساب الفائدة البسيطة .

(٢٣) أودع شخص في بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه في أخر كل ثلاثة شهور ولمدة سنتين - فإذا وجد أن جملة ماله في البنك في نهاية السنتين ٨٤٢٠ جنيه ، فما هو المعدل الذي إتخذه البنك أساس لحساب الفوائد البسيطة ؟

(٢٤) أودع شخص مبلغ ما في صندوق التوفير في أول كل شهر إبتداء من أول مارس ١٩٩٩م وفي أخر يناير ٢٠٠٠م وجد أن جملة ماله في صندوق التوفير بلغت ٤٥٢٥٠ جنيه ، إحسب المبلغ الذي كان يودعه هذا الشخص في الصندوق في أول كل شهر إذا كان صندوق التوفير يحسب فوائد بسيطة على المبالغ المودعة بمعدل ٩٪ سنوياً .

الفصـــل الثالث

خصم المبالغ وقيمها الحالية بالفائدة البسيطة

مقدمة :

من النواحي العملية نجد أنه غالباً ماتكون الديون قصيرة الأجل فى صورة مستندات تجاريه قانونيه مثل الشيك أو الكمبياله أو السند الإذنى وغير ذلك من المستندات التجاريه ، وبصفة عامه (باستخدام الرموز السابقة) إذا كان شخص ما مدين لشخص ثان بدين قدره [جـ] يستحق السداد بعد [ن] من الوحدات الزمنيه ، فإن هذه القيمه تمثل القيمه الإسميه للدين وتكون مدونه فى المستند القانونى ، فقد يتفق المدين مع الدائن على سداد الدين فى تاريخ سابق لتاريخ الإستحقاق ، وفى هذه الحاله يتم سداد مبلغ أقل من [جـ] ويكون المبلغ المسدد فى مثل هذه الحاله هو القيمه الحاليه للدين ويمكن أن نرمز له بالرمز [أ]

وعلى ذلك ، فإنه إذا رغب الدائن فى الحصول على دينه قبل موعد الإستحقاق الأصلى فإن المدين يكون غير ملزم بدفع كل القيمه الإسميه ، وفى هذه الحاله قد يتفق الطرفان على أن يقوم الدائن بمنح المدين خصماً بنسبه معينه ويحصل على باقى الدين فى تاريخ التسويه ، وكما سبق التوضيح يعرف المبلغ الذى يدفعه المدين تسويةً للدين باسم القيمه الحاليه للدين ٠ ومن الطبيعى أن تكون القيمه الحاليه للدين أقل من القيمه الإسميه بمقدار الخصم ٠

وعلى ذلك يمكن لن نستخدم الرموز والتعريفات التاليه :

(١) الرمز [س] : يمثل القيمه الإسميه للدين ، وهى القيمه المستحق دفعها فى تاريخ معين ومدون بالسجلات أو بمستند تجارى ، وهي تقابل جملة الدين والتي سبق وأن رمزنا لها بالرمز [جـ] ٠

(٢) الخصم : هو مقدار التخفيض الذى يحصل عليه المدين عند سداده للدين المستحق قبل موعد الإستحقاق ، ويوجد نوعان من الخصم وهما الخصم الصحيح والخصم التجارى أو الخصم البنكي ، حيث نجد أن : -

(١) الخصم الصحيح : ويتم حسابه على أساس القيمه الحاليه للدين عن المده من تاريخ التسويه وحتى تاريخ الإستحقاق ، وسوف نرمز للخصم الصحيح بالرمز [خ س] ٠

(٢) الخصم التجارى : ويتم حسابه على أساس القيمه الإسميه للدين عن المده من تاريخ التسويه وحتى تاريخ الإستحقاق ، وسوف نرمز للخصم الصحيح بالرمز [خ ت] ٠

(٣) القيمه الحاليه : وهى قيمة مايحصل عليه الدائن نتيجة التسويه قبل موعد الإستحقاق ، وتمثل الفرق بين القيمه الإسميه ومبلغ الخصم ، ونظراً لأنه يوجد نوعان من الخصم ، فكذلك يوجد نوعان من القيمه الحاليه وهما القيمه الحاليه الصحيحه والقيمه الحاليه التجاريه ، حيث :

(١) القيمه الحاليه الصحيحه :وهى الفرق بين القيمه الإسميه والخصم الصحيح ، ونرمز لها بالرمز [أ س] ٠

(٢) القيمه الحاليه التجاريه :وهى الفرق بين القيمه الإسميه والخصم التجارى ، ونرمز لها بالرمز [أ ت] ٠

وفى هذا الفصل نتناول بالدراسه كيفية حساب الخصم وبالتالى :

- القيمه الحاليه لمبلغ٠
- القيمه الحاليه لعدة مبالغ ٠
- القيمه الحاليه للدفعات٠

الخصم الصحيح والقيمه الحاليه لمبلغ

الخصم الصحيح هو عائد استثمار القيمه الحاليه الصحيحه بمعدل خصم معين وعن المده الواقعه بين تاريخ التسويه وتاريخ الإستحقاق ٠ وعلى ذلك نجد أن الخصم الصحيح يتم حسابه على أساس القيمه الحاليه الصحيحه ٠ ونجد أن القيمه الإســـميه تمثل جملة القيمه الحاليه الصحيحه بعد مدة الخصم [ن] وبمعدل خصم [ع] ، وعلى ذلك نجد أن :

القيمه الإسميه = القيمه الحاليه + (القيمه الحاليه× معدل الخصم × مدة الخصم)

$$\therefore \text{س} = \text{أ}_{\text{س}} + (\text{أ}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن})$$

$$= \text{أ}_{\text{س}} (1 + \text{ع ن})$$

وعلى ذلك فإن:

$$\therefore \text{القيمه الحاليه الصحيحه} = \text{أ}_{\text{س}} = \frac{\text{س}}{1 + \text{ع ن}}$$

وبذلك يمكن حساب الخصم الصحيح ، حيث نجد أن :

الخصم الصحيح = القيمه الإسميه – القيمه الحاليه الصحيحه

أي أن: $\text{خ}_{\text{س}} = \text{أ}_{\text{س}} (1 + \text{ع ن}) - \text{أ}_{\text{س}}$

$$= \text{أ}_{\text{س}} + (\text{أ}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}) - \text{أ}_{\text{س}}$$

$$= \text{أ}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

مثال (١)

بشير التابعي مدين بمبلغ ١٨٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٧ شهور من الآن ، فإذا كان معدل الفائده والخصم هو ٨٪ سنوياً ، المطلوب حساب مقدار الخصم الصحيح والقيمه الحاليه الصحيحه للدين ؟ ٠

الحل :

س = ١٨٠٠٠ جنيه ، ع = ٨٪ سنوياً ، ن = ٧ شهور .

وعلى ذلك فإن القيمه الحاليه الصحيحه =

$$أ_{س} = \frac{س}{١+(ع\ ن)} = \frac{١٨٠٠٠}{١+\left(\frac{٨}{١٠٠}\times\frac{٧}{١٢}\right)} = ١٧١٩٧,٥ \text{ جنيه}$$

.. الخصم الصحيح = $خ_{س} = أ_{س} \times ع \times ن$

$$= ١٧١٩٧,٥ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٧}{١٢} = ٨٠٢,٥ \text{ جنيه}$$

أو بطريقة أخرى :

الخصم الصحيح = القيمه الإسميه – القيمه الحاليه الصحيحه

∴ $أ_{س} = س - أ_{س}$

= ١٨٠٠٠ – ١٧١٩٧,٤٥ = ٨٠٢,٥ جنيه .

مثال (٢)

دين قيمته الإسميه ١٠٥٠٠ جنيه يستحق السداد فى ١٠ أكتوبر ٢٠٠٣م ، وفى ٢٠ يونيو ٢٠٠٣م إتفق المدين والدائن على تسوية هذا الدين بأن يقوم المدين بسداد ١٠١٠٠ جنيه فقط ، والمطلوب معدل الخصم الصحيح المستخدم كأساس لهذه التسويه ؟.

الحل :

س = ١٠٥٠٠ ، $أ_{س}$ = ١٠١٠٠ جنيه ، ع = ؟؟

	يونية	يولية	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	المجموع
المدة	١٠ ٣٠-٢٠	٣١	٣١	٣٠	١٠	١١٢

∴ مدة الخصم = ١١٢ يوم

الخصم الصحيح = القيمه الإسميه – القيمه الحاليه الصحيحه

= ١٠٥٠٠ – ١٠١٠٠ = ٤٠٠ جنيه ٠

∴ الخصم الصحيح = $خ_{ص} = أ_{ص} \times ع \times ن$

∴ معدل الخصم = ع = $\frac{خ_{ص}}{أ_{ص} \times ن} = \frac{٤٠٠}{١٠١٠٠ \times \frac{١١٢}{٣٦٥}}$ = ١٢,٩١٪

الخصم التجاري والقيمه الحاليه لمبلغ

من الناحية الرياضية نجد أن الخصم التجارى هو عائد استثمار القيمه الإسميه بمعدل خصم معين وعن المده الواقعه بين تاريخ التسويه وتاريخ الإستحقاق وعلى ذلك نجد أن الخصم التجارى يتم حسابه على أساس القيمه الإسميه للدين ٠

فإذا استخدمنا الرمز [$\bar{ع}$] لمعدل الخصم ، واستخدمنا الرمز [ن] لمدة الخصم ، فإنه باستخدام الرموز والتعاريف السابقه نجد أن :

☒ الخصم التجارى = القيمه الإسميه × معدل الخصم × مدة الخصم

$خ_{ت} = س \times \bar{ع} \times ن$

☒ القيمه الحاليه التجاريه = القيمه الإسميه – الخصم التجارى

∴ $أ_{ت} = س - خ_{ت}$

$= س - (س \times \bar{ع} \times ن)$

∴ $أ_{ت} = س [١ - (\bar{ع} ن)]$

مثال (٣)

تاجر جملة مدين لمصنع الهادي للملابس الجاهزة بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٨ شهور من الآن على أساس معدل خصم تجارى ٩ ٪ سنوياً ، فإذا اتفق المدين والدائن على تسوية الدين الآن فما هو مقدار الخصم التجارى وما هى القيمه الحاليه التجاريه نتيجة هذه التسويه ؟ ٠

الحل :

س = ٢٥٠٠٠ جنيه ، $\overline{ع}$ = ٩ ٪ سنوياً ، ن = ٨ شهور .

∵ $خ_ت$ = س × $\overline{ع}$ × ن = ٢٥٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٨}{١٢}$ = ١٥٠٠ جنيه

القيمه الحاليه التجاريه = القيمه الإسميه - الخصم التجارى

∴ $أ_ت$ = س - $خ_ت$ = ٢٥٠٠٠ - ١٥٠٠ = ٢٣٥٠٠ جنيه .

مثال (٤)

منزل في المنصورة يبلغ ثمن الشراء النقدى ١٦٤٠٠٠ جنيه ، وذلك على أن يدفع نصف الثمن نقداً ويحرر بالباقى كمبياله تستحق السداد بعد ١٨ شهر بحيث يحصل البائع على باقى المبلغ إذا منح المدين خصماً تجارياً بمعدل ١٢٪ سنوياً ، إحسب القيمه الإسميه للكمبياله ومقدار الخصم التجارى ؟ .

الحل :

المبلغ المسدد نقداً = ١٦٤٠٠٠ × ٠,٥ = ٨٢٠٠٠ جنيه .

الدين المتبقى = ٨٢٠٠٠ جنيه . وهذا يمثل القيمه الحاليه للكمبياله .

س = ؟؟ ، $\overline{ع}$ = ١٢٪ سنوياً ، ن = ١٨ شهر ، $أ_ت$ = ٨٢٠٠٠

∵ $أ_ت$ = س [١ - ($\overline{ع}$ ن)]

∴ القيمه الإسميه = $\frac{أ_ت}{[١-(\overline{ع}\ ن)]}$ = $\frac{٨٢٠٠٠}{\left[١-\left(\frac{١٢}{١٠٠}\times\frac{١٨}{١٢}\right)\right]}$ = ١٠٠٠٠٠ ج

الخصم التجارى = القيمه الإسميه - القيمه الحاليه التجاريه

$خ_ت$ = س - $أ_ت$ = ١٠٠٠٠٠ - ٨٢٠٠٠ = ١٨٠٠٠ جنيه.

ويمكن حساب الخصم التجارى بمعلومية القيمه الإسميه كما سبق

$خ_ت$ = س × $\overline{ع}$ × ن

$خ_ت$ = ١٠٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١٨}{١٢}$ = ١٨٠٠٠ جنيه .

مثال (٥)

إسماعيل المغربي مدين بمبلغ ٢٧٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٩٠ يوم ، فإذا اتفق المدين والدائن على السداد الفوري للدين على أساس معدل خصم تجارى ٨ ٪ سنوياً ، فما هو مقدار الخصم التجارى ، وما هى القيمه الحاليه التجاريه نتيجة هذه التسويه ؟ ٠

الحل :

س = ٢٧٠٠٠ جنيه ، $\overline{ع}$ = ٨ ٪ سنوياً ٠

مدة الخصم = ن = ٩٠ يوم ٠

الخصم التجارى = $خ_ت$ = س × $\overline{ع}$ × ن

∴ $خ_ت$ = ٢٧٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٩٠}{٣٦٠}$ = ٥٤٠ جنية ٠

∴ القيمه الحاليه التجاريه = $أ_ت$ = س − $خ_ت$ = ٢٧٠٠٠ − ٥٤٠ = ٢٦٤٦٠

مثال (٦)

حسام غالي مدين بمبلغ ٤٧٥٠٠ جنيه إذا تم تسويته الآن فإن المدين يسدد ٤٦٣١٢,٥ جنيه فقط على أساس أن معدل الخصم التجارى ١٠٪ سنوياً إحسب مدة الخصم ؟

الحل :

س = ٤٧٥٠٠ ، $أ_ت$ = ٤٦٣١٢,٥ جنيه ، $\overline{ع}$ = ١٠٪

الخصم التجارى = $خ_ت$ = ٤٧٥٠٠ − ٤٦٣١٢,٥ = ١١٨٧,٥ جنيه ٠

∵ $خ_ت$ = س × $\overline{ع}$ × ن

∴ ن = $\frac{خ_ت}{س \times \overline{ع}}$ = $\frac{١١٨٧,٥}{٤٧٥٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠}}$ = ٠,٢٥ سنه ٠

∴ مدة الخصم = ٠,٢٥ × ٣٦٠ = ٩٠ يوم ٠

العلاقه بين الخصم التجارى والخصم الصحيح : -

من العلاقات الرياضيه السابقه ، وبفرض أن معدل الخصم $[\bar{ع}]$ يعادل معدل الفائده [ع] ، نجد الآتى :

$$خ_ت = س \times \bar{ع} \times ن \text{ ---------------- } (١)$$

$$خ_س = أ_س \times ع \times ن \text{ ---------------- } (٢)$$

وبقسمة العلاقه (١) ÷ العلاقه (٢) ، ينتج أن :

$$\frac{خ_ت}{خ_س} = \frac{س \times ع \times ن}{أ_س \times ع \times ن} = \frac{س}{أ_س}$$

وعلى ذلك يمكن حساب أى من الخصمين بمعلومية الآخر ، حيث :

$$\therefore خ_ت = خ_س \times \frac{س}{أ_س}$$

$$\therefore خ_س = خ_ت \times \frac{أ_س}{س}$$

ومن ناحية أخرى يمكن حساب أى من الخصمين بمعلومية أى منهما ومعدل الخصم ومدة الخصم ، حيث :

$$\frac{خ_ت}{خ_س} = \frac{س}{أ_س}$$

$$\because أ_س = \frac{س}{١ + (ع ن)}$$

$$\therefore \frac{خ_ت}{خ_س} = س \div \frac{س}{١ + (ع ن)} = ١ + ع ن$$

$$\therefore خ_ت = خ_س (١ + ع ن)$$

$$\therefore خ_س = \frac{خ_ت}{١ + (ع ن)}$$

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح :

حيث أن الخصم التجاري يحسب على أساس القيمه الإسميه ، وتحسب الخصم الصحيح على أساس القيمه الحاليه الصحيحه ، فإذا كان معدل الفائدة يعادل معدل الخصم لنفس المبلغ ونفس مدة الخصم نجد أن :

$$خ_ت - خ_{ص} = (س \times ع \times ن) - (أ_{س} \times ع \times ن)$$

$$= ع \times ن (س - أ_{س})$$

$$\therefore \text{الفرق بين الخصمين} = خ_{ص} \times ع \times ن$$

ومن ناحية أخرى ، نجد أن :

$$\text{الفرق بين الخصمين} = (أ_{س} \times ع \times ن) \times ع \times ن$$

$$\therefore \text{الفرق بين الخصمين} = أ_{س} \times ع^{٢} \times ن^{٢}$$

وفى ظل معلومية القيمه الإسميه [س] ، فإنه يمكن حساب الفرق بين الخصمين على النحو التالى :

$$\because خ_{ص} = أ_{س} \times ع \times ن \quad ، \quad \because أ_{س} = \frac{س}{١ + (ع ن)}$$

$$\therefore خ_{ص} = \frac{س}{١ + (ع ن)} \times ع \times ن$$

$$\therefore خ_ت - خ_{ص} = (س \times ع \times ن) - \frac{س \times ع \times ن}{١ + (ع ن)}$$

$$= (س \times ع \times ن) \left(١ - \frac{١}{١ + (ع ن)} \right)$$

$$= (س \times ع \times ن) \left(١ - \frac{ع ن}{١ + (ع ن)} \right)$$

$$\therefore خ_ت - خ_{ص} = \frac{س \times ع^{٢} \times ن^{٢}}{١ + (ع ن)}$$

العلاقة بين معدل الفائده [ع] ومعدل الخصم التجارى [$\bar{ع}$]

يتم حساب الخصم التجارى على أساس القيمه الإسميه ، وعندما يقوم البنك التجارى بعملية الخصم وحصول الدائن على القيمه الحاليه التجاريه ، فإن البنك فى هذه الحالة يكون قد حصل على معدل إستثمار على أمواله يفوق معدل الخصم ، وذلك لأننا لو قمنا بحساب الخصم بالطريقه الصحيحه بدلاً من الطريقه التجاريه ، فإننا نحتاج لمعدل فائده أكبر من معدل الخصم وذلك للوصول لنفس القيمه الحاليه .

وفى هذا المقام يهمنا معرفة ما هو معدل الفائده (ع) الذى يعادل معدل الخصم ($\bar{ع}$) إذا أردنا أن تتعادل القيمه الحاليه الصحيحه [$أ_{س}$] مع القيمه الحاليه التجاريه [$أ_{ت}$] . ومن الناحيه الرياضيه يمكن استنتاج العلاقات التاليه :

$$أ_{ت} = س\,[\,١ - (\bar{ع}\,ن)\,] \qquad \text{---------- } (١)$$

$$أ_{س} = \frac{س}{١ + (ع\,ن)} \qquad \text{---------- } (٢)$$

وبمساواة العلاقه (١) مع العلاقه (٢) ، نجد أن :

$$\therefore\ س\,[\,١ - (\bar{ع}\,ن)\,] = \frac{س}{١ + (ع\,ن)}$$ بقسمة الطرفين ÷ س

$$\therefore\ ١ - (\bar{ع}\,ن) = \frac{١}{١ + (ع\,ن)}$$

$$\therefore\ (١ - \bar{ع}\,ن)(١ + ع\,ن) = ١$$

$$\therefore\ ١ - \bar{ع}\,ن + ع\,ن - \bar{ع}\,ن\,ع\,ن = ١$$

$$\therefore\ ع\,ن = \bar{ع}\,ن + \bar{ع}\,ن\,ع\,ن = \bar{ع}\,ن\,(١ + ع\,ن)$$ بالقسمة ÷ ن

وعلى ذلك يكون :

$$\boxed{\bar{ع} = \frac{ع}{١ + (ع\,ن)}} \quad ، \quad \boxed{ع = \frac{\bar{ع}}{١ - (\bar{ع}\,ن)}}$$

مثال (٧)

شخص مدين بمبلغ معين يستحق السداد فى ٣١ أغسطس ٢٠٠٣ وكان معلوم أنه إذا سدد ماعليه فى ٢ يوليو من نفس العام فإنه سيحصل على خصم صحيح قدره ١٠٠ جنيه ، وذلك على أساس معدل خصم صحيح ١٠ ٪ سنوياً والمطلوب حساب القيمه الإسميه لهذا الدين ؟٠

الحل :

	يولية	أغسطس	المجموع
المدة	٢٩	٣١	٦٠
	٣١-٢		

∴ مدة الخصم = ٦٠ يوم

ن = ٦٠ ، $خ_{ص}$ = ١٠٠ ، ع = ١٠ ٪ سنوياً

القيمه الحاليه الصحيحه = $أ_{ص} = \frac{خ_{ص}}{ع \times ن} = \frac{١٠٠}{\frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٥}} =$ ٦٠٨٣,٣

القيمة الإسمية = س = $أ_{ص}$ + $خ_{ص}$ = ٦٠٨٣,٣ − ١٠٠ = ٥٩٨٣,٣

مثال (٨)

محمد عبد الواحد مدين بمبلغ معين يستحق السداد بعد ١٠ شهور من الآن على أساس معدل خصم صحيح ٩ ٪ سنوياً ، فإذا كان الفرق بين القيمه الحاليه التجاريه والقيمه الحاليه الصحيحه هو ٤٥ جنيه ، المطلوب حساب القيمه الإسميه لهذا الدين؟

الحل :

ن = ١٠ شهور ، $أ_{ت} - أ_{ص}$ = ٤٥ ، ع = ٩ ٪ سنوياً

أت - أس = خت - خس = ٤٥

$$\therefore \text{خ}_{ت} - \text{خ}_{س} = \frac{\text{س} \times \text{ع}^{2} \times \text{ن}^{2}}{1 + (\text{ع ن})}$$

∵ الفرق بين الخصمين = $\text{أ}_{س} \times \text{ع}^{2} \times \text{ن}^{2}$

$$\therefore 45 = \text{أ}_{س} \times \left(\frac{9}{100}\right)^{2} \times \left(\frac{10}{12}\right)^{2}$$

$$\therefore \text{أ}_{س} = \frac{45}{\left(\frac{9}{100}\right)^{2} \times \left(\frac{10}{12}\right)^{2}} = 8000 \text{ جنيه}$$

$$\therefore \text{خ}_{س} = \text{أ}_{س} \times \text{ع} \times \text{ن} = 8000 \times \frac{9}{100} \times \frac{10}{12} = 600 \text{ جنيه}$$

∴ القيمه الإسميه للدين = س = $\text{أ}_{س} + \text{خ}_{س}$ = ٨٠٠٠ + ٦٠٠ = ٨٦٠٠ ج

مثال (٩)

محمد سعد مدين بسند إذني قيمته الإسميه ١٥٠٠٠ جنيه ، وتبلغ قيمته على أساس الخصم الصحيح ١٤٧٠٠ جنيه ، والمطلوب حساب القيمه الحاليه التجاريه للسند ؟.

الحل :

س = ١٥٠٠٠ ، $\text{أ}_{س}$ = ١٤٧٠٠

∵ $\text{خ}_{س}$ = س - $\text{أ}_{س}$ = ١٥٠٠٠ - ١٤٧٠٠ = ٣٠٠ جنيه

$$\therefore \text{خ}_{ت} = \text{خ}_{س} \times \frac{\text{س}}{\text{أ}_{س}} = 300 \times \frac{15000}{14700} = 306{,}12 \text{ جنيه}$$

∴ القيمه الحاليه التجاريه = $\text{أ}_{ت}$ = س - $\text{خ}_{ت}$

= ١٥٠٠٠ - ٣٠٦,١٢ = ١٤٦٩٣,٨٨ جنيه

مثال (١٠)

شخص مدين بمبلغ معين يستحق السداد بعد ٩ أشهر من الآن ولقد تبين لهذا المدين أنه لو قام بتسديد دينه فوراً للدائن لحقق وفراً مقداره ١١٨,٨٦٨ جنيه عما إذا قام بخصمه لدي أحد البنوك التجارية كوسيلة لسداد دينه حالياً ، والمطلوب إيجاد المبلغ المدين به علماً بأن معدل الخصم في الحالتين ٨٪ سنوياً .

الحـــل

ن = ٩ شهور ، $\text{خ}_{\text{ت}} - \text{خ}_{\text{ص}}$ = ١١٨,٨٦٨ ، ع = ٨ ٪ سنوياً

•• الوفر الذي يحققه المدين في هذه الحالة يمثل الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح •

$$\because \text{خ}_{\text{ت}} - \text{خ}_{\text{ص}} = \frac{\text{س} \times \text{ع}^{٢} \times \text{ن}^{٢}}{١ + (\text{ع ن})}$$

$$\therefore ١١٨,٨٦٨ = \frac{\text{س} \times \left(\frac{٨}{١٠٠}\right)^{٢} \times \left(\frac{٩}{١٢}\right)^{٢}}{١ + \left(\frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}\right)} = \frac{٠,٠٠٣٦\,\text{س}}{١,٠٦}$$

$$\therefore \text{القيمة الإسمية للدين} = \text{س} = \frac{١,٠٦ \times ١١٨,٨٦٨}{٠,٠٠٣٦}$$

= ٣٥٠٠٠ جنيه تقريباً

مثال (١١)

دين معين يستحق السداد بعد ٥ شهور من الآن على أساس معدل خصم ومعدل فائده ٧,٥ ٪ سنوياً ، فإذا كان الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح هو ٨,٦ جنيه ، المطلوب حساب القيمه الإسميه لهذا الدين ؟•

الحل :

ن = ٥ شهور ، خ ت − خ ص = ٨,٦ ، ع = ٧,٥ ٪ سنوياً

∵ خ ت − خ ص = خ ص × ع × ن

∴ ٨,٦ = خ ص × $\frac{٧,٥}{١٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$ = ٠,٠٣١٢٥ خ ص

∴ خ ص = $\frac{٨,٦}{٠,٠٣١٢٥}$ = ٢٧٥,٢ جنيه .

∴ الخصم التجارى = خ ت = خ ص + الفرق

= ٢٧٥,٢ + ٨,٦ = ٢٨٣,٨ جنيه.

∴ القيمه الإسمية = س = $\frac{خ ت}{ع × ن}$

= $\frac{٢٨٣,٨}{\frac{٧,٥}{١٠٠} × \frac{٥}{١٢}}$ = ٩٠٨١,٦ جنيه

مثال (١٢)

ماهو معدل الفائده الحقيقى الذى يقابل معدل خصم قدره ٨,٥ ٪ سنوياً ، وذلك إذا كانت مدة الإستثمار سنه وتسعة أشهر ؟.

الحل :

$\bar{ع}$ = ٨,٥٪ ، ن = ٢١ شهر = ١,٧٥ سنة

معدل الفائدة = ع = $\frac{\bar{ع}}{١ - (\bar{ع} ن)}$ = $\frac{\frac{٨,٥}{١٠٠}}{١ - \left(\frac{٨,٥}{١٠٠} × \frac{٢١}{١٢}\right)}$

= ٠,٠٩٩٨٥ = ٩,٩٨٥ ٪ سنوياً

مثال (١٣)

ماهو معدل الخصم التجارى الذى يقابل معدل فائده قدره ٨,٢٥٪ سنوياً ، وذلك إذا كانت مدة الإستثمار ٣ سنوات ؟.

الحل :

ع = ٨,٢٥٪ ، ن = ٣ سنوات

$$\text{معدل الخصم} = \bar{ع} = \frac{ع}{١+(ع\,ن)} = \frac{\frac{٨,٢٥}{١٠٠}}{١+\left(\frac{٨,٢٥}{١٠٠}\times ٣\right)}$$

= ٠,٠٦٦١ ٦,٦١ ٪ سنوياً

مثال (١٤)

إحسب معدل الفائدة الحقيقي الذي يقابل معدل خصم تجاري قدره ٧٪ إذا كانت مدد الخصم : (أ) ٣ شهور (ب) ١٦ شهراً ؟

الحل :

$$\text{(أ) معدل الفائدة} = ع = \frac{\bar{ع}}{١-(\bar{ع}\,ن)} = \frac{\frac{٧}{١٠٠}}{١-\left(\frac{٧}{١٠٠}\times\frac{٣}{١٢}\right)}$$

= ٠,٠٧١٢ = ٧,١٢ ٪ سنوياً

$$\text{(ب) معدل الفائدة} = ع = \frac{\bar{ع}}{١-(\bar{ع}\,ن)} = \frac{\frac{٧}{١٠٠}}{١-\left(\frac{٧}{١٠٠}\times\frac{١٦}{١٢}\right)}$$

= ٠,٠٧٧٢ = ٧,٧٢ ٪ سنوياً

القيمه الحاليه لعدة مبالغ :

يمكن حساب القيمه الحاليه لعدد من المبالغ المختلفه فى المقدار والمختلفه فى مدد الإستثمار على أساس الخصم التجارى ، حيث يكون :

القيمه الحاليه لعدة مبالغ =

مجموع المبالغ – مجموع الخصم التجارى بطريقة النمر

حيث يتم حساب الخصم التجارى باستخدام طريقة النمر السابق استخدامها فى حساب الفوائد .

مثال (١٥)

تاجر ألبان بالمنصورة مدين بالمبالغ التاليه :

١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣٠ يوم .

١٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٦٠ يوم .

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠٠ يوم .

فإذا أراد المدين أن يسدد كل ماعليه من ديون اليوم وذلك باستخدام معدل خصم تجارى ١٠ ٪ سنوياً والمطلوب حساب القيمة الحالية للديون ؟

الحل :

مجموع الديون = ١٠٠٠+١٥٠٠+٢٠٠٠ = ٤٥٠٠ جنيه .

مجموع النمر اليوميه = (١٠٠٠×٣٠) + (١٥٠٠×٦٠) + (٢٠٠٠×١٠٠)

= ٣٢٠٠٠٠

ما يسدده المدين الآن يمثل القيمه الحاليه للديون الثلاث

= مجموع الديون – الخصم التجاري بطريقة النمر

$$= ٤٥٠٠ - \left[٣٢٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{٣٦٠٠٠} \right]$$

= ٤٥٠٠ – ٨٨,٨٩ = ٤٤١١,١١ جنيه .

مثال (١٦)

في أول يناير سنة ٢٠٠٣م قدم تاجر الأوراق التجارية الآتية لأحد البنوك :

كمبيالة قيمتها الإسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق في ١ فبراير ٢٠٠٣

سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه تستحق في ١ يوليو ٢٠٠٣

كمبيالة قيمتها الإسمية ٧٠٠٠ جنيه تستحق في١ أغسطس ٢٠٠٣.

كمبيالة قيمتها الإسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق في ١ يناير ٢٠٠٤ .

إحسب بطريقة النمر القيمة الحالية المستحقه للتاجر إذا كان معدل الخصم التجاري ٩٪ سنوياً .

الحل :

نحسب أولا مدد الخصم

مدة الكمبيالة الأولى = ١ شهر

مدة السند الثاني = ٦ شهور

مدة الكمبيالة الثالثة = ٧ شهور

مدة الكمبيالة الرابعة = ١٢ شهر

مجموع الديون = ٢٠٠٠+١٠٠٠٠+٧٠٠٠ + ٣٠٠٠ = ٢٢٠٠٠ جنيه ٠

مجموع النمر الشهرية = (٢٠٠٠×١) + (١٠٠٠٠×٦) + (٧٠٠٠×٧)

+ (٣٠٠٠×١٢) = ١٤٧٠٠٠

المستحق للتاجر الآن يمثل القيمه الحاليه للأوراق الأربع

= مجموع الديون – الخصم التجاري بطريقة النمر

= ٢٢٠٠٠ – [$١٤٧٠٠٠ \times \frac{٩}{١٢٠٠}$]

= ٢٢٠٠٠ – ١١٠٢,٥ = ٢٠٨٩٧,٥ جنيه ٠

القيمة الحالية للدفعات المتساويه : -

تتمثل القيمه الحاليه للدفعات المتساويه فى حاصل جمع المبالغ الكليه للدفعات مخصوماً منه مجموع الخصم التجارى المستحق على مبالغ الدفعه .

وعلى ذلك يكون :

** القيمه الحاليه للدفعات =

= مجموع مبالغ الدفعات – مجموع الخصم التجارى للدفعات

وباستخدام الرموز السابق الإشارة إليها في جملة الدفعات :

د = مبلغ الدفعة م = عدد الدفعات ش = مدة الدفعات بالشهور

$\overline{\text{ش}}$ = طول الفترة الزمنية بالشهور ي = مدة الدفعات بالأيام

$\overline{\text{ي}}$ = طول الفترة الزمنية بالأيام

وعلى ذلك يمكن وضع العلاقات التالية :

أولاً : إذا كانت مدة الدفعات بالشهور :

$$\text{القيمة الحالية للدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\text{القيمة الحالية للدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

ثانياً : إذا كانت مدة الدفعات بالأيام :

$$\text{القيمة الحالية للدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ي} + \overline{\text{ي}}}{٣٦٠}\right)\right]$$

$$\text{القيمة الحالية للدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ي} - \overline{\text{ي}}}{٣٦٠}\right)\right]$$

مثال (١٧)

أوجد القيمه الحاليه لدفعه مبلغها الدورى ٨٥٠ جنيه تدفع كل شهرين ولمدة ٣ سنوات ، على أساس معدل خصم تجارى ٨ ٪ سنوياً ، وذلك إذا كانت الدفعه : (١) عاديه (سداد) . (٢) فوريه (استثمار) .

الحل :

• د = ٨٥٠ جنيه • $\overline{\text{ش}}$ = ٢ شهر • ش = ٣ × ١٢ = ٣٦ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}} = \frac{\text{٣٦}}{\text{٢}}$ = ١٨ دفعه • ع = ٨ ٪

أولاً :<u>حالة الدفعه العاديه</u> : -

$$\because \text{القيمة الحالية للدفعة} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} + \overline{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= (\text{١٨} \times \text{٨٥٠}) - \left[\text{٨٥٠} \times \frac{\text{٨}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٨}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{٣٦} + \text{٢}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= \text{١٥٣٠٠} - \text{١٩٣٨} = \boxed{\text{١٣٣٦٢}} \text{ جنيه}$$

ثانياً :<u>حالة الدفعه الفوريه</u> : -

وهنا أيضاً نستخدم نفس البيانات السابقة ، ويكون :

$$\because \text{القيمة الحالية للدفعة} = (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= (\text{١٨} \times \text{٨٥٠}) - \left[\text{٨٥٠} \times \frac{\text{٨}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{١٨}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{٣٦} - \text{٢}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= \text{١٥٣٠٠} - \text{١٧٣٤} = \boxed{\text{١٣٥٦٦}} \text{ جنيه}$$

مثال (١٨)

إذا كانت القيمه الحاليه للرواتب الشهرية لمحمد المصري العامل بجامعة المنصورة عن عام ٢٠٠٢م هي ٢٥٣٢ جنيه ، وذلك على أساس معدل خصم تجارى ١٢ ٪ سنوياً ، والمطلوب حساب قيمة المرتب الشهري المتساوي بفرض أن المرتب يدُفع في بداية كل شهر؟

الحل :

في هذه الحالة تكون المرتبات بمثابة دفعة شهرية فورية ، ومن بيانات المثال نجد أن المبلغ ٢٥٣٥ جنيه يمثل القيمة الحالية للدفعة التي مبلغها نرمز له بالرمز [د] ، وعلى ذلك : -

* د = ؟؟؟؟؟؟   * $\bar{\text{ش}}$ = ١ شهر   * ش = ١ × ١٢ = ١٢ شهر

* عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\bar{\text{ش}}} = \frac{12}{1}$ = ١٢ دفعة   * ع = ١٢ ٪

∴ القيمة الحالية للدفعة الفورية =

$$= (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \bar{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{2} \times \left(\frac{\text{ش} - \bar{\text{ش}}}{12}\right)\right]$$

$$\therefore 2535 = (\text{د} \times 12) - \left[\text{د} \times \frac{12}{100} \times \frac{12}{2} \times \left(\frac{12 - 1}{12}\right)\right]$$

$$\therefore 2535 = 12\,\text{د} - 0{,}66\,\text{د}$$

$$\therefore 2535 = 11{,}34\,\text{د}$$

$$\therefore \text{المرتب الشهري للعامل} = \text{مبلغ الدفعة} = \text{د} = \frac{2535}{11{,}34}$$

= ٢٢٣,٥٥ جنيه .

تمارين محلولة على الفصل الثالث

(تمرين ١)

إقترض حسام حسن في أول إبريل ١٩٩٩م مبلغ ٤٦٣٥ جنيه وإتفق مع الدائن على سداد هذا المبلغ في نهاية عشرة شهور فإذا كان معدل الخصم يساوي معدل الفائدة وأن الخصم التجاري = ١,٠٣ من الخصم الصحيح ، والمطلوب حساب :

(١) القيمة الحالية الصحيحة للقرض

(٢) القيمة الحالية التجارية للقرض

(٣) معدل الخصم .

الحـــل :

$$\because \frac{خ_ت}{خ_س} = \frac{س}{أ_س}$$

$$\therefore \frac{١,٠٣ خ_س}{خ_س} = \frac{٤٦٣٥}{أ_س}$$

$\therefore$ القيمة الحالية الصحيحة = $أ_س = \frac{٤٦٣٥}{١,٠٣} = ٤٥٠٠$

$\therefore$ الخصم الصحيح = $خ_س$ = ٤٦٣٥ − ٤٥٠٠ = ١٣٥ جنيه .

$\therefore$ الخصم التجاري = $خ_ت$ = ١,٠٣ × ١٣٥ = ١٣٩,٠٥ جنيه .

$\therefore$ القيمة الحالية التجارية = $أ_ت$ = ٤٦٣٥ − ١٣٩,٠٥ = ٤٤٩٥,٩٥ جنيه

$\because خ_ت = س \times \bar{ع} \times ن$

$\therefore$ معدل الخصم = $\bar{ع} = \frac{خ_ت}{س \times ن} = \frac{١٣٩,٠٥}{٤٦٣٥ \times \frac{١٠}{١٢}}$ = ٣,٦ ٪ سنوياً

(تمرين ٢)

إقترض شخص مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه تستحق في نهاية عشرة أشهر بمعدل ٩,٥٪ سنوياً والمطلوب حساب :

(١) الخصم التجاري

(٢) القيمة الحالية التجارية .

(٣) الخصم الصحيح .

(٤) القيمة الحالية الصحيحة

الحـــل :

س = ٢٥٠٠٠ ، ع = ٩,٥٪ ، ن = ١٠ شهور

(١) الخصم التجارى = $خ_ت$ = س × ع × ن

∴ $خ_ت = ٢٥٠٠٠ \times \frac{٩,٥}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢} = ١٩٧٩,١٦٧$ جنيه .

(٢) القيمه الحاليه التجاريه = $أ_ت$ = س − $خ_ت$

∴ $أ_ت = ٢٥٠٠٠ - ١٩٧٩,١٦٧ = ٢٣٠٢٠,٨٣٣$ ج

(٣) الخصم الصحيح :

$$خ_س = \frac{خ_ت}{١ + (ع ن)}$$

$$∴ خ_س = \frac{١٩٧٩,١٦٧}{١ + \left(\frac{٩,٥}{١٠٠} \times \frac{١٠}{١٢}\right)} = ١٨٣٣,٩٧٧ \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية الصحيحة = $أ_س$ = س − $خ_س$

∴ $أ_س = ٢٥٠٠٠ - ١٨٣٣,٩٧٧$

= ٢٣١٦٦,٠٢٣ جنيه.

(تمرين ٣)

جمال سالم مدين بالمبالغ الآتية :

مبلغ يستحق بعد ٦٠ يوم من الآن وقيمته الإسمية ٦٠٠٠ جنيه

مبلغ يستحق بعد ٨٠ يوم من الآن وقيمته الإسمية ٤٠٠٠ جنيه

مبلغ يستحق بعد ٩٠ يوم من الآن وقيمته الإسمية ٥٠٠٠ جنيه

أوجد القيمة الحالية لهذه الديون علماً بأن معدل الخصم التجاري ٧,٥٪ ؟

الحـــل :

•• مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= [(٦٠×٦٠٠٠) + (٨٠×٤٠٠٠) + (٩٠×٥٠٠٠)]

= ١١٣٠٠٠٠ جنيه

•• مجموع الديون = ٦٠٠٠+٤٠٠٠+٥٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جنيه ٠

القيمه الحاليه للديون = مجموع المبالغ – مجموع الخصم التجارى بطريقة النمر

$$= ١٥٠٠٠ - [١١٣٠٠٠٠ \times \frac{٧,٥}{٣٦٠٠٠}]$$

= ١٥٠٠٠ – ٢٣٥,٤٢ = ١٤٧٦٤,٥٨ جنيه ٠

(تمرين ٤)

تاجر جلود مدين بالمبالغ التاليه :

٢٥٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٢٠ يوم ٠

٤٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣٠ يوم ٠

٢٥٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٤٠ يوم ٠

فإذا قام التاجر بدفع مبلغ ٨٩٤٠ جنيه سداداً لديونه الثلاث فوراً ، والمطلوب حساب معدل الخصم التجاري المستخدم كأساس لهذه التسوية ؟

الحل :

من هنا نجد أن :

القيمه الحاليه للديون الثلاث = ٨٩٤٠ جنيه ٠

** مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= [(٢٠×٢٥٠٠) + (٣٠×٤٠٠٠) + (٤٠×٢٥٠٠)]

= ١٣٥٠٠٠٠

** مجموع الديون = ٢٥٠٠+٤٠٠٠+٢٥٠٠ = ٩٠٠٠ جنيه ٠

القيمه الحاليه للديون = مجموع المبالغ – مجموع الخصم التجارى بطريقة النمر

$$٨٩٤٠ = ٩٠٠٠ - [\frac{ع}{٣٦٠٠٠} \times ١٣٥٠٠٠٠]$$

٨٩٤٠ = ٩٠٠٠ – ٣٧,٥ ع

٣٧,٥ ع = ٦٠

$$ع = \frac{٦٠}{٣٧,٥} = ١,٦ \%$$

(تمرين ٥)

أوجد القيمة الحالية لدفعة مبلغها ٢٠٠ جنيه تُدفع فى أول ومنتصف كل شهر لمدة سنتين على أساس معدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً ؟

الحل :

سنتان

٠,٥شهر | ٠,٥شهر | ٠,٥شهر | ٠,٥شهر

• د = ٢٠٠ جنيه • $\overline{ش}$ = ٠,٥شهر • ش = ٢ × ١٢ = ٢٤ شهر

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}}$ = $\frac{٢٤}{٠,٥}$ = ٤٨ دفعه • ع = ٨ ٪

تُعتبر الدفعة في هذه الحالة دفعة فورية ، وعلى ذلك :

∵ القيمة الحالية للدفعة = (د × م) − $\left[د \times \bar{ع} \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش - \bar{ش}}{١٢} \right) \right]$

$= (٢٠٠ \times ٤٨) - \left[٢٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٤٨}{٢} \times \left(\frac{٢٤ - ٠,٥}{١٢} \right) \right]$

= ٩٦٠٠ − ٧٥٢ = **٨٨٤٨** جنيه

خلاصة الفصل الثالث

(١) $\text{س} = \text{أ}_{\text{س}} (١ + \text{ع ن})$

(٢) القيمه الحاليه الصحيحه $= \text{أ}_{\text{س}} = \frac{\text{س}}{١ + \text{ع ن}}$

(٣) الخصم الصحيح $= \text{خ}_{\text{س}} = \text{أ}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}$

(٤) الخصم التجارى $= \text{خ}_{\text{ت}} = \text{س} \times \bar{\text{ع}} \times \text{ن}$

(٥) القيمه الحاليه التجاريه $= \text{أ}_{\text{ت}} = \text{س} - \text{خ}_{\text{ت}}$

$= \text{س} [١ - (\bar{\text{ع}} \text{ ن})]$

(٦) $\text{خ}_{\text{ت}} = \text{خ}_{\text{س}} \times \frac{\text{س}}{\text{أ}_{\text{س}}}$

(٧) $\text{خ}_{\text{س}} = \text{خ}_{\text{ت}} \times \frac{\text{أ}_{\text{س}}}{\text{س}}$

(٨) $\frac{\text{خ}_{\text{ت}}}{\text{خ}_{\text{س}}} = \frac{\text{س}}{\text{أ}_{\text{س}}}$

(٩) $\text{أ}_{\text{س}} = \frac{\text{س}}{١ + (\text{ع ن})}$

(١٠) $\frac{\text{خ}_{\text{ت}}}{\text{خ}_{\text{س}}} = \text{س} \div \frac{\text{س}}{١ + (\text{ع ن})} = ١ + \text{ع ن}$

(١١) $\text{خ}_{\text{ت}} = \text{خ}_{\text{س}} (١ + \text{ع ن})$

(١٢) $\text{خ}_{\text{س}} = \frac{\text{خ}_{\text{ت}}}{١ + (\text{ع ن})}$

(١٣) الفرق بين الخصمين $= \text{خ}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}$

(١٤) الفرق بين الخصمين $= \text{أ}_{\text{س}} \times \text{ع}^{٢} \times \text{ن}^{٢}$

(١٥) الفرق بين الخصمين $= \text{خ}_{\text{ت}} - \text{خ}_{\text{س}} = \frac{\text{س} \times \text{ع}^{٢} \times \text{ن}^{٢}}{١ + (\text{ع ن})}$

(١٦) معدل الخصم التجاري = $\overline{\text{ع}} = \dfrac{\text{ع}}{\text{١}+(\text{ع ن})}$

(١٧) معدل الفائدة = $\text{ع} = \dfrac{\overline{\text{ع}}}{\text{١}-(\overline{\text{ع}}\ \text{ن})}$

(١٨) القيمه الحاليه لعدة مبالغ =

مجموع المبالغ – مجموع الخصم التجارى بطريقة النمر

(١٩) القيمه الحاليه للدفعات :

أولاً : إذا كانت مدة الدفعات بالشهور :

القيمة الحالية للدفعة العادية = $(\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \dfrac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\dfrac{\text{ش} + \overline{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$

القيمة الحالية للدفعة الفورية = $(\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \dfrac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\dfrac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$

ثانياً : إذا كانت مدة الدفعات بالأيام :

القيمة الحالية للدفعة العادية = $(\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \dfrac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\dfrac{\text{ي} + \overline{\text{ي}}}{\text{٣٦٠}}\right)\right]$

القيمة الحالية للدفعة الفورية = $(\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \overline{\text{ع}} \times \dfrac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\dfrac{\text{ي} - \overline{\text{ي}}}{\text{٣٦٠}}\right)\right]$

تمارين على الفصل الثالث

(١) إذا كانت القيمة الإسمية لمبلغ يستحق بعد ستة شهور هي ٢١٠٠ جنيه فإذا حسب الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح في تاريخ الإقتراض ووجد أنه يساوي ٢,١ جنيه ، فإحسب معدل الخصم السنوي .

(٢) إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لدين قيمته الإسمية ٢٠٠٠ جنيه بمعدل ٧,٥٪ سنوياً ، هو ٠,٩ جنيه ، إحسب تاريخ إستحقاق هذا الدين إذا كان تاريخ الإقتراض هو ١٩٩٩/٣/٧م .

(٣) إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لدين معين يستحق السداد في نهاية عشرة شهور هو ١,٢٠٠ جنيه وذلك بمعدل ٨,٥٪ سنوياً ، فإذا كان الفرق السابق حسب في تاريخ الإقتراض ، فما هي القيمة الإسمية للدين ؟

(٤) إقترض شخص مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه في ١٨ إبريل ١٩٩٩م يستحق آخر نوفمبر من نفس العام . فإذا إتفق مع الدائن في آخر يونيو ١٩٩٩م على دفع مبلغ ١٤٦٩٤ جنيهاً سداداً للدين ، فما هو معدل الفائدة الذي أتخذأساساً للتسوية بإستخدام الطريقة التجارية ؟

(٥) إقترض شخص مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه تستحق في نهاية ١٠ شهور بمعدل ٩٪ سنوياً ، والمطلوب حساب :

(أ) القيمة الحالية الصحيحة .　　(ب) القيمة الحالية التجارية .

(جـ) الخصم التجاري .　　(د) الخصم الصحيح .

(٧) وجد أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لدين معين يستحق السداد في نهاية ٤ شهور هو مبلغ ٠,٦ جنيه وذلك بمعدل ٧,٥٪ سنوياً ، فإذا علمت أن هذا الفرق يتحدد في تاريخ الإقتراض ، فإحسب القيمة الإسمية للدين .

(٨) سند إذني يستحق الدفع بعد سنة من الآن حسب الخصم الصحيح بمعدل فائدة قدره ٨٪ سنوياً كما حسب الخصم التجاري بمعدل خصم ٨٪ أيضا فوجد أن الفرق بينهما ٥ جنيهات ، إوجد القيمة الإسمية للسند .

(٩) إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي ٠,٥ جنيه لكمبيالة تستحق الدفع بعد ٩٠ يوم بمعدل ٦٪ ، ما هي القيمة الإسمية لهذه الكمبيالة ؟

(١٠) مبلغ ١٠٤٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ثمانية شهور من الآن حسب الخصم التجاري والخصـــم الصحيح فوجـــد أن الفرق بينهما يســـاوي ١٦ جنيه ، إوجد معدل الخصـــم السنوي .

(١١) حسب الخصم الصحيح والخصم التجاري لمبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه بمعدل خصم قدره ٨٪ ســـنوياً فوجد أن الفـــرق بينهما يساوي ٥,٥ جنيهات ، فما هي المدة التي يستحق بعدها سداد المبلغ ؟

(١٢) حسب الخصم الصحيح والخصم التجاري لمبلغ ما يستحق السداد بعد ستة شهور بمعدل ٨٪ ســنوياً فوجد أن الفرق بينهما = ١,٢ جنيه ، فإوجد مقدار المبلغ

(١٣) دين مقداره ٣٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد في ٥ مايو سنة ١٩٩٩م وقد أتفق المدين مع الدائن في ٤ فبراير من نفس العـــام على أن يدفع الأول للأخير مبلغ ٣٤٨٥٠ جنيه سداداً للدين ، فما هو معدل الفائدة الذى خصم به الدين إذا كان الخصم بالطريقة التجارية ؟

(١٤) كمبيالتان الأولى تستحق بعد ٩٠ يوما و الثانية بعد ٤٥ يوم خصمتا بمعدل ٩٪ سنويا فبلغ الخصم التجاري لهما ٩٠ جنيه فما هي القيمة الاسمية لكل كمبيالة اذا علمت أن مجموع القيمة الاسمية لهما هو ٤٨٠٠٠ جنيه ؟

(١٥) أوجد القيمة الأسمية للكمبيالة التي تستحق بعد ٦٠ يوم اذا علمت أن الفرق بين خصمها التجاري وخصمها الحقيقي يعادل الخصم التجاري لكمبيالة أخرى تستحق بعد ٩٠ يوم وقيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه علما بان المعدل هو ٦,٥٪ سنويا.

(١٦) كمبيالة تستحق السداد بعد ١٨٠ يوم ، وقيمتها الإسمية ٥٢٠٠ جنيه ، فإذا كان الخصم التجارى لهذه الكمبيالة يزيد عن الخصم الصحيح لها بمقدار ١,٨ جنيه ، المطلوب إيجاد معدل الخصم ؟.

(١٧) شخص مدين بالمبالغ التاليه :

٢٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣٠ / ١١ / ١٩٩٨م .

٣٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣١ / ١ / ١٩٩٩م .

٢٠٠٠ جنيه تستحق فى ٣٠ / ٤ / ١٩٩٩م .

فإذا أراد المدين أن يسدد كل ماعليه من ديون فى ١ / ١٠ / ١٩٩٨م ، وذلك باستخدام معدل خصم تجارى ٩٪ سنوياً ، المطلوب حساب المبلغ الذى يسدده للوفاء بديونه ؟ .

(١٨) شخص مدين بمبلغ ٢٥٥٠٠ جنيه يستحق في ٣٠ / ٦ / ٢٠٠٣ ، والمطلوب حساب مقدار المبلغ الذي يجب إيداعه فى بداية كل شهر من شهور عام ٢٠٠٣ حتى يمكنه سداد ذلك الدين فى موعده ، مع العلم أن المبالغ المودعة متساوية وأن معدل الفائدة البسيطة على الإيداعات هو ٨٪ ؟

(١٩) حصل شخص على شقة قسطها الدورى ١٥٠٠ جنيه تدفع كل شهرين ولمدة ٣ سنوات ، فإذا أراد المشتري أن يدفع هذه الأقساط مرةً واحدة ، المطلوب حساب مقدار ما يسدده المدين فى تاريخ التعاقد على أساس معدل خصم تجارى ٩٪ سنوياً ، وذلك إذا كانت الأقساط : (أ) عاديه (سداد) . (ب) فوريه (استثمار) .

الفصـــل الرابع

مجالات استخدام الفائدة البسيطة

مقدمة : -

يوجد العديد من استخدامات الفائده البسيطه ، ونتناول من هذه التطبيقات ما يلى : -

١. عمليات الودائع قصيرة الأجل .
٢. خصم الأوراق التجاريه .
٣. البيع بالتقسيط .
٤. تسوية الديون قصيرة الأجل وتاريخ الإستحقاق المتوسط .
٥. سداد القروض بنظام الفوائد الدورية .
٦. سداد القروض بطريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معا .
٧. سداد القروض بطريقة الإستهلاكات المتساوية .
٨. سداد القروض بدفعات مجزأة غير منتظمة .

وسوف نتناول هذه الموضوعات بشئ من التفصيل ، حيث نفرد مبحث دراسي لكل من هذه الموضوعات وذلك على النحو التالي .

المبحث الأول

عمليات الودائع قصيرة الأجل

تأخذ عمليات الودائع قصير الأجل أشكالاً متعددة ، فقد تكون في صورة إيداع مبلغ واحد ولفترات زمنية معينة أو إيداع مبالغ مختلفة على فترات زمنية غير منتظمة ، أو إيداع مبالغ متساوية (دفعات متساوية) على فترات زمنية منتظمة ٠

فمن الواقع التطبيقي قد يوجد خليط من الإيداعات كأن يكون مبلغ ودفعات ، أو دفعات إيداع ودفعات سحب ، وغير ذلك من صور الإيداع ٠ فعلى سبيل المثال ، إذا كان هناك دفعات إيداع وفي نفس الوقت يوجد دفعات سحب لنفس الشخص ، ويكون المطلوب صافي المستحق للعميل في تاريخ معين ، وفي مثل هذه الحالة يكون :

صافي المستحق = جملة دفعات الإيداع – جملة دفعات السحب

مثال (١)

يودع نبيل مدحت فى بنك القاهرة مبلغ ١٠٠ جنيه أول كل شهر من شهور عام ٢٠٠٠م ، ويودع نفس المبلغ في آخر كل شهر من شهور عام ٢٠٠١م فإذا كان معدل الفائدة البسيطة ١٥ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية شهر يونيو من عام ٢٠٠٢م ؟

الحل :

جملة المستحق = جملة الدفعة الأولى + جملة الدفعة الثانية

الدفعة الأولى :

• د = ١٠٠ • $\overline{ش}$ = ١ شهر • ش = ١٢ • ت = ١٨

حيث ت تشمل شهور عام ٢٠٠١ + شهور عام ٢٠٠٢ حتى يونية

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}}$ = $\frac{١٢}{١}$ = ١٢ دفعة • ع = ١٥٪

جملة الدفعة الفورية = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش + \overline{ش} + ٢ت}{١٢} \right) \right]$

∴ جملة الدفعة الأولى =

$$= (١٠٠ \times ١٢) + \left[١٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢ + ١ + ٣٦}{١٢} \right) \right]$$

= ١٢٠٠ + ٣٦٧,٥ = ١٥٦٧,٥ جنيه

الدفعة الثانية :

• د = ١٠٠ • $\overline{ش}$ = ١ شهر • ش = ١٢ • ت = ٦

حيث ت تشمل شهور عام ٢٠٠٢ حتى يونية

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}}$ = $\frac{١٢}{١}$ = ١٢ دفعة • ع = ١٥٪

جملة الدفعة العادية = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش - \overline{ش} + ٢ت}{١٢} \right) \right]$

∴ جملة الدفعة الثانية =

$$= (١٠٠ \times ١٢) + \left[١٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢ - ١ + ١٢}{١٢} \right) \right]$$

= ١٢٠٠ + ١٧٢,٥ = ١٣٧٢,٥ جنيه

∴ جملة المستحق = ١٥٦٧,٥ + ١٣٧٢,٥ = ٢٩٤٠ جنيه.

مثال (٢)

يقوم تاجر أقطان بإيداع مبلغ ٤٧٥ جنيه فى أحد البنوك أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٩م ، وكذلك يودع مبلغ ٩٠٠ جنيه آخر كل ٤ شهور من نفس العام ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات بمعدل ٩ ٪ سنوياً ، إحسب جملة المستحق للمودع فى نهاية عام ١٩٩٩م ٠

الحل :

جملة المستحق للمودع = المجموع الجبري لجملة الدفعتين على النحو التالي :

أولاً : الدفعه الشهريه (وهى دفعه فوريه) : -

• د = ٤٧٥   • $\overline{\text{ش}}$ = ١ شهر   • ش = ١٢

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}}$ = $\frac{١٢}{١}$ = ١٢ دفعة   • ع = ٩٪

$$\therefore \text{جملة الدفعة الفورية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} + \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore \text{جملة الدفعة} = (٤٧٥ \times ١٢) + \left[٤٧٥ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢+١}{١٢}\right)\right]$$

= ٥٧٠٠ + ٢٧٧,٨٧٥ = ٥٩٧٧,٨٧٥ جنيه

ثانياً : الدفعه الثلث سنويه (وهى دفعه عاديه) : -

• د = ٩٠٠   • $\overline{\text{ش}}$ = ٤ شهور   • ش = ١٢

• عدد الدفعات = م = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}}$ = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ دفعات   • ع = ٩٪

$$\therefore \text{جملة الدفعة العادية} = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{١٢}\right)\right]$$

∴ جملة الدفعة = $(٣\times٩٠٠) + \left[٩٠٠\times\frac{٩}{١٠٠}\times\frac{٣}{٢}\times\left(\frac{١٢-٤}{١٢}\right)\right]$

= ٢٧٠٠ + ٨١ = ٢٧٨١ جنيه

∴ جملة المستحق للتاجر فى نهاية عام ١٩٩٩م =

= ٥٩٧٧,٨٧٥+ ٢٧٨١ = ٨٧٥٨,٨٧٥ جنيه .

مثال (٣)

يودع شخص فى بنك الأسكندرية مبلغ ٩٥٠ جنيه أول كل نصف شهر من شهور عام معين ، وكذلك يقوم بسحب مبلغ ٢٥٠ جنيه قبل نهاية كل شهر باثني عشر يوماً فى نفس العام ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات بمعدل ١٠ ٪ سنوياً ، وعلى المسحوبات بمعدل ٩٪ ، المطلوب حساب رصيد هذا الشخص فى نهاية العام (إعتبر أن السنه تجاريه ، أى أن الشهر ٣٠ يوم) ؟.

الحل :

أولاً : بالنسبه لدفعة الإيداع (وهى دفعه فوريه) : -

• د = ٩٥٠ • $\overline{ش}$ = ٠,٥ شهر • ش = ١٢

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}} = \frac{١٢}{٠,٥} =$ ٢٤ دفعة • ع = ١٠٪

∴ جملة الدفعة الفورية = $(د\times م) + \left[د\times ع\times\frac{م}{٢}\times\left(\frac{ش+\overline{ش}}{١٢}\right)\right]$

∴ جملة الدفعة = $(٩٥٠\times٢٤) + \left[٩٥٠\times\frac{١٠}{١٠٠}\times\frac{٢٤}{٢}\times\left(\frac{١٢+٠,٥}{١٢}\right)\right]$

= ٢٢٨٠٠ + ١١٨٧,٥= ٢٣٩٨٧,٥ جنيه

ثانياً : بالنسبه لدفعة السحب : -

- مبلغ الدفعه = ٢٥٠ جنيه
- الفتره الزمنيه = شهر واحد
- مدة الدفعات = سنه = ١٢ شهر
- عدد الدفعات = مدة الدفعات ÷ طول الفتره الزمنيه = ١٢ ÷ ١ = ١٢ دفعه
- مدة الدفعه الأولى = ٣٦٠ – ١٨ = ٣٤٢ يوم
- مدة الدفعه الأخيره = ١٢ يوم .

∴ جملة الدفعة = $(١٢ \times ٢٥٠) + \left[\left(\frac{١٢+٣٤٢}{٣٦٠}\right) \times \frac{١٢}{٢} \times \frac{٩}{١٠٠} \times ٢٥٠\right]$

= ٣٠٠٠ + ١٣٢,٧٥ = ٣١٣٢,٧٥ جنيه

∴ رصيد العميل = جملة الإيداعات – جملة المسحوبات

= ٢٣٩٨٧,٥ – ٣١٣٢,٧٥ = ٢٠٨٥٤,٧٥ جنيه .

مثال (٤)

يودع طالب فى دفتر توفير الجامعة مبلغ ٢٠ جنيه أول كل شهر خلال نصف السنة الأول ، ثم مبلغ ٢٥ جنيه آخر كل شهر من شهور نصف السنة الثانية من علم ٢٠٠٢م ، والمطلوب حساب جملة المستحق للطالب فى نهاية السنة إذا كان معدل الفائدة البسيطة هو ١٢ ٪ بالنسبة لإيداعات نصف السنة الأول ، ١٣٪ بالنسبة لإيداعات نصف السنة الثانى ؟.

الحـــل :

أولاً : بالنسبة للدفعة الأولى (وهي دفعة فورية) : -

* د = ٢٠ * $\overline{ش}$ = ١ شهر * ش = ٦ * ت = ٦

حيث ت تشمل شهور النصف الثاني

* عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}} = \frac{٦}{١}$ = ٦ دفعات * ع = ١٢٪

جملة الدفعة الفورية = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش + \overline{ش} + ٢ت}{١٢} \right) \right]$

∴ جملة الدفعة الأولى =

= (٢٠×٦) + $\left[٢٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢} \times \left(\frac{٦+١+١٢}{١٢} \right) \right]$

= ١٢٠ + ١١,٤ = ١٣١,٤ جنيه

ثانياً : بالنسبة للدفعة الثانية (وهي دفعة عادية ولاتحتوي على فترة توقف) :

* د = ٢٥ * $\overline{ش}$ = ١ شهر * ش = ٦

* عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\overline{ش}} = \frac{٦}{١}$ = ٦ دفعات * ع = ١٣٪

∴ جملة الدفعة العادية = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ش - \overline{ش}}{١٢} \right) \right]$

∴ جملة الدفعة = (٢٥×٦) + $\left[٢٥ \times \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢} \times \left(\frac{٦-١}{١٢} \right) \right]$

= ١٥٠ + ٤,٠٦٣ = ١٥٣,٠٦٣ جنيه

∴ جملة المستحق للطالب في نهاية عام ٢٠٠٢م = ١٣١,٤ + ١٥٤,٠٦٣

= ٢٨٥,٤٦٣ جنيه٠

مثال (٥)

يودع سامح خيري فى البنك الأهلي مبلغ ٢٠٠ جنيه أول ومنتصف كل شهر من شهور عام ٢٠٠٢ ، وكذلك يقوم بسحب مبلغ ١٠٠ جنيه يوم ٢٠ من كل شهر فى نفس العام ، فإذا كان البنك يحسب فوائد بسيطه على الإيداعات و المسحويات بمعدل ٦٪ ، المطلوب حساب رصيد هذا الشخص فى نهاية العام (إعتبر أن السنه تجاريه ، أى أن الشهر ٣٠ يوم) ؟٠

الحل :

أولاً : بالنسبه لدفعة الإيداع (وهى دفعه فوريه) : -

• د = ٢٠٠ • $\bar{ش}$ = ٠,٥ شهر • ش = ١٢

• عدد الدفعات = م = $\frac{ش}{\bar{ش}} = \frac{١٢}{٠,٥}$ = ٢٤ دفعة • ع = ٦٪

∴ جملة الدفعة = $(٢٠٠\times٢٤) + \left[٢٠٠\times\frac{٦}{١٠٠}\times\frac{٢٤}{٢}\times\left(\frac{١٢+٠,٥}{١٢}\right)\right]$

= ٤٨٠٠ + ١٥٠ = <u>٤٩٥٠</u> جنيه

ثانياً : بالنسبه لدفعة السحب : -

• د = ١٠٠ • عدد الدفعات = م = ١٢ دفعة • ع = ٦٪

- مدة الدفعه الأولى = ٣٦٠ – ٢٠ = ٣٤٠ يوم
- مدة الدفعه الأخيره = ١٠ يوم ٠

∴ جملة الدفعة = $(١٠٠\times١٢) + \left[١٠٠\times\frac{٦}{١٠٠}\times\frac{١٢}{٢}\times\left(\frac{٣٤٠+١٠}{٣٦٠}\right)\right]$

= ١٢٠٠ + ٣٥ = <u>١٢٣٥</u> جنيه

∴ الرصيد المستحق = جملة الإيداعات – جملة المسحوبات

= ٤٩٥٠ – ١٢٣٥ = <u>٣٧١٥</u> جنيه ٠

مثال (٦)

يودع خالد جلال مبلغ ٢٠٠ جنيه أول ومنتصف كل شهر من شهور عام ٢٠٠٢م ، وكان يسحب ١٠٠ جنيه يوم ٢٠ من كل شهر من شهور نفس السنة ، وذلك بمعدل فائده بسيطه سنوياً ، فإذا كانت جملة المستحق للشخص فى نهاية العام هو ٣٨٨٧,٥ جنيه ، المطلوب حساب معدل الفائده البسيطة السنوى الذى استخدمه المستثمر فى حساب الفوائد ؟

الحل :

أولاً : بالنسبه لدفعة الإيداع (وهى دفعه فوريه) : -

• د = ٢٠٠ • ش̅ = ٠,٥ شهر • ش = ١٢ • م = ٢٤ دفعة • ع = ؟؟؟

$$\therefore \text{جملة الإيداعات} = (٢٠٠\times٢٤) + \left[٢٠٠ \times ع \times \frac{٢٤}{٢} \times \left(\frac{١٢+٠,٥}{١٢}\right)\right]$$

= ٤٨٠٠ + ٢٥٠٠ ع

ثانياً : بالنسبه لدفعة السحب : -

- مدة الدفعه الأولى = ٣٦٠ – ٢٠ = ٣٤٠ يوم
- مدة الدفعه الأخيره = ١٠ يوم .

$$\therefore \text{جملة المسحوبات} = (١٠٠\times١٢) + \left[١٠٠ \times ع \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{٣٤٠+١٠}{٣٦٠}\right)\right]$$

= ١٢٠٠ + ٥٨٣,٣ ع

∴ ٣٨٨٧,٥ = ٤٨٠٠ + ٢٥٠٠ ع – ١٢٠٠ – ٥٨٣,٣ ع

∴ ٢٨٧,٥ = ١٩١٦,٧ ع

$$\therefore \text{معدل الفائدة} = ع = \frac{٢٨٧,٥}{١٩١٦,٧} = ١٥\ \%\ \text{تقريبا}$$

مثال (٧)

فتحت شركة حساب في بنك مصر لمدة سنة بإيداع مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه أول كل شهر من نصف السنة الأول ، وإيداع مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه أول كل شهر من نصف السنة الثاني ، وتقوم بسحب ٥٠٠٠٠ جنيه في منتصف كل شهر ، وفي نهاية العام قامت بسداد الرصيد السالب في البنك في شكل كمبيالتين متساويتي القيمة الإسمية ، وتستحق الأولى بعد ٥ شهور وتستحق الثانية بعد ٩ شهور ، فإذا كان معدل الفائدة ١٢٪ ومعدل الخصم ٢٢٪ .

المطلوب : تحديد القيمة الإسمية للكمبيالتين ؟

الحل :

∴ جملة الإيداعات للنصف الأول =

$$=(٦\times٣٠٠٠٠)+\left[٣٠٠٠٠\times\frac{١٢}{١٠٠}\times\frac{٦}{٢}\times\left(\frac{٦+١+١٢}{١٢}\right)\right]=١٩٧١٠٠ \text{ ج}$$

∴ جملة الإيداعات للنصف الثاني =

$$=(٦\times٤٠٠٠٠)+\left[٤٠٠٠٠\times\frac{١٢}{١٠٠}\times\frac{٦}{٢}\times\left(\frac{٦+١}{١٢}\right)\right]=٢٤٨٤٠٠ \text{ ج}$$

∴ جملة الإيداعات في نهاية العام = ١٩٧١٠٠ + ٢٤٨٤٠٠ = ٤٤٥٥٠٠ج

∴ جملة المسحوبات طوال العام =

$$=(١٢\times٥٠٠٠٠)+\left[٥٠٠٠٠\times\frac{١٢}{١٠٠}\times\frac{١٢}{٢}\times\left(\frac{١١,٥+٠,٥}{١٢}\right)\right]=٦٣٦٠٠٠ \text{ ج}$$

∴ رصيد الشركة المدين (السالب) في نهاية العام =

= جملة المسحوبات – جملة الإيداعات

= ٦٣٦٠٠٠ – ٤٤٥٥٠٠

= ١٩٠٥٠٠ جنيه.

الرصيد السالب = القيمة الحالية لدينين (كمبيالتين)

وبفرض أن القيمة الإسمية لكل كمبيالة = س

$\therefore$ ١٩٠٥٠٠ = ٢ س − $\frac{٢٢}{١٢٠٠}$ (٥ س + ٩ س)

$\therefore$ ١٩٠٥٠٠ = ٢ س − $\frac{٢٢}{١٢٠٠}$ × ١٤ س

$\therefore$ ١٩٠٥٠٠ = ٢ س − ٠,٢٥٧ س

$\therefore$ ١٩٠٥٠٠ = ١,٧٤٣ س

$\therefore$ س = $\frac{١٩٠٥٠٠}{١,٧٤٣}$ = ١٠٩٢٩٤,٣٢ جنيه ٠

وعلى ذلك ، فإن القيمة الإسمية لكل كمبيالة هي ١٠٩٢٩٤,٣٢ جنيه

مثال (٨)

أودع شخص المبالغ التاليه فى البنك الأهلى المصري :

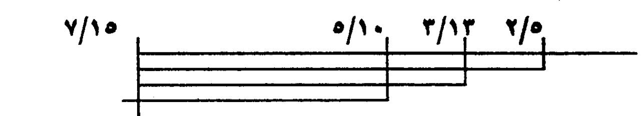
١٥٠٠٠ جنيه فى ٥ / ٢ / ١٩٩٧م ٠

١٨٠٠٠ جنيه فى ١٣ / ٣ / ١٩٩٧م ٠

٢٧٠٠٠ جنيه فى ١٠ / ٥ / ١٩٩٧م ٠

والمطلـوب حسـاب الرصيد المستحق للمودع فى ١٥ / ٧ / ١٩٩٧م ، وذلك باستخدام معدل فائده بسيطه ١٣,٥ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :



الرصيد المستحق يتمثل في جملة المبالغ ، ولذلك نوجد مدد الإستثمارات :

مدة إيداع المبلغ الأول = ١٦٠ يوم .

مدة إيداع المبلغ الثانى = ١٢٤ يوم .

مدة إيداع المبلغ الثالث = ٦٦ يوم .

** مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= [(١٦٠×١٥٠٠٠) + (١٢٤×١٨٠٠٠) + (٦٦×٢٧٠٠٠)]

= ٤٢٥٤٠٠٠

** مجموع المبالغ = ١٥٠٠٠+١٨٠٠٠+٢٧٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ جنيه .

الرصيد المستحق للمودع = جملة المبالغ الثلاث

= مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

$= ٦٠٠٠٠ + \frac{١٣,٥}{٣٦٠٠٠} [٤٢٥٤٠٠٠]$

= ٦١٥٩٥,٢٥ جنيه

تمارين على المبحث الأول

(١) قام أحد العاملين بشركة ما بادخار ٢٥ ٪ من راتبه الشهرى لمدة سنتين ، فإذا كان مرتب ذلك الشخص عند بدء الإدخار ٦٠٠ جنيه شهرياً ، وأن المرتب يزداد بمقدار ٨٠ جنيه سنوياً ، فالمطلوب إيجاد مجموع المدخرات لهذا الشخص فى نهاية السنتين ؟٠

(٢) يودع شخص فى أحد البنوك المصرية مبلغ ١٠٠٠ جنيه وبصفة دورية آخر كل شهر من شهور عام ٢٠٠٢م فقط ثم توقف عن الإيداع ، فإذا كان معدل الفائدة البسيطة هو ٨ ٪ سنوياً ، فالمطلوب تحديد جملة المستحق للمودع في نهاية عام ٢٠٠٣ ؟٠

(٣) موظف بالجامعه يودع ١٠٠ جنيه فى البنك الأهلى فرع الجامعة فى أول كل شهر ثم يسحب مبلغ ٢٥ جنيه فى منتصف كل شهر كما يقوم البنك بدفع ٢٠ جنيه من الحساب نيابة عن الشخص المودع وذلك كقسط لشركة الدلتا للتأمين آخر كل شهرين ٠ فإذا كان معدل الفائدة البسيطة هو ٨ ٪ سنوياً ، فالمطلوب تحديد رصيد العميل لدى البنك فى نهاية سنة كاملة ؟ ٠

(٤) أي الطريقتين أفضل لشخص يرغب فى إدخار أكبر قدر ممكن من المال ، وذلك مع بيان السبب :

الأولى : إيداع دفعة فورية كل نصف شهر خلال العام ٠

الثانية : إيداع ضعف مبلغ الدفعة السابقة فى منتصف كل شهر خلال العام ٠

المبحث الثاني

خصم الأوراق التجارية

غالباً ما تكون الديون قصيرة الأجل فى صورة أوراق تجاريه لإثبات الدين ، والأوراق التجارية هي الدعامة التي يقوم عليها الائتمان ، وتتمثل الأوراق التجارية في الكمبيالات أو الســـندات الإذنية . والكمبيالـــة هي عبارة عن أمر من الدائن الى المدين بدفع مبلغ ما إلى شـــخص آخر في تاريخ معلوم ، أما السند الإذني فهو عبارة عن تعهد من جانب المدين بســـداد مبلغ معين في تاريخ معلوم ٠

ومن هنا يتضح أن أى ورقة تجارية يراد بها مبلغ معلوم وهذا المبلغ هو عبارة عن قيمة اسمية تستحق في التاريخ المحدد للورقة التجارية وحتى تتم عملية الائتمان بشكل يسمح بتيسيير حركة الحياة التجارية أو الصناعية ، كان لابد وأن يلجأ حملة الأوراق المالية التجارية إلى أحد البنوك لخصمها بمعنى الحصول على القيمة المالية للورقة .

ويُقصد بخصم (قطع) الأوراق التجاريه أن يحصل الدائن من البنك على قيمة الورقه التجاريه قبل موعد إستحقاقها عن طريق قطعها (أو خصمها) وذلك بعد استقطاع جزء من القيمه الإسميه للورقه ٠ ويقوم البنك باستقطاع البنود التاليه من القيمه الإسميه للورقه التجاريه :

١ – قيمة الخصم التجارى على أساس معدل خصم تجارى محدد ٠

٢ – العموله : وتُحسب كنسبه مئويه من القيمه الإسميه للورقه التجاريه ٠

٣ - مصاريف التحصيل : وتُحسب كنسبه من القيمه الإسميه لكل ورقه تجاريه ، وقد ينص الإتفاق على ألا تقل مصروفات التحصيل للورقه الواحده عن حد أدنى معين

٤ - قد يضيف البنك مهلة سداد معينه (يوماً أو يومين) إلى مدة الخصم ، وهذا يترتب عليه زيادة قيمة الخصم التجارى .

وبجمع هذه الإستقطاعات نحصل على قيمة الخصم الإجمالى (الأجيو) أى أن :

مصاريف الأجيو = الخصم التجاري + العمولة + مصاريف التحصيل

وبطرح مقدار الخصم الإجمالى من القيمه الإسميه للورقه التجاريه نحصل على صافى مايتسلمه العميل من البنك . وعلى ذلك يكون :

** صافى مايتسلمه العميل من البنك =

القيمه الإسميه - مقدار الخصم الإجمالى

والأمثلة التالية توضح تطبيقات خصم الأوراق التجارية .

مثال (١)

فى ١٥ / ٤ / ٢٠٠٢م تقدم شخص لخصم كمبياله لدى البنك المصري الأمريكي ، وكانت القيمه الإسميه للكمبياله ٢٥٠٠٠ جنيه ، تستحق الدفع فى ١٤ / ٧ / ٢٠٠٢م ، فإذا كان البنك يحسب خصم تجارى بمعدل ٩٪ سنوياً كما أن العموله تُحسب بواقع ٠١٪ (واحد فى الألف) ، وكذلك تُحسب مصاريف تحصيل بواقع ٥ جنيهات للورقه الواحده .

المطلوب :

حساب قيمة ما يتسلمه العميل من البنك ؟.

الحل :

مدة الخصم

	أبريل	مايو	يونية	يولية	مهلة	المجموع
المدة	١٥	٣١	٣٠	١٤	--	٩٠
	٣٠-١٥					

** الخصم التجارى = القيمه الإسميه × معدل الخصم × مدة الخصم

$= ٢٥٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٩٠}{٣٦٠} =$ ٥٦٢,٥ جنيه ٠

** العموله = القيمة الإسميه × نسبة العموله

$= ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} =$ ٢٥ جنيه ٠

** مصاريف التحصيل = ٥ جنيه ٠

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ٥٦٢,٥ + ٢٥ + ٥ = ٥٩٢,٥ جنيه ٠

صافى ما يتسلمه العميل = القيمه الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٢٥٠٠٠ – ٥٩٢,٥ = ٢٤٤٠٧,٥ جنيه ٠

مثال (٢)

فى ١٩ / ٧ / ٢٠٠٢ تقدم سعيد صالح لخصم كمبياله لدى بنك مصر وكانت القيمه الإسميه للكمبياله ١٨٠٠٠ جنيه ، تستحق الدفع فى ٢٠٠٢/٩/١٥م ، فإذا علمت أن البنك يتقاضى خصم تجارى بمعدل ٨٪ سنوياً مع إضافة يومان كمهلة سداد كما أن العموله تُحسب بواقع ٠١٪ (واحد فى الألف) ، وكذلك تَحسب مصاريف تحصيل بواقع ٠,٥٪ (نصف فى الألف) وبحد أدنى ١٠ جنيهات للورقه الواحده ، والمطلوب :

حساب صافى ما يتسلمه العميل من البنك ؟٠

الحل :

مدة الخصم

	يولية	أغسطس	سبتمبر	مهلة	المجموع
المدة	١٢	٣١	١٥	٢	٦٠
	٣١-١٩				

** الخصم التجارى = ١٨٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٦٠}{٣٦٠}$ = ٢٤٠ جنيه .

** العموله = ١٨٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ١٨ جنيه .

مصاريف التحصيل= ١٨٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٩ جنيه

(وهى أقل من الحد الأدنى)

∴ مصاريف التحصيل = ١٠ جنيه .

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ٢٤٠ + ١٨ + ١٠ = ٢٦٨ جنيه .

صافى ما يتسلمه العميل = القيمه الإسميه – الخصم الإجمالى

= ١٨٠٠٠ – ٢٦٨ = ١٧٧٣٢ جنيه .

المعدل الحقيقي السنوي للخصم (معدل الخصم الإجمالى)

نلاحظ أن المعدل الإسمي السنوي للخصم هو المعدل الذي يُحسب على أساسه الخصم التجاري ، أما المعدل الحقيقي السنوي للخصم (المعدل الإجمالي للخصم) فهو المعدل الفعلي الذي يُحسب على أساسه جميع الإستقطاعات التي حصل عليها البنك ، ويكون :

معدل الخصم الإجمالي = $\frac{\text{الخصم الإجمالى}}{\text{القيمه الإسميه} \times \text{المده}}$

مثال (٣)

في ٢٠ / ٨ / ٢٠٠٢م تقدم شخص لخصم كمبياله لدى البنك الأهلي المصري ، وكانت القيمه الإسميه للكمبياله ٣٦٠٠٠ جنيه ، تستحق الدفع في ١٨ / ١٠ / ٢٠٠٢م ، فإذا كان البنك يحسب خصم تجارى بمعدل ٥٪ سنوياً مع إضافة يوم واحد كمهلة سداد ، كما أن العموله تُحسب بواقع ٠١٪ (واحد في الألف) ، وكذلك تُحسب مصاريف تحصيل بواقع (نصف في الألف) للورقه الواحده ٠

المطلوب :

حساب قيمة ما يتسلمه العميل من البنك ؟٠

حساب معدل الخصم الإجمالي ؟٠

الحل :

مدة الخصم

	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	مهلة	المجموع
المدة	١١	٣٠	١٨	١	٦٠
	٣١-٢٠				

•• الخصم التجارى = $٣٦٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠} = ٣٠٠$ جنيه ٠

•• العموله = $٣٦٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} = ٣٦$ جنيه ٠

مصاريف التحصيل= $٣٦٠٠٠ \times \frac{٠,٥}{١٠٠٠} = ١٨$ جنيه

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ٣٠٠ + ٣٦ + ١٨ = <u>٣٥٤ جنيه</u> ٠

صافى ما يتسلمه العميل = القيمه الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٣٦٠٠٠ – ٣٥٤ = <u>٣٥٦٤٦ جنيه</u> ٠

لحساب معدل الخصم الإجمالي من خلال تطبيق العلاقة :

$$\text{معدل الخصم الإجمالي} = \frac{\text{الخصم الإجمالى}}{\text{القيمه الإسميه} \times \text{المده}}$$

إلا أنه يتم حساب معدل الخصم الإجمالي عن المدة الحقيقية ، أي باستبعاد مهلة السداد التي يضيفها البنك عند حساب الخصم التجاري ، وعلى ذلك يكون :

$$\text{معدل الخصم الإجمالي} = \frac{٣٥٤}{٣٦٠٠٠ \times \frac{٥٩}{٣٦٠}} = ٠,٠٦ = \dot{٦} \ \%$$

مثال (٤)

في ٢٠٠٢/٥/١ قطع تاجر الأوراق التجارية الآتية :-

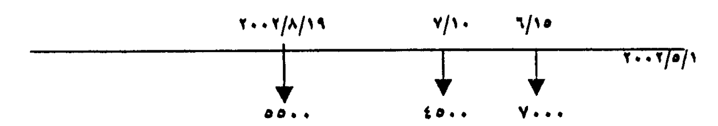
١ - كمبيالة قيمتها الاسمية ٧٠٠٠ جنيه تستحق في ١٥ يونية ٢٠٠٢ .

٢ - سند إذني قيمته الاسمية ٤٥٠٠ جنيه يستحق في ١٠ يوليو ٢٠٠٢ .

٣ - كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٥٠٠ جنيه تستحق في ١٩أغسطس ٢٠٠٢ .

إحسب مقدار المبلغ الذي يتسلمه إذا حسب الخصم في كل حالة بمعدل خصم قدره ٨,٥٪ سنوياً .

الحــل :



نظراً لعدم وجود عمولة أو مصاريف تحصيل للبنك ، فإن صافي ما يتسلمه العميل من البنك يتمثل في القيم الحاليه لمبالغ الأوراق التجارية ، ولحسابها :

$$ مدد الخصم :

	مايو	يونيه	يوليو	أغسطس		
الأولى :	٣٠ +	١٥			=	٤٥ يوماً
الثانية :	٣٠ +	٣٠ +	١٠		=	٧٠ يوماً
الثالثة	٣٠ +	٣٠ +	٣١ +	١٩	=	١١٠ يوماً

مجموع القيم الإسمية للأوراق = ١٧٠٠٠ جنيه

مجموع النمر اليوميه =

(٤٥×٧٠٠٠) + (٧٠×٤٥٠٠) + (١١٠×٥٥٠٠) = ١٢٣٥٠٠٠

ما يتسلمه التاجر = مجموع القيم الإسمية – الخصم التجاري بطريقة النمر

= ١٧٠٠٠ – [١٢٣٥٠٠٠ × $\frac{٨,٥}{٣٦٠٠٠}$]

= ١٦٧٠٨,٤ جنيه .

** حافظة الخصم :

تقوم البنوك بإرسال كشوف دورية لعملائها من رجال الاعمال الذين يقومون بخصم أوراقهم لديها. وهذه الكشوف يطلق عليها (حوافظ الخصم) كشوف الخصم Discount statements أو فواتير الخصم Discount bills .

وفاتورة الخصم تظهر بها بعض المعلومات والبيانات الخاصة بخصم الأوراق التجارية كعدد الأوراق ومجموعها أى مجموع قيمتها الاسمية والصافي المستحق ومعدل الخصم والعمولة ومصروفات التحصيل وبيان خاص بمهلة السداد. كما يظهر بالفاتورة بيان تفصيلي على الأوراق التجارية المخصومة من حيث تواريخ إستحقاقها ومقدار الخصم عنها .

ويمكن توضيح شكل حافظة الخصم في الصفحة التالية :

المنصورة في --/--/٢٠٠٣م

- بيان صافى الأوراق التجاريه المقدمه من السيد /--------------
- تاريخ القطع : --/--/٢٠٠٣م
- عدد الأوراق : ---- ورقة ٠
- معدل الخصم التجارى =-- ٪ سنوياً
- نسبة العموله --٠٪
- نسبة مصاريف التحصيل --٠٪

القيمه الإسميه	بيـــــــــان	تاريخ الإستحقاق	أيام	نمـــــــر	مصاريف التحصيل
----	كمبياله رقم --	--/--/٢٠	--	---	--
----	كمبياله رقم --	--/--/٢٠	--	---	--
-----	كمبياله رقم --	--/--/٢٠	--	---	--
----	كمبياله رقم --	--/--/٢٠	--	---	--
----	مجموع				---
	بيان بالخصم ---- الخصم التجارى ----- العموله ----- مصاريف التحصيل				
(---)	الخصم الإجمالى				
-----	صافي ما يتسلمه العميل				

مثال (٥)

في يوم ١٥ فبراير ٢٠٠١ قطع عزت عبد الباقي الأوراق التجارية التالية في البنك الأهلي المصرى (فرع المنصورة) :

- كمبيالة بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه تستحق في ٦ مارس ٢٠٠١
- كمبيالة بمبلغ ٦٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٦ مارس ٢٠٠١
- كمبيالة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تستحق في ١٥ ابريل ٢٠٠١
- كمبيالة بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٥ ابريل ٢٠٠١

فإذا كان البنك قد خصم هذه الأوراق بمعدل ٩٪ وتقاضى عمولة بمعدل ٠,١٪ (واحد في الألف) كما يتقاضى البنك مصاريف تحصيل بمعدل ٠,٠٥٪ (نصف في الألف) بحد أدنى للورقة الواحدة ٢ جنيه على الورقة الأولى والثانية فقط . كما أن البنك يضيف مهلة سداد قدرها يوم واحد لكل ورقة ، والمطلوب إعداد فاتورة للخصم التي يقدمها البنك للعميل .

الحــل :

لإعداد فاتورة الخصم لابد من حساب الخصم لكل ورقة وكذلك العمولة ومصروفات التحصيل على النحو التالي :-

	فبراير		مارس		ابريل		مهلة		
مدة الورقة الأولى =	١٣	+	٦			+	١	=	٢٠ يوماً
مدة الورقة الثانيــة =	١٣	+	٢٦			+	١	=	٤٠ يوماً
مدة الورقة الثالثــة =	١٣	+	٣١	+	١٥	+	١	=	٦٠ يوماً
مدة الورقة الرابعة =	١٣	+	٣١	+	٢٥	+	١	=	٧٠ يوماً

☒ الخصم المستحق على الأوراق جميعها :

• مجمـــــوع النمر = [(٢٠×٢٠٠٠) + (٤٠×٦٠٠٠) + (٦٠×١٠٠٠٠) + (٧٠ × ٢٠٠٠٠)] = ٢٢٨٠٠٠٠

الخصم التجاري بطريقة النمر = $\frac{٩}{٣٦٠٠٠}$ × ٢٢٨٠٠٠٠ = ٥٧٠ جنيه

** العموله = مجموع القيم الإسميه × نسبة العموله

= ٣٨٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ٣٨ جنيه ٠

*مصاريف التحصيل للورقة الأولى = ٢٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ١ = ٢ جنيه

*مصاريف التحصيل للورقة الثانية = ٦٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٣ جنيهات

** ∴ مصاريف التحصيل = ٥ جنيه ٠

∴ الخصم الإجمالى = ٥٧٠ + ٣٨ + ٥ = ٦١٣ جنيه ٠

صافى ما يتسلمه العميل = مجموع القيم الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٣٨٠٠٠ – ٦١٣ = ٣٧٣٨٧ جنيه ٠

ولتصوير حافظة (فاتورة) الخصم ، نجد أنها تأخذ الشكل التالى :

المنصورة : في ١٥ /٢ / ٢٠٠٢

بيان صافى الأوراق التجاريه المقدمه من السيد / عزت عبد الباقي

*عدد الأوراق التجارية : ٤ *القيمة الاسمية : ٣٨٠٠٠ جنيه

*الصافي المستحق : ٣٧٣٨٧ جنيه *معدل الخصم : ٩٪ سنوياً

*معدل العمولة : ٠,٠١٪ (واحد في الألف)

*م. التحصيل : على الورقة الأولى والثانية ٠,٠٥٪ (نصف في الألف) أو بحد أدنى ٢ جنيه للورقة الواحدة

ويضاف مهلة سداد قدرها يوم واحد لكل ورقة

القيمه الإسميه	بيـــــان	تاريخ الإستحقاق	أيام	نمـــــر	مصاريف التحصيل
٢٠٠٠	كمبياله رقم (١)	٩٩/٣/٧	٢٠	٤٠٠٠٠	٢
٦٠٠٠	كمبياله رقم (٢)	٩٩/٣/٢٧	٤٠	٢٤٠٠٠٠	٣
١٠٠٠٠	كمبياله رقم (٣)	٩٩/٤/١٦	٦٠	٦٠٠٠٠٠	
٢٠٠٠٠	كمبياله رقم (٤)	٩٩/٤/٢٦	٧٠	١٤٠٠٠٠٠	
٣٨٠٠٠	مجـــمـــوع			٢٢٨٠٠٠٠	٥
	بيان بالخصم الخصم التجارى ٥٧٠ العموله ٣٨ مصاريف التحصيل ٥				
(٦١٣)	الخصم الإجمالى				
٣٧٣٨٧	صافي ما يتسلمه العميل من البنك				

مثال (٦)

فى ٢٢ / ٤ / ٢٠٠٢ تقدم محمود دويدار إلى بنك مصر الدولي (فرع المنصوره) لقطع الكمبيالات الآتيه :

١ – كمبياله رقم ٥٢ قيمتها الإسميه ٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٠٠٢/٧/٣١

٢ – كمبياله رقم ٥٣ قيمتها الإسميه ٥٠٠٠ جنيه تستحق فى ٢٠٠٢/٨/٣١

٣ – كمبياله رقم ٥٤ قيمتها الإسميه ١٠٠٠٠ ج تستحق فى ٢٠٠٢/٩/٣٠

٤ – كمبياله رقم ٥٥ قيمتها الإسميه ١٠٠٠٠ ج تستحق فى ٢٠٠٢/١٠/٣١

وفى ٢٢ / ٤ / ٢٠٠٢ وافق البنك على الخصم بالشروط الآتيه :

** يتقاضى البنك خصم تجارى بمعدل ٨٪ سنوياً

** يتم إضافة ٥ أيام كمهلة سداد

** العموله تُحسب بواقع ٠١٪ (واحد فى الألف)

** تُحسب مصاريف تحصيل بواقع ٠,٠٥٪ (نصف فى الألف) وبحد أدنى ٥ جنيهات للورقه الواحده ، والمطلوب :

١ – حساب صافى ما يتسلمه العميل من البنك ؟٠

٢ – تصوير فاتورة (حافظة) الخصم التى يقدمها البنك للتاجر ؟٠

الحل :

الورقة	أبريل	مايو	يونية	يولية	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	مهلة	المدة
١	٨	٣١	٣٠	٣١				٥	١٠٥
٢	٨	٣١	٣٠	٣١	٣١			٥	١٣٦
٣	٨	٣١	٣٠	٣١	٣١	٣٠		٥	١٦٦
٤	٨	٣١	٣٠	٣١	٣١	٣٠	٣١	٥	١٩٧

* مجمــوع النمر = [(١٠٥×٥٠٠٠) + (١٣٦×٥٠٠٠) + (١٦٦×١٠٠٠٠)

+ (١٩٧ × ١٠٠٠٠)] = ٤٨٣٥٠٠٠

الخصم التجاري الإجمالي بطريقة النمر =

= $\frac{٨}{٣٦٠٠٠}$ × ٤٨٣٥٠٠٠ = ١٠٧٤,٤ جنيه

** العموله = مجموع القيم الإسميه × نسبة العموله

= ٣٠٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ٣٠ جنيه .

*مصاريف التحصيل للكمبيالة رقم ٥١ = ٥٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٢,٥ = ٣ ج

*مصاريف التحصيل للكمبيالة رقم ٥٢ = ٥٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٢,٥ = ٣ ج

*مصاريف التحصيل للكمبيالة رقم ٥٣ = ١٠٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٥ جنيهات

*مصاريف التحصيل للكمبيالة رقم ٥٤ = ١٠٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٥ جنيهات

** ∴ مصاريف التحصيل = ١٦ جنيه .

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ١٠٧٤,٤٤٤ + ٣٠ + ١٦ = ١١٢٠,٤٤٤ جنيه .

صافى ما يتسلمه العميل = مجموع القيم الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٣٠٠٠٠ – ١١٢٠,٤٤٤ = ٢٨٨٧٩,٥٥٦ جنيه .

** ولتصوير حافظة (فاتورة) الخصم ، نجد أنها تأخذ الشكل التالى :

المنصورة فى ٢٢ / ٤ / ٢٠٠٢

بيان صافى الأوراق التجاريه المقدمه من السيد / محمود دويدار

* تاريخ القطع : ٢٠٠٢/٤/٢٢م
* عدد الأوراق : ٤ ورقات .
* معدل الخصم التجارى =٨٪ سنوياً
* نسبة العموله ٠١٪
* نسبة مصاريف التحصيل ٠,٥٪

القيمه الإسميه	بيـــــــان	تاريخ الإستحقاق	أيام	نمـــــــر	مصاريف التحصيل
٥٠٠٠	كمبياله رقم ٥١	٢٠٠٢/٧/٣١	١٠٥	٥٢٥٠٠٠	٣
٥٠٠٠	كمبياله رقم ٥٢	٢٠٠٢/٨/٣١	١٣٦	٦٨٠٠٠٠	٣
١٠٠٠٠	كمبياله رقم ٥٣	٢٠٠٢/٩/٣٠	١٦٦	١٦٦٠٠٠٠	٥
١٠٠٠٠	كمبياله رقم ٥٤	٢٠٠٢/١٠/٣١	١٩٧	١٩٧٠٠٠٠	٥
٣٠٠٠٠				٤٨٣٥٠٠٠	١٦
	بيان بالخصم ١٠٧٤,٤٤٤ الخصم التجارى ٣٠,٠٠٠ العموله ١٦,٠٠٠ مصاريف التحصيل				
١١٢٠,٤٤٤	الخصم الإجمالى				
٢٨٨٧٩,٥٥٦	صافي ما يتسلمه العميل من البنك				

تمارين محلولة على المبحث الثاني

(تمرين ١)

تقدم أحد التجار الى بنك القاهرة في أول مارس ١٩٩٩ لخصم كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٥٠٠٠ جنيه وتستحق في ٢٨ يونيو ١٩٩٣ فإذا كان البنك يتبع ما يأتي في خصم الكمبيالات :

١. يحسب الخصم على أساس معدل فائدة قدره ٧,٥٪ سنوياً.
٢. يتقاضى البنك عمولة مقدارها ٠,١٪ من القيمة الاسمية للكمبيالة .
٣. يتقاضى البنك مصاريف تحصيل ٠,٥ في الألف من القيمة الاسمية للكمبيالة
٤. يضيف البنك مهلة سداد قدرها يوم واحد .

إحسب صافي ما يتسلمه التاجر من البنك في أول مارس خصماً لهذه الكمبيالة .

الحـــل :

مارس ابريل مايو يونيو مهلة

المدة = ٣٠ + ٣٠ + ٣١ + ٢٨ + ١ = ١٢٠ يوم

•• الخصم التجارى = $٢٥٠٠٠ \times \frac{٧,٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠} = \boxed{٦٢٥}$ جنيه •

•• العموله = $٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠} = \boxed{٢٥}$ جنيه •

مصاريف التحصيل= $٢٥٠٠٠ \times \frac{٠,٥}{١٠٠٠} = \boxed{١٢,٥}$ جنيه

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ٦٢٥ + ٢٥ + ١٢,٥ = ٦٦٢,٥ جنيه •

صافى ما يتسلمه العيل = القيمه الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٢٥٠٠٠ – ٦٦٢,٥ = ٢٤٣٣٧,٥ جنيه •

(تمرين ٢)

قطع تاجر كمبيالة بأحد البنوك يوم ١٦ ابريل ٢٠٠٠ قيمتها ٣٥٠٠٠ جنيه بمعدل الخصم التجاري ٨٪ سنوياً وعمولة ٠,١٪ (واحد في الألف) ومصاريف تحصيل بواقع ٠,٠٥٪ (٠,٥ في الالف) بشرط الا تقل مصروفات التحصيل عن ١٠ جنيهات وأن البنك يضيف على المدة الباقية على إستحقاق الكمبيالة يوماً واحداً كمهلة للتحصيل ، والمطلوب :

حساب صافي ما يتسلمه هذا التاجر إذا كان تاريخ إستحقاق الكمبيالة ١٤ يونيو من نفس العلم ؟ .

الحـــل :

نوجد أولاً مدة الخصم كما يلي :

ابريل مايو يونيو مهلة

$$ مدة الخصم = ١٤ + ٣١ + ١٤ + ١ = ٦٠ يوم

** الخصم التجارى = ٣٥٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٦٠}{٣٦٠}$ = **٤٦٦,٦٧** جنيه .

** العموله = ٣٥٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = **٣٥** جنيه .

مصاريف التحصيل= ٣٥٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = **١٧,٥** جنيه

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العموله + مصاريف التحصيل

= ٤٦٦,٦٧ + ٣٥ + ١٧,٥ = ٥١٩,١٧ جنيه .

صافى ما يتسلمه العميل = القيمه الإسميه – الخصم الإجمالى

= ٣٥٠٠٠ – ٥١٩,١٧ = ٣٤٤٨٠,٨٣ جنيه .

(تمرين ٣)

كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٦٠٠٠ جنيه وتستحق الدفع في ١٥ أكتوبر عام ٢٠٠٠م قطعت في أحد البنوك التجارية بتاريخ ١٨ يوليو من نفس العام فإذا علمت أن البنك يتقاضى عمولة بنسبة ٠,١٪ (١ في الألف) ومصروفات تحصيل مقدارها ٠,٠٥٪ (٠,٥ في الالف) بحد أدنى ٥ جنيهات علماً بأن معدل الخصم التجاري ٩٪ سنوياً ، فالمطلوب :

(١) تحديد صافي ما يتقاضاه العميل

(٢) تحديد معدل الخصم الإجمالي

الحل :

•• مدة الخصم = ٨٩ يوم ٠

•• الخصم التجارى = ٣٦٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٨٩}{٣٦٠}$ = [٨٠١] جنيه ٠

•• العموله = ٣٦٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = [٣٦] جنيه ٠

مصاريف التحصيل= ٣٦٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = [١٨] جنيه

∴ الخصم الإجمالى = ٨٠١ + ٣٦ + ١٨ = <u>٨٥٥ جنيه</u> ٠

صافى ما يتسلمه العميل = ٣٦٠٠٠ – ٨٥٥ = <u>٣٥١٤٥ جنيه</u> ٠

معدل الخصم الإجمالي = $\frac{\text{الخصم الإجمالى}}{\text{القيمه الإسميه × المده}}$

∴ معدل الخصم الإجمالي = $\frac{٨٥٥}{٣٦٠٠٠ \times \frac{٨٩}{٣٦٠}}$

= ٠,٠٩٦١ = ٩,٦١ ٪

(تمرين ٦)

في أول فبراير من عام ٢٠٠١م قطع عبد العزيز فهمي التاجر بدمياط الأوراق التجارية التالية في بنك القاهرة فرع دمياط :-

كمبيالة بمبلغ ٨٠٠٠ جنيه إستحقاق ٢٠ مارس ١٩٩٩

كمبيالة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه إستحقاق ٢٨ مارس ١٩٩٩

كمبيالة بمبلغ ٧٠٠٠ جنيه إستحقاق ٢ مايو ١٩٩٩

كمبيالة بمبلغ ٩٠٠٠ جنيه إستحقاق ١٧ مايو ١٩٩٩

كمبيالة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه إستحقاق ٢٥ مايو ١٩٩٩

فإذا كان البنك يخصم الأوراق التجارية بمعدل ٨٪ سنوياً ويتقاضى عمولة بمعدل ٠,١٪ (واحد في الألف) من القيمة الاسمية للورقة ويتقاضى مصروفات تحصيل ٠,٠٥٪ بحد أدنى ١,٥ جنيه للورقة الواحدة .والمطلوب تصوير فاتورة الخصم .

الحـــل :

مدد خصم الأوراق التجارية : -

		فبراير		مارس		ابريل		مايو	
مدة الورقة الأولى	=	٢٧	+	٢٠					=٤٧ يوم
مدة الورقة الثانيـــة	=	٢٧	+	٢٨					=٥٥ يوم
مدة الورقة الثالثـــة	=	٢٧	+	٣١	+	٣٠	+	٢	= ٩٠ يوم
مدة الورقة الرابعة	=	٢٧	+	٣١	+	٣٠	+	١٧	= ١٠٥ يوم
مدة الورقة الخامســة	=	٢٧	+	٣١	+	٣٠	+	٢٥	= ١١٣ يوم

ومن هنا يكون :

☒ الخصم التجاري :

• مجمـــــــوع النمر = [(٤٧×٨٠٠٠) + (٥٥×١٠٠٠٠) + (٩٠×٧٠٠٠)

+ (٩٠٠٠ × ١٠٥) +(١١٣×١٠٠٠٠)] = ٢٦٣١٠٠٠

الخصم التجاري الإجمالي بطريقة النمر =

= $\frac{٨}{٣٦٠٠٠}$ × ٢٦٣١٠٠٠ = ٥٨٤,٦٧ جنيه

** العموله = مجموع القيم الإسميه × نسبة العموله

= ٤٤٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ٤٤ جنيه ٠

•مصاريف التحصيل للورقة الأولى = ٨٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٤ جنيه

•مصاريف التحصيل للورقة الثانية = ١٠٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٥ جنيهات

•مصاريف التحصيل للورقة الثالثة = ٧٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٣,٥ جنيه

•مصاريف التحصيل للورقة الرابعة = ٩٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٤,٥ جنيهات

•مصاريف التحصيل للورقة الخامسة = ١٠٠٠٠ × $\frac{٠,٥}{١٠٠٠}$ = ٥ جنيهات

** ∴ مصاريف التحصيل = ٢٢ جنيه ٠

∴ الخصم الإجمالى = الخصم التجاري + العمولة + مصاريف التحصيل

= ٥٨٤,٦٧ + ٤٤ + ٢٢ = ٦٥٠,٦٧ جنيه ٠

صافى ما يتسلمه العميل = ٤٤٠٠٠ – ٦٥٠,٦٧ = ٤٣٣٤٩,٣٣ جنيه ٠

ولتصوير حافظة (فاتورة) الخصم ، نجد أنها تأخذ الشكل التالى :

دمياط : في ١ فبراير ٢٠٠٢م

بيان صافى الأوراق التجاريه المقدمه من السيد / عبد العزيز فهمي

*عدد الأوراق التجارية : ٥

*القيمة الاسمية : ٤٤٠٠٠ جنيه

*الصافي المستحق : ٤٣٣٤٩,٣٣ جنيه

*معدل الخصم : ٨٪ سنوياً

*معدل العمولة : ٠,٠١٪ (واحد في الألف)

*م. التحصيل : ٠,٠٥٪ (نصف في الألف) أو بحد أدنى ١,٥ جنيه للورقة الواحدة

القيمه الإسميه	بيـــــان	تاريخ الإستحقاق	أيام	نمــــر	مصاريف التحصيل
٨٠٠٠	كمبياله رقم (١)	٩٩/٣/٢٠	٤٧	٣٧٦٠٠٠	٤
١٠٠٠٠	كمبياله رقم (٢)	٩٩/٣/٢٨	٥٥	٥٥٠٠٠٠	٥
٧٠٠٠	كمبياله رقم (٣)	٩٩/٥/٢	٩٠	٦٣٠٠٠٠	٣,٥
٩٠٠٠	كمبياله رقم (٤)	٩٩/٥/١٧	١٠٥	٩٤٥٠٠٠	٤,٥
١٠٠٠٠	كمبياله رقم (٥)	٩٩/٥/٢٥	١١٣	١١٣٠٠٠٠	٥
	مجـــمـــوع			٢٦٣١٠٠٠	٢٢
	بيان بالخصم				
	٥٨٤,٦٧ الخصم التجارى				
	٤٤ العموله				
	٢٢ مصاريف التحصيل				
(٦٥٠,٦٧)	الخصم الإجمالى				
٤٣٣٤٩,٣٣	صافي ما يتسلمه العميل من البنك				

تمارين على المبحث الثاني

(١) قطع تاجر الأوراق المالية التالية في بنك مصر الدولي فرع المنصورة :

كمبيالة قيمتها الاسمية ١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦٠ يوماً

كمبيالة قيمتها الاسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥٠ يوماً

كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤٠ يوماً

فإذا كان معدل الخصم التجاري ٩٪ والعمولة ٠,١٪ (واحد في الألف) ومصاريف التحصيل ٠,٠٥٪ (نصف في الألف) .. والمطلوب حساب صافي ما يتسلمه التاجر ثم عمل حافظة (فاتورة) الخصم التي يقدمها البنك للتاجر .

(٢) في أول مارس عام ٢٠٠٠م قطع تاجر الأوراق التالية:

كمبيالة بمبلغ ٦٠٠٠ جنيه تستحق في ١١ ابريل من نفس العام

كمبيالة بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه تستحق في ١٥ مايــــو من نفس العام

كمبيالة بمبلغ ٩٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٨ مايــــــو من نفس العام

كمبيالة بمبلغ ١٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٩ يونيـــــــه من نفس العام

المطلوب عمل فاتورة الخصم التي يقدمها البنك للتاجر علماً بأن البنك خصم هذه الأوراق بمعدل ٨,٥٪ سنوياً وحسب عمولة تحصيل بمعدل ٠,١١٪ ومصروفات تحصيل على الورقتين الثانية والرابعة فقط بمعدل ٠,٠٥٪ بحد أدنى ١,٥ جنيه .

(٣) في ١/٣/ ١٩٩٩م قطع تاجر كمبيالة قيمتها ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد في ٢٨ /١٩٩٩/٨ والمطلوب حساب صافي المستحق للتاجر ، علماً بأن البنك يضيف مهلة للسداد يوم واحد ويتقاضى عمولة ٠,١٪ (واحد في الألف) كما يتقاضى مصروفات تحصيل بمعدل (نصف في الألف) من ويحسب الخصم على أساس معدل الخصم السنوي ٩٪ ؟ .

(٤) فى ١٠ / ٦ / ٢٠٠٠ تقدم شخص إلى بنك مصر لقطع الكمبيالات الآتيه :

كمبياله على تاجر بالقاهرة قيمتها ١٠٠٠ جنيه إستحقاق ١٩٩٨/٨/١٨

كمبياله على تاجر بالأسكندرية قيمتها ١٥٠٠ جنيه إستحقاق ١٩٩٨/٩/١٧

كمبياله على تاجر بطنطا قيمتها ٢٠٠٠ جنيه إستحقاق ١٩٩٨/١٠/٧

كمبياله رقم ٥٢٤ قيمتها ١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١٩٩٨/١٠/٣١

وفى ١٠ / ٦ / ١٩٩٨م وافق البنك على الخصم بالشروط الآتيه :

** معدل الخصم التجارى ٩٪ سنوياً ** يتم إضافة يوم واحد كمهلة سداد

** العموله تُحسب بواقع ٠.٢٪ ** تُحسب مصاريف تحصيل بواقع ٠.١٪ أو ١,٥ جنيه أيهما أكثر للورقه الواحده ، والمطلوب :

١ – حساب صافى ما يتسلمه العميل من البنك ؟.

٢ – تصوير فاتورة (حافظة) الخصم التى يقدمها البنك للتاجر ؟.

(٥) فى ٥ / ١ / ١٩٩٩م تقدم شخص إلى بنك الأسكندرية فرع المنصوره) لقطع الكمبيالات الآتيه :

١ – كمبياله رقم ٢١ قيمتها الإسميه ١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١٩٩٩/٥/٣

٢ – كمبياله رقم ٢٢ قيمتها الإسميه ٣٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١٩٩٩/٤/١٢

٣ – كمبياله رقم ٢٣ قيمتها الإسميه ٤٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١٩٩٩/٣/١٥

٤ – كمبياله رقم ٢٤ قيمتها الإسميه ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١٩٩٩/٢/١٦

وفى ٥ / ١ / ١٩٩٩م وافق البنك على الخصم بالشروط الآتيه :

** يتقاضى البنك خصم تجارى بمعدل ١٤٪ ** يتم إضافة ٣ أيام كمهلة سداد

** العموله تُحسب بواقع ٠.١٪ ** تُحسب مصاريف تحصيل بواقع ٠.٢٪

والمطلوب : حساب صافى المستحق للعميل ؟ وتصوير فاتورة (حافظة) الخصم ؟.

المبحث الثالث

البيع بنظام التقسيط

Instalement

لترويج العمليات التجاريه ، وخاصةً عملية البيع يقوم التاجر بتقديم تسهيلات فى البيع ، ومن تلك التسهيلات عملية البيع بالتقسيط وخاصةً فيما يتعلق بالسلع المعمره ، وفى مثل هذه الحالات يقوم التاجر بتحديد السعر على الأساس النقدى ثم يقوم بإضافة نسبه معينه إلى ذلك السعر النقدى ، ومن ثم يتم تنظيم السداد على عدد محدد من الأقساط المتساويه ٠

ونجد أن أهم الجوانب العملية لتطبيق قانون القيمة الحالية للدفعات يكون في حالة البيع بالتقسيط ، حيث أن الأمر يقتضى بالنسبة لبعض التجار بيع السلع المعمرة كالثلاجات والسيارات والتلفزيونات بالتقسيط للأفراد. فيقوم التجار بتحديد سعر البيع النقدي Cash money payment لسلعهم ثم يقومون بإضافة نسبة معينة الى قيمة السلعة ، وينظم السداد على عدد معين من الأقساط المتساوية .

وعلى ذلك ، فإنه من الناحيه الرياضيه نجد أن :

الثمن النقدى للسلعه = القيمه الحاليه للأقساط المتساويه

والتطبيقات التاليه توضح كيفية تحديد معدلات الخصم ومعدلات الفائده التى يحققها التاجر ، وكذلك الأساس الرياضى للمفاضله بين الشراء نقداً أو بالتقسيط ٠

مثال (١)

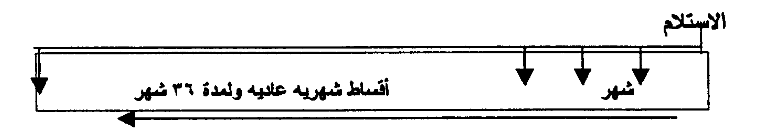
إشترى شخص سياره بنظام التقسيط ، وكانت الشروط كما يلى :

١ – يسدد نقداً عند الإستلام مبلغ ١٩٠٨٨ جنيه ٠

٢ – يقوم بدفع قسط شهرى قدره ٢٠٠٠ جنيه يُدفع آخر كل شهر يبدأ أولها بعد شهر من التعاقد ، وذلك لمدة ثلاث سنوات ٠

فإذا كان معدل الخصم التجارى السائد فى سوق السيارات عند البيع بالتقسيط هو ١٠ ٪ سنوياً ، المطلوب : معرفة السعر النقدى للسياره ؟٠

الحل :



السعر النقدي للسياره = القيمه الحاليه للمبالغ التى تُدفع بنظام التقسيط

= المبلغ المقدم نقداً + القيمه الحاليه للأقساط (للدفعات)

وحيث أن الأقساط في صورة دفعات عادية ، فإن :

الثمن النقدي للسيارة =

$$= \text{المبلغ المقدم} + (\text{د} \times \text{م}) - \left[\text{د} \times \bar{\text{ع}} \times \frac{\text{م}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= \text{١٩٠٨٨} + (\text{٣٦} \times \text{٢٠٠٠}) - \left[\text{٢٠٠٠} \times \frac{\text{١٠}}{\text{١٠٠}} \times \frac{\text{٣٦}}{\text{٢}} \times \left(\frac{\text{٣٦} + \text{١}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= \text{١٩٠٨٨} + \text{٧٢٠٠٠} - \text{١١١٠٠}$$

= **٨٩٩٨٨** جنيه ٠

مثال (٢)

في أحد معارض السيارات تباع السياره (كورولا) بالنظام التالى :

١ – الثمن النقدى عند الإستلام هو مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه ٠

٢ – ثمن السياره بالتقسيط هو مبلغ ١٠٨٠٠٠ جنيه على أساس دفع ١٢ قسط شهرى متساوى يُدفع أولها بعد شهر من التعاقد ، وقيمة القسط ٩٠٠٠ جنيه ، وذلك لمدة سنه كامله ٠ والمطلوب :

١. تحديد معدل الخصم التجارى
٢. معدل الفائده الذي يستثمر به المعرض أمواله ؟٠

الحل :

∵ الثمن النقدي للسياره = القيمه الحاليه للمبالغ التى تُدفع بنظام التقسيط

= القيمه الحاليه للأقساط (للدفعات)

$$\therefore ١٠٠٠٠٠ = (١٢ \times ٩٠٠٠) - \left[٩٠٠٠ \times \bar{ع} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٢+١}{١٢} \right) \right]$$

$$\therefore ١٠٠٠٠٠ = ١٠٨٠٠٠ - ٥٨٥٠٠ \, \bar{ع}$$

$$\therefore ٥٨٥٠٠ \, \bar{ع} = ٨٠٠٠$$

∴ معدل الخصم التجاري $= \bar{ع} = \frac{٨٠٠٠}{٥٨٥٠٠} = ١٣,٦٧٥$ ٪ سنوياً٠

ومن ناحية أخرى ، وباستخدام العلاقه بين معدل الخصم التجارى [$\bar{ع}$] ومعدل الفائده [ع] ، نجد أن :

معدل الفائدة $= ع = \frac{\bar{ع}}{١ - (\bar{ع} \, ن)} = \frac{٠,١٣٦٧٥}{١ - \left(\frac{١٣,٦٧٥}{١٠٠} \times ١ \right)}$

$= ٠,١٥٨٤ = ١٥,٨٤$ ٪ سنوياً٠

مثال (٣)

تاجر يبيع جهاز كهربائى بالنظام التالي :

١ - يبلغ ثمن الجهاز ١٠٠٠٠ جنيه في حالة الدفع فوراً :

٢ - في حالة البيع الآجل يضيف التاجر نسبة مقدارها ١٢٪، ويحصل على الثمن فى شكل ٢٠ قسطاً متساوياً، يدفع القسط في بداية كل شهر لمدة عشرين شهراً والمطلوب: تحديد معدل الخصم التجاري الذي يحققه التاجر ، ومعدل الفائدة الذي يستثمر به أمواله .؟

الحل :

ثمن الشراء الآجل = الثمن النقدى + ١٢٪ من الثمن النقدى.

= ١٠٠٠٠ + (١٠٠٠٠ × ٠,١٢) = ١١٢٠٠ جنيه.

$$\text{قيمة القسط الشهري} = \frac{\text{١١٢٠٠}}{\text{٢٠}} = \text{٥٦٠ جنيه}$$

∴ السعر النقدي للجهاز = القيمه الحاليه للمبالغ التى تُدفع بنظام التقسيط

= القيمه الحاليه للأقساط (للدفعات)

$$\therefore \text{١٠٠٠٠} = (\text{٥٦٠}\times\text{٢٠}) - \left[\text{٥٦٠}\times\bar{\text{ع}}\times\frac{\text{٢٠}}{\text{٢}}\times\left(\frac{\text{٢٠}-\text{١}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$\therefore \text{١٠٠٠٠} = \text{١١٢٠٠} - \text{٨٨٦٦,٦٦٧}\ \bar{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{٨٨٦٦,٦٦٧}\ \bar{\text{ع}} = \text{١٢٠٠}$$

$$\therefore \text{معدل الخصم التجاري} = \bar{\text{ع}} = \frac{\text{١٢٠٠}}{\text{٨٨٦٦,٦٦٧}} = \text{١٣,٥٣ ٪ سنوياً}$$

$$\text{معدل الفائدة} = \text{ع} = \frac{\bar{\text{ع}}}{\text{١}-(\bar{\text{ع}}\ \text{ن})} = \frac{\text{٠,١٣٥٣}}{\text{١}-\left(\frac{\text{١٣,٥٣}}{\text{١٠٠}}\times\frac{\text{٢٠}}{\text{١٢}}\right)} = \text{١٧,٤٧ ٪}$$

مثال (٤)

إشترى محمود دويدار سياره (بيجو مستعملة) وتعهد بأن يدفع الثمن على ١٢ قسط شهرى متساوى يُدفع أولها بعد شهر من التعاقد ، وقيمة القسط ٢٠٠٠ جنيه ، والمطلوب : تحديد الثمن النقدي للسيارة علماً بأن معدل الخصم التجارى ١٠ ٪ سنوياً ؟.

الحل :

∵ الثمن النقدي للسياره = القيمه الحاليه للمبالغ التى تُدفع بنظام التقسيط

= القيمه الحاليه للأقساط (للدفعات)

$$= (12 \times 2000) - \left[2000 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \times \left(\frac{12+1}{12} \right) \right]$$

=٢٤٠٠٠ − ١٣٠٠ = ٢٢٧٠٠ جنيه

مثال (٥)

إشترى شخص سياره وتعهد بأن يدفع الثمن على ١٢ قسط شهرى يُدفع أولها بعد شهر من التعاقد ، وقيمة القسط ٢٠٠٠ جنيه ، والمطلوب : تحديد الثمن النقدي للسيارة علماً بأن معدل الفائدة ١٠ ٪ سنوياً ؟.

الحل :

نظراً لأن المذكور هو معدل فائدة وليس معدل خصم

جملة الثمن النقدي للسياره = جملة المبالغ التى تُدفع بنظام التقسيط

= جملة الأقساط (الدفعات)

وبفرض أن الثمن النقدي هو [أ]

$$\text{أ} \left[1 + (\text{ع ن}) \right] = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{2} \times \left(\frac{\text{ش} - \overline{\text{ش}}}{12} \right) \right]$$

$$\therefore \text{أ} \left[1 + \left(\frac{10}{100} \times 1 \right) \right] =$$

$$(12 \times 2000) + \left[2000 \times \frac{10}{100} \times \frac{12}{2} \times \left(\frac{12 - 1}{12} \right) \right]$$

∴ ١,١ أ = ٢٤٠٠٠ + ١١٠٠ = ٢٥١٠٠

$$\therefore \text{أ} = \text{الثمن النقدي للسيارة} = \frac{25100}{1{,}1} = 22818{,}18 \text{ جنيه .}$$

مثال (٦)

تعاقد السيد المصري على شبكة تكييف مركزي للشقة بحيث أن الثمن الفوري هو ١٥٠٠٠ جنيه ، وكان الإتفاق على دفع ٣٠٠٠ جنيه فوراً وتعهد بأن يدفع الباقي على أقساط شهريه قيمة كل منها ٤٠٠ جنيه يُدفع أولها بعد شهر من التعاقد ، والمطلوب : تحديد معدل الفائدة المُستخدم ؟.

الحل :

المبلغ النقدي المطلوب سداده الآن = ١٥٠٠٠ – ٣٠٠٠ = ١٢٠٠٠ جنيه

ويمكن الوصول لمعدل الفائدة (ع) المُستخدم بطريقتيْن :

الطريقة الأولى :

∵ المبلغ النقدي = القيمه الحاليه للأقساط (للدفعات العادية)

$$\therefore 12000 = (400 \times 36) - \left[400 \times \overline{ع} \times \frac{36}{2} \times \left(\frac{36 + 1}{12} \right) \right]$$

$$\therefore 12000 = 14400 - 22200 \ \overline{ع}$$

$$\therefore 22200 \ \overline{ع} = 2400$$

$$\therefore \text{معدل الخصم التجاري} = \overline{ع} = \frac{2400}{22200} = 10{,}8 \ \% \text{ سنوياً.}$$

وبالتالي يكون :

معدل الفائدة = ع = $\frac{\bar{ع}}{1-(\bar{ع}\,ن)}$ = $\frac{0.108}{1-\left(\frac{10.8}{100}\times\frac{36}{12}\right)}$ = ١٦ ٪

الطريقة الثانية :

جملة المبلغ النقدي = جملة الأقساط (الدفعات العادية)

وبفرض أن الثمن النقدي هو [أ]

أ [١ + (ع ن)] = (د × م) + $\left[د \times ع \times \frac{م}{2} \times \left(\frac{ش - \bar{ش}}{12}\right)\right]$

∴ ١٢٠٠٠ [١ + (ع × ٣)] =

(٤٠٠ × ٣٦) + $\left[400 \times ع \times \frac{36}{2} \times \left(\frac{36-1}{12}\right)\right]$

∴ ١٢٠٠٠ + ٣٦٠٠٠ ع = ١٤٤٠٠ + ٢١٠٠٠ ع

∴ ٣٦٠٠٠ ع – ٢١٠٠٠ ع = ١٤٤٠٠ – ١٢٠٠٠

∴ ١٥٠٠٠ ع = ٢٤٠٠

∴ معدل الفائدة = ع = $\frac{2400}{15000}$ = ١٦ ٪

مثال (٧)

فى أحد معارض الموبيليا تباع إحدى أنواع غرف السفرة بالنظام التالى :

١ – الثمن النقدى عند الإستلام هو مبلغ ٧٠٠٠ جنيه ٠

٢ – عند التقسيط يُسدد الثمن خلال سنتيْن على أقساط متساوية ، بحيث يُدفع القسط في أول كل شهريْن (يُدفع الأول منها عند التعاقد) ، ويكون ذلك على أساس أن معدل الفائدة هو ١٦,٢ ٪ سنوياً ٠

والمطلوب :

حساب القسط المتساوي علماً بأن المعرض بضيف جنيه واحد على القسط مقابل التمغة والتحصيل ؟.

الحل :

* د = ؟؟؟؟؟ * $\bar{\text{ش}}$ = ٢ شهر * ش = ٢ × ١٢ = ٢٤ شهر

* عدد الأقساط = م = $\frac{\text{ش}}{\bar{\text{ش}}} = \frac{24}{2}$ = ١٢ قسط * ع = ١٦,٢ ٪

جملة الثمن النقدي = جملة الأقساط (الدفعات الفورية)

وبفرض أن الثمن النقدي هو [أ]

$$\therefore \text{أ} \left[1 + (\text{ع}\ \text{ن}) \right] = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{2} \times \left(\frac{\text{ش} + \bar{\text{ش}}}{12} \right) \right]$$

$$\therefore 7000 \left[1 + \left(\frac{162}{1000} \times 2 \right) \right] =$$

$$(\text{د} \times 12) + \left[\text{د} \times \frac{162}{1000} \times \frac{12}{2} \times \left(\frac{24 + 2}{12} \right) \right]$$

∴ ٩٢٦٨ = ١٢ د + ٢,١٠٦ د

∴ ٩٢٦٨ = ١٤,١٠٦ د

∴ د = $\frac{9268}{14.106}$ = ٦٥٧ جنيه

∴ القسط المتساوي المدفوع في بداية كل شهرين =

= ٦٥٧ + ١ = **٦٥٨** جنيه.

تمارين على المبحث الثالث

(١) تاجر يبيع الثلاجة الكهربائية بمبلغ ١١٢٠ جنيه، وفي حالة البيع بالتقسيط يوهم عملائه بأنه يتقاضى الفوائد البسيطة بمعدل ٨٪ وذلك لأنه يضيف ٨٪ على ثمن البيع النقدي ويقسم الجملة على ١٢ ويطالب عملاؤه بسداد القسط في أول كل شهر لمدة ١٢ شهراً ، أوجد معدل الفائدة الحقيقي الذي يستثمر به أمواله .

(٢) تاجر يبيع جهاز تلفزيون نقداً بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه، وفي حالة البيع بالتقسيط يضيف ٦٪ على ثمن البيع النقدي ويقسم الجملة على ١٢ ويطالب عملاؤه بسداد القسط أول كل شـــــهر لمدة أثنتي عشر شهراً ، أوجد معدل الفائدة الحقيقي الذي يستثمر به التاجر أمواله .

(٣) تاجر يبيع جهاز التلفزيون الملون بالنظام التالي :

١ - يبلغ ثمن الجهاز ٢٤٠٠ جنيه في حالة الدفع فوراً .

٢ - في حالة البيع الآجل يضيف التاجر نسبة مقدارها ٨٪ على الثمن لتصبح ٢٥٩٢ جنيه ويحصل على ١٢ قسطاً متساوياً قيمة كل قسط ٢١٦ جنيه ويدفع القسط في نهاية كل شهر لمدة أثنتي عشر شهراً والمطلوب:

أولاً: تحديد معدل الخصم التجارى الذي يحققه التاجر.

ثانياً : معدل الفائدة الذي يستثمر به أمواله .

(٤) تاجر يبيع جهاز كهربائى بالنظام التالي :

١ - يبلغ ثمن الجهاز ٩٠٠٠ جنيه في حالة الدفع فوراً .

٢ - في حالة البيع الآجل يضيف التاجر نسبة مقدارها ٩٪ على الثمن ليصبح الثمن الآجل ٩٨١٠ جنيه ، يُدفع على ١٨ قسطاً متساوياً، قيمة كل قسط ٥٤٥ جنيه ويدفع القسط في نهاية كل شهر ولمدة ١٨ (ثمانية عشر) شهراً.

والمطلوب:

أولاً: تحديد معدل الخصم التجاري الذي يحققه التاجر.

ثانياً : معدل الفائدة الذي يستثمر به أمواله.

(٥) فى أحد معارض السيارات المستعملة تباع السياره (نصر) بالنظام التالى :

١ – الثمن النقدى عند الإستلام هو مبلغ ١٦٠٠٠ جنيه ٠

٢ – ثمن السياره بالتقسيط هو مبلغ ١٧٢٨٠ جنيه على أساس دفع ١٢ قسط شهرى متساوى يُدفع أولها بعد شهر من التعاقد ، وقيمة القسط ١٤٤٠ جنيه وذلك لمدة سنه كامله ٠

والمطلوب :

i. تحديد معدل الخصم التجارى

ii. معدل الفائده الذي يستثمر به المعرض أمواله ؟٠

(٦) إشترى شخص سيارة بالتقسيط حيث سدد ٣٨٠٣,٦ جنيه من ثمنها مقدماً وإتفق مع البائع على سداد باقي الثمن بأقساط ربع سنوية متساوية وبفائدة معدلها ١٢٪ سنوياً ، إحسب ثمن السيارة النقدي إذا علم أن قيمة القسط الربع سنوي هو ٣٠٠٠ جنيه وأن مدة سداد الأقساط سنة واحدة .

المبحث الرابع

إســتبدال الديون قصيرة الأجل

وتاريخ الإســتحقاق المتوسـط

يتمثل الهدف في هذا المبحث في عملية تعديل الديون (يمكن اعتبار عمليات القطع من عمليات التسوية أو تعديل الديون) بمعنى أنه قد يطلب المدين من الدائن نظراً لظروفه المالية تعديل واستبدال ما هو مدين به بمواعيد أخرى غير مواعيد استحقاق الديون وكذلك تعديل طريقة الدفع ويطلق أحياناً على عملية تسوية الديون بعملية تعديل أو استبدال الديون.

والعدالة بين الدائن والمدين تقتضى أنه يجب أن لا يُضار أى من الدائن أو المدين من جراء عملية تعديل الدين أو إستبداله بدين أخر جديد. والقاعدة العامة لتسوية الديون واستبدالها تتلخص في أن يكون مجموع القيم الحالية للديون القديمة وقت التسوية لابد وأن تكون مساوياً لمجموع القيمة الحالية للديون الجديدة وقت التسوية .

وبمعنى أوسع لابد أن تكون قيمة الديون القديمة في تاريخ الاستبدال مساوية لقيمة الديون الجديدة في نفس التاريخ و يقصد بقيمة الدين قيمته الحالية أو جملته حسب الأحوال .

ونخلص مما سبق أنه كثيراً ما يصادف رجال الأعمال سواء كانوا دائنين أو مدينين نقص فى السيوله النقديه اللازمه لمزاولة أعمالهم ، وفى مثل هذه الظروف غالباً ما يتم الإتفاق بين طرفي العلاقه التجاريه على طريقه جديده لسداد الديون ٠

فقد يتفق المدين مع الدائن على طريقه لسداد ديونه تساعد على الوفاء بتلك الديون وفى نفس الوقت لاتمثل ضرر لأي من الطرفين ٠ ومن ناحية أخرى فقد يحتاج الدائن لسيوله نقديه ، فيطلب من المدين التعجيل فى سداد بعض أو كل ما عليه من ديون أو تعديل فى نظام السداد بما يسمح بدفع جزء من هذه الديون بصفه فوريه وإعادة توزيع طريقة سداد باقى الديون مستقبلاً ، وفى كل هذه التصرفات يجب أن تتم بحيث لايكون هناك ضرر لأي من المدين أو الدائن ٠

ويمكن تسوية الديون على أساس سداد مبلغ واحد فقط أو على أساس سداد عدة مبالغ ٠وعلى ذلك ، فإن تسوية الديون بهذه الطريقه تعنى تعديل طريقة سداد ما على المدين من ديون ، وقد يكون هذا التعديل فى قيم الديون أو فى تاريخ الإستحقاق أو فى العنصرين معاً ٠ وعند إجراء تسوية الديون ، وحتى لايُضار أي من طرفى العلاقه التجاريه ، فإنه يجب تطبيق القاعده العامه لتسوية واستبدال الديون ، حيث أنه فى تاريخ التسويه لابد أن يكون :

قيم الديون القديمه = قيم الديون الجديده

ولتطبيق هذه القاعده عند تسوية الديون ، فإن الأمر يحتاج إما إيجاد قيم حاليه أو جمله للديون المختلفه ، ويجب إيجاد القيم الحاليه على أساس معدل خصم تجارى ويتم حساب الجمله على أساس معدل الفائده ، وهنا تواجهنا إحدى الحالات التاليه :

(١) إذا كان تاريخ التسويه سابق لكل تواريخ استحقاق الديون القديمه والجديده يتم تطبيق العلاقه :

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

(٢) إذا كان تاريخ التسويه لاحق لكل تواريخ استحقاق الديون القديمه والجديده يتم تطبيق العلاقه :

جملة الديون القديمه = جملة الديون الجديده

(٣) إذا كان تاريخ التسويه يقع بين تواريخ استحقاق الديون القديمه والجديده يتم تطبيق العلاقه :

جملة الديون القديمه السابقه للتاريخ + القيم الحاليه للديون القديمه اللاحقه للتاريخ = جملة الديون الجديده السابقه للتاريخ+القيم الحاليه للديون الجديده اللاحقه للتاريخ

ولتطبيق القواعد السابقة في استبدال الديون يجب التنويه بوجود صورتين أساسيتين من صور الإستبدال وهما :

١- تسوية الديون على أساس سداد مبلغ واحد فقط

٢- تسوية الديون على أساس سداد عدة مبالغ

وفيما يلي نتناول كل من الصورتين على نحو من التفصيل ٠

تسوية الديون على أساس مبلغ واحد فقط :

قد يتم استبدال الديون القديـــمة بدين واحد فقط جديد ، فإذا وجد المدين أن ظروفه سوف تسمح له في تاريخ محدد في المســـتقبل أن يوفي بـــجميع التزاماته المتمثلة في ديون أو في أوراق تجارية تستحق قبل أو بعد هذا التاريخ المحدد فإنه يسعى إلى عقد اتفاق مع الدائن لاستبدال مجموعة الديون والأوراق التجارية بدين واحد أو ورقة تجارية واحدة . ويصبح المهم قبول الدائن التاريخ المحدد في المستقبل بمعنى آخر فإن المطلوب في هذه الحالة يصبح تحديد القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية الجديدة .

وينبغي التنبيه إلى أن المعالجة المنفردة لكل مبلغ من مبالغ الديون المراد تسويتها تعنى أن تلك التي يقع تاريخ استحقاقها قبل الموعد المحدد للسداد يستحق عنها فائدة بسيطة وينبغي أن تخصم وأن توجد قيمتها الحالية التجارية أو الصحيحة عند هذا التاريخ ثم تجمع جملة الديون الأولى (أى التي تقع قبل تاريخ التسوية) على مجموع القيم الحالية للديون الأخرى (أى التي تقع بعد تاريخ التسوية) لايجاد القيمة الاسمية للورقة الجديدة . وفي هذه الحالة نفرق بين الصور التالية :

(١) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد لاحق لكل تواريخ الإستحقاق :

وفي هذه الحالة يكون :

القيمه الإسميه للدين الجديد = جملة الديون القديمه

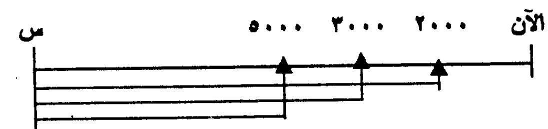
مثال (١)

جمال مهدي مدين بالمبالغ التالية :

- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور من الآن .
- ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور من الآن .
- ٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور من الآن .

فإذا أراد المدين إستبدال هذه الديون بدين واحد يستحق السداد بعد ١٥ شهر من الآن ، المطلوب حساب القيمه الإسميه للدين الجديد إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده بسيطه ٩,٥٪ سنوياً ؟ .

الحل :



حيث أن تاريخ التسويه لاحق لكل تواريخ الإستحقاق ، فإنه يتم تطبيق قاعدة الجمله على أساس معدل الفائده ، حيث :

القيمة الإسمية للدين الجديد = جملة الديون القديمه

** مدد الديون القديمه فى تاريخ التسويه :

مدة الدين الأول = ١٥-٤ = ١١ شهر ٠

مدة الدين الثانى = ١٥-٧ = ٨ شهور ٠

مدة الدين الثالث = ١٥-٩ = ٦ شهور ٠

** مجموع مبالغ الديون القديمه = ٢٠٠٠+٣٠٠٠+٥٠٠٠ = ١٠٠٠٠ ج

** مجموع النمر الشهريه = (٢٠٠٠× ١١) + (٣٠٠٠×٨) + (٥٠٠٠×٦)

= ٧٦٠٠٠

وبفرض أن القيمه الإسميه للدين الجديد = س ، فإن :

∴ س = جملة الديون القديمه

∴س = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

∴س = ١٠٠٠٠ + $\frac{٩,٥}{١٢٠٠}$ [٧٦٠٠٠]

= **١٠٦٠١,٦٧** جنيه

(٢) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد سابق لكل تواريخ الإستحقاق :

وفي هذه الحالة يكون :

القيمه الإسميه للدين الجديد = القيمة الحالية للديون القديمه

مثال (٢)

السيد محمد المهدي مدين بالديون التاليه :

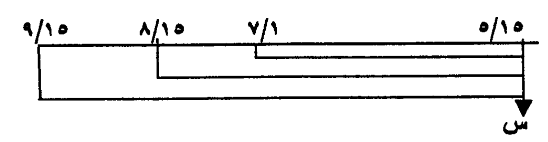
٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٧ / ٢٠٠٢م ٠

٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ / ٨ / ٢٠٠٢م ٠

٧٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ / ٩ / ٢٠٠٢م ٠

وفى ٥ مايو من نفس العام إتفق المدين مع الدائن على سداد الديون الثلاثه دفعةً واحده ، وذلك على أساس معدل فائده وخصم قدره ٨ ٪ سنوياً ، والمطلوب حساب القيمه الإسميه للدين الجديد ؟ .

الحل :



حيث أن تاريخ التسويه سابق لكل تواريخ الإستحقاق ، فإنه يتم تطبيق قاعدة القيمه الحاليه على أساس معدل الخصم ، حيث :

القيمه الإسمية للدين الجديد = القيمه الحاليه للديون القديمه

وبفرض أن القيمه الإسميه للدين الجديد هى (س) ولحساب هذه القيمه يجب حساب مدد الخصم ، حيث :

الدين	مايو	يونية	يولية	أغسطس	سبتمبر	المدة
الأول	١٦	٣٠	١			٤٧
الثاني	١٦	٣٠	٣١	١٥		٩٢
الثالث	١٦	٣٠	٣١	٣١	١٥	١٢٣

مجموع النمر اليوميه = (٣٠٠٠×٤٧) + (٥٠٠٠×٩٢) + (٧٠٠٠×١٢٣)

= ١٤٦٢٠٠٠

* مجموع الديون = ٣٠٠٠+٥٠٠٠+٧٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جنيه .

∴ س = القيمة الحالية للديون القديمه

∴س = مجموع المبالغ – مجموع الخصم التجاري بطريقة النمر

∴س = ١٥٠٠٠ – $\frac{٨}{٣٦٠٠٠}$ [١٤٦٢٠٠٠] = ١٤٦٧٥,١١ جنيه

(٣) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد يقع بين تواريخ الإستحقاق :

وفي هذه الحالة يكون :

القيمة الإسمية للدين الجديد =

جملة الديون القديمه السابقه للتاريخ + القيم الحاليه للديون القديمه اللاحقه للتاريخ

مثال (٣)

بشير التابعي مدين بالديون التاليه :

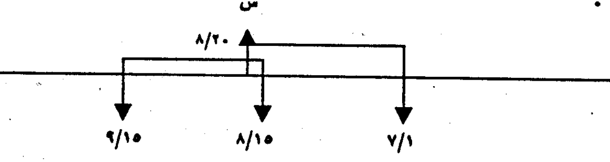
٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٧ / ٢٠٠٢م .

٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ / ٨ / ٢٠٠٢م .

٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١٥ / ٩ / ٢٠٠٢م .

وفى ٢٠/٨/٢٠٠٢م أراد سداد كل ما عليه من ديون دفعة واحدة ، وذلك على أساس معدل فائده وخصم قدره ٨,٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب حساب القيمه الإسميه للدين الجديد ؟

الحل :



حيث أن تاريخ التسويه المحدد هنا لاحق للدين الأول والثانى وسابق للدين الثالث ، نجد أن القيمه الإسميه للدين الجديد = جملة الدينين الأول والثانى + القيمه الحاليه للدين الثالث ، حيث يتم حساب مدد الديون القديمه من موقع الدين وحتى تاريخ التسويه ، حيث :

الدين	يولية	أغسطس	سبتمبر	المدة
الأول	٣٠	٢٠		٥٠
الثاني		٥		٥
الثالث		١١	١٥	٢٦

∴ س = جملة الدينين الأول والثاني + القيمة الحالية للدين الثالث

$$\therefore \text{س} = ٧٠٠٠ + \frac{٨,٥}{٣٦٠٠٠}\left[(٢٠٠٠ \times ٥٠) + (٥٠٠٠ \times ٥) \right]$$

$$+ ٨٠٠٠\left(١ - \left(\frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٢٦}{٣٦٠}\right)\right)$$

$$\therefore \text{س} = ٧٠٠٠ + ٢٩,٥ + ٧٩٥٠,٨٩ = \boxed{١٤٩٨٠,٣٩} \text{ جنيه}$$

تسوية الديون على أساس سداد عدة مبالغ :

يوجد في الحياة العملية حالات تسوية أصعب من الحالات السابقة قد يستحيل حلها بالطرق المبينة بالأمثلة السابقة إذ قد نجد أن المدين يرغب في تعديل الديون الأصلية بعدة ديون تستحق في تواريخ مختلفة ، أو يرغب في سداد جزء من الديون الآن ويكتب بالباقي سنداً أو أكثر تستحق السداد في مواعيد مختلفة وهكذا .

وفي مثل هذه الحالات من حالات التسوية يجب أن نختار تاريخا معلوماً وليكن تاريخ اليوم أو أي يوم آخر ثم نحسب مجموع قيم مبالغ الدين قبل تعديله في هذا التاريخ المحدد. وحيث أن كل من طرفي التعامل، وهما الدائن Cridetor والمدين Debtor يجب ألا يضار من التسوية. فإن مجموع قيم مبالغ الديون قبل تعديلها في التاريخ المحدد يجب أن يكون مساوياً لمجموع قيم مبالغ الديون بعد تعديلها في نفس تلك التاريخ. فإذا كان التاريخ المختار هو اليوم فإننا نجد أن :

مجموع القيم الحالية لمبالغ الديون قبل تعديلها

= مجموع القيم الحالية لمبالغ الديون بعد تعديلها

وبحل هذه المعادلة يمكننا حساب التسوية المطلوبة . ويلاحظ أن هذه القاعدة يمكن أن نحل بها المسائل الخاصة بتسوية الديون كما يجب ملاحظة أن القيمة الحالية لأي مبلغ من المبالغ تحسب على إعتبار أنها القيمة الحالية التجارية إلا إذا نص على عكس ذلك .

وإذا تم اختيار تاريخ التسوية هو تاريخ لاحق لكل تواريخ الإستحقاق يتم تطبيق قاعدة الجملة كما سبق ، وإذا تم اختيار تاريخ التسوية يقع بين تواريخ استحقاق الديون فإن ما يسبق التاريخ نوجد له جملة ، وما يلي التاريخ نوجد له قيمة حالية • والأمثلة التالية توضح ذلك •

مثال (٤)

شخص مدين بالديون التاليه :

٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور من الآن •

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور من الآن •

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ شهور من الآن •

فإذا أراد التاجر إستبدال هذه الديون على النحو التالى :

١ – سداد مبلغ ٣٠٠٠ جنيه نقداً •

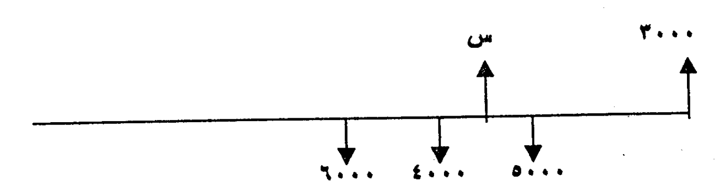
٢ – يحرر بالباقى سند إذنى يستحق السداد بعد ٥ شهور من الآن •

والمطلوب :

حساب القيمه الإسميه للسند الإذنى الجديد إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده بسيطه (أو معدل خصم) ٨٪ سنوياً ؟ •



الحل :



حيث أنه لم يُحدد تاريخ للتسويه ، يمكن أخذ أى تاريخ ، وبأخذ تاريخ التسويه هو الآن ، وهنا نجد أن مدد الديون القديمه والجديده لن تتغير لأن تاريخ التسويه هو الآن ومدد الديون محسوبه من الآن أيضاً .

☒ مجموع النمر الشهريه للديون القديمه=

(٥٠٠٠×٤) + (٤٠٠٠×٦) + (٦٠٠٠×٨) = ٩٢٠٠٠

☒ مجموع مبالغ الديون القديمة = ٥٠٠٠ + ٤٠٠٠ + ٦٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جنيه

بفرض أن القيمه الإسميه للسند الإثنى = س

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore ١٥٠٠٠ - \frac{٨}{١٢٠٠}[٩٢٠٠٠] = ٣٠٠٠ + س\left(١ - \left(\frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}\right)\right)$$

∴ ١٥٠٠٠ − ٦١٣,٣٣ = ٣٠٠٠ + ٠,٩٦٧ س

∴ ١١٣٨٦,٦٧ = ٠,٩٦٧ س

$$\therefore \text{القيمة الإسمية للسند} = س = \frac{١١٣٨٦,٦٧}{٠,٩٦٧}$$

= ١١٧٧٥,٢٥ جنيه.

مثال (٥)

تاجر مدين بالديون التاليه :

٤٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥٠ يوم من الآن ٠

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤٠ يوم من الآن ٠

٣٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣٠ يوم من الآن ٠

إتفق المدين مع الدائن على سداد هذه الديون على النحو التالى :

١ – سداد مبلغ ٢٠٠٠ جنيه نقداً ٠

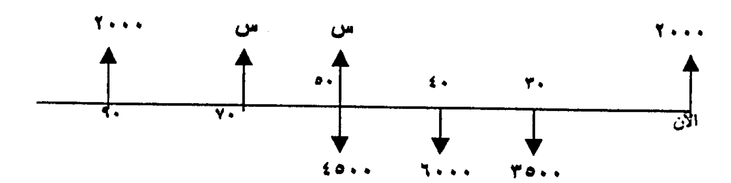
٢ – تظهير كمبياله قيمتها الإسميه ٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩٠ يوم من الآن

٣ – يحرر بالباقى سندين إثنيين متساويين فى القيمه الإسميه ، يستحق الأول بعد ٥٠ يوم والثانى يستحق بعد ٧٠ يوم من الآن ٠

والمطلوب :

حساب القيمه الإسميه لكل من السندين إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده بسيطه (أو معدل خصم تجارى) ٨,٥ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :



بأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

وهنا نجد أن مدد الديون القديمه والجديده لم تتغير لأن تاريخ التسويه هو الآن ومدد الديون محسوبه من الآن أيضاً ٠

* مجموع مبالغ الديون القديمه = ١٤٠٠٠

* مجموع النمر اليوميه للديون القديمه =

(٥٠×٤٥٠٠) + (٦٠٠٠×٤٠) + (٣٥٠٠×٣٠) = ٥٧٠٠٠٠

* بالنسبة للديون الجديده : (بفرض أن القيمه الإسميه لكل سند إذنى = س)

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore ١٤٠٠٠ - \frac{٨,٥}{٣٦٠٠٠} [٥٧٠٠٠٠]$$

$$= ٢٠٠٠ + ٢٠٠٠ \left(١ - \left(\frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٩٠}{٣٦٠}\right)\right) + ٢س - \frac{٨,٥}{٣٦٠٠٠} (٥٠س + ٧٠س)$$

$\therefore$ ١٤٠٠٠ – ١٣٤,٥٨ = ٢٠٠٠ + ١٩٥٧,٥ + ٢س – ٠,٠٢٨ س

$\therefore$ ٩٩٠٧,٩٢ = ١,٩٧٢ س

$$\therefore \text{القيمة الإسمية للسند} = س = \frac{٩٩٠٧,٩٢}{١,٩٧٢} = \boxed{٥٠٢٤,٣} \text{ جنيه.}$$

مثال (٦)

طارق السيد مدين بالديون التاليه :

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦٠ يوم .

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩٠ يوم .

ويرغب المدين تسوية هذه الديون بثلاث ديون متساوية القيمة الإسمية ، الأول يستحق بعد شهر ، والثاني يستحق بعد شهرين ، والثالث يستحق بعد ٣ شهور ، والمطلوب :حساب القيمه الإسميه لكل من الديون الثلاث الجديدة إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده بسيطه (أو خصم) ٦ ٪ سنوياً ؟ .

الحل :

بأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٤٠٠٠	٦٠ يوم	س	١ شهر
٦٠٠٠	٩٠ يوم	س	٢ شهر
		س	٣ شهر

• مجموع النمر اليوميه للديون القديمه =

(٤٠٠٠×٦٠) + (٦٠٠٠×٩٠) = ٧٨٠٠٠٠

• بالنسبة للديون الجديده : (بفرض أن القيمه الإسميه لكل مبلغ = س)

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

∴ ١٠٠٠٠ − $\frac{٦}{٣٦٠٠٠}$ × ٧٨٠٠٠٠ = ٣س − $\frac{٦}{١٢٠٠}$ (س + ٢س + ٣س)

∴ ٩٨٧٠ = ٢,٩٧ س

∴ القيمة لكل دين جديد = س = $\frac{٩٨٧٠}{٢,٩٧}$ = ٣٣٢٣,٢٣ جنيه.

مثال (٧)

كمال درويش مدين بالديون التاليه :

٩٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور .

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور .

ويرغب المدين تسوية هذه الديون بدفع ٥٠٠٠ نقداً ، ويحرر بالباقي سنداً إذنياً يستحق بعد سنة من الآن ، والمطلوب :حساب القيمه الإسميه للسند إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده بسيطه (أو خصم) ٦ ٪ سنوياً ؟ .

الحل :

بأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٩٠٠٠	٥ شهور	٥٠٠٠	نقداً الآن
٦٠٠٠	٣ شهور	س	سنة

*** مجموع النمر الشهرية للديون القديمه =**

$$(٩٠٠٠\times٥) + (٦٠٠٠\times٣) = ٦٣٠٠٠$$

*** بالنسبة للديون الجديده : (بفرض أن القيمه الإسميه للسند الإثني = س)**

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore ١٥٠٠٠ - \frac{٦}{١٢٠٠}\times ٦٣٠٠٠ = ٥٠٠٠ + \text{س}\left(١ - \left(\frac{٦}{١٠٠}\times ١\right)\right)$$

$$\therefore ١٥٠٠٠ - ٣١٥ = ٥٠٠٠ + ٠,٩٤\ \text{س}$$

$$\therefore ٩٦٨٥ = ٠,٩٤\ \text{س}$$

$$\therefore \text{القيمة للسند الإثني} = \text{س} = \frac{٩٦٨٥}{٠,٩٤} = \boxed{١٠٣٠٣,١٩}\ \text{جنيه}$$

مثال (٨)

نور الشريف مدين بالديون التاليه :

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين ٠

٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور ٠

وعند استبدال هذه الديون بثلاث ديون أخرى متساوية القيمة الإسمية ، الأول يستحق بعد شهر ، والثاني يستحق بعد شهرين ، والثالث يستحق بعد ٣ شهور ، كان مقدار كل مبلغ من الديون الثلاث الجديدة ٣٣٢٣,٢٣ جنيه إحسب معدل الفائده البسيطه السنوي المستخدم في هذه التسوية ؟ ٠

الحل :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٤٠٠٠	٢ شهر	٣٣٢٣,٢٣	١ شهر
٦٠٠٠	٣ شهر	٣٣٢٣,٢٣	٢ شهر
		٣٣٢٣,٢٣	٣ شهر

* مجموع النمر الشهرية للديون القديمه =

(٤٠٠٠×٢) + (٦٠٠٠×٣) = ٢٦٠٠٠

* مجموع النمر الشهرية للديون الجديدة =

(٣٣٢٣,٢٣×١)+ (٣٣٢٣,٢٣×٢)+(٣٣٢٣,٢٣×٣) = ١٩٩٣٩,٣٨

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

∴ ١٠٠٠٠ − $\frac{ع}{١٢٠٠}$× ٢٦٠٠٠ = ٩٩٦٩,٦٩ − $\frac{ع}{١٢٠٠}$ × ١٩٩٣٩,٣٨

∴ ١٠٠٠٠ − ٢١,٦٧ ع = ٩٩٦٩,٦٩ − ١٦,٦٢ ع

∴ ٣٠,٣١ = ٥,٠٥ ع

∴ معدل الفائدة = ع = $\frac{٣٠,٣١}{٥,٠٥}$ = ٦ ٪ سنوياً

تاريخ الإستحقاق المتوسط :

تاريخ الإستحقاق المتوسط هو ذلك التاريخ الذي يمكن فيه سداد الديون القديمة بدين جديد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للديون القديمة أى بعبارة أخرى هو ذلك التاريخ الذي عنده يستطيع المدين أن يسدد ديونه بمبلغ يوازي مجموع القيم الإسمية للديون القديمة. ولهذا التاريخ أهمية خاصة إذ طالما أمكننا تحديد هذا التاريخ فإنه من الممكن إجراء أى تعديلات نرغب فيها فإذا أردنا أن يتم الدفع بعد هذا التاريخ فإنه من الممكن إضافة

الفوائد اللازمة عن مهلة السداد . وإذا أردنا سداد الدين قبل هذا التاريخ فإنه من الممكن خصم المبلغ عن المدة المطلوبة وطبقا للمعدل الذي يتفق عليه معادلة حساب تاريخ الإستحقاق المتوسط هي :

$$\text{مدة الإستحقاق المتوسط} = \frac{\text{مجموع النمر (اليومية أو الشهرية)}}{\text{مجموع القيم الإسمية للديون}}$$

والأمثلة التالية تطبيق عملي لكيفية حساب تاريخ ومدة الإستحقاق المتوسط لمجموعة من الديون ذات تواريخ الإستحقاق المختلفة ٠

مثال (٩)

شخص مدين بالمبالغ التالية :

٧٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤٠ يوم

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦٠ يوم

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨٠ يوم

والمطلوب إيجاد المدة التي يستطيع بعدها المدين أن يسدد هذه الديون بمبلغ واحد يعادل مجموع قيمها الإسمية ٠

الحـــل :

مجموع القيم الإسمية للديون =٧٠٠٠+٨٠٠٠+١٠٠٠٠= ٢٥٠٠٠ ج

مجموع النمر اليومية = (٧٠٠٠×٤٠)+(٨٠٠٠×٦٠)+(١٠٠٠٠×٨٠)

= ١٥٦٠٠٠٠

$$\because \text{مدة الإستحقاق المتوسط} = \frac{\text{مجموع النمر (اليومية أو الشهرية)}}{\text{مجموع القيم الإسمية للديون}}$$

$$\therefore \text{مدة الإستحقاق المتوسط} = \frac{١٥٦٠٠٠٠}{٢٥٠٠٠} = ٦٣ \text{ يوم تقريباً}$$

مثال (١٠)

طه بصري مدين بالمبالغ التالية :

كمبيالة قيمتها الإسمية ١٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٥/١٥م

كمبيالة قيمتها الإسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٧/٢٣م

كمبيالة قيمتها الإسمية ٤٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/١٠/٦م

فإذا إتفق مع الدائن في أول مايو سنة ٢٠٠٢م على تسديد المبالغ كلها مرة واحدة بمبلغ يعادل مجموع القيم الإسمية ٧٠٠٠ جنيه ، فالمطلوب تحديد التاريخ الواجب تسديد الدين فيه (تاريخ الإستحقاق المتوسط) .

الحـــل :

نقوم بحساب مدد الإستثمار أولا كالآتى:

	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	إكتوبر	
م١=	١٤						= ١٤ يوم
م٢=	٣٠	٣٠	٢٣				= ٨٣ يوم
م٣=	٣٠	٣٠	٣١	٣١	٣٠	٦	= ١٥٨ يوم

وبفرض أن تاريخ التسوية هو الاول من مايو فإن :

مجموع القيم الإسمية للديون = ٧٠٠٠ جنيه .

مجموع النمر اليومية = (١٠٠٠×١٤) + (٢٠٠٠×٨٣) + (٤٠٠٠×١٥٨)

= ٨١٢٠٠٠

∵ مدة الإستحقاق المتوسط = مجموع النمر (اليومية أو الشهرية) ÷ مجموع القيم الإسمية للديون

∴ مدة الإستحقاق المتوسط = ٨١٢٠٠٠ ÷ ٧٠٠٠ = ١١٦ يوم

بتوزيع ١١٦ يوم على الشهور المختلفة بدءاً من أول مايو :

مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	
٣٠	٣٠	٣١	٢٥	= ١١٦

∴ تاريخ الإستحقاق المتوسط هو ٢٠٠٢/٨/٢٥م

تمارين محلولة على المبحث الرابع

(تمرين ١)

محمود دويدار التاجر بدمياط مدين بالمبالغ الآتية :
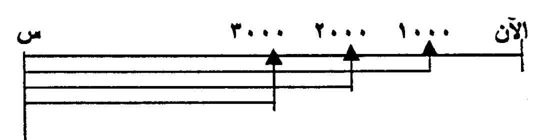
١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور من الآن

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ شهور من الآن

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩ شهور من الآن

يريد إستبدالها بدين واحد يستحق الدفع بعد ١٥ شهراً من الآن ، والمطلوب حساب القيمة الإسمية للدين الجديد إذا كانت الفوائد البسيطة تحسب بمعدل ٧,٥ ٪ سنوياً .

الحـــل :



إذا إفترضنا أن تاريخ التسوية هو تاريخ إستحقاق الدين الجديد فيكون :

القيمة الإسمية للدين الجديد = جملة الديون القديمة في تاريخ التسوية

@ مدد الديون القديمه فى تاريخ التسويه :

مدة الدين الأول = ١٥-٤ = ١١ شهر .

مدة الدين الثانى = ١٥-٧ = ٨ شهور .

مدة الدين الثالث = ١٥-٩ = ٦ شهور .

@ مجموع مبالغ الديون القديمه = ١٠٠٠+٢٠٠٠+٣٠٠٠ = ٦٠٠٠ جنيه

@ مجموع النمر الشهريه =

= (١٠٠٠× ١١) + (٢٠٠٠×٨) + (٣٠٠٠×٦) = ٤٥٠٠٠

وبفرض أن القيمه الإسميه للدين الجديد = س ، فإن :

∴ س = جملة الديون القديمه

∴س = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد بطريقة النمر

∴س = ٦٠٠٠ + $\frac{٧,٥}{١٢٠٠}$ [٤٥٠٠٠] = ٦٢٨١,٢٥ جنيه

(تمرين ٢)

شخص مدين لآخر بموجب الكمبيالات الآتية :

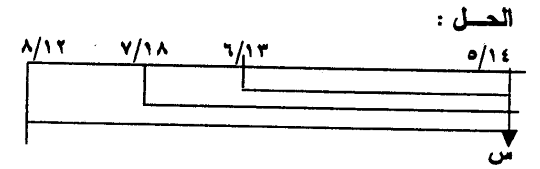
الأولى قيمتها الإسمية ١٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٦/١٣م

الثانية قيمتها الإسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٧/١٨م

الثالثة قيمتها الإسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٨/١٢م

وفي ١٤ مايو ٢٠٠٢م إتفق المدين مع الدائن على أن يسدد له الديون الثلاثه دفعةً واحده ، وذلك على أساس معدل خصم قدره ٩ ٪ سنوياً ، والمطلوب حساب القيمه الإسميه للدين الجديد ؟

الحـــل :



تاريخ التسوية هو ١٤ مايو ٢٠٠٢م سابق لكل مواعيد إستحقاق الكمبيالات الثلاثة ، وبالتالي يكون :

		مايو	يونيه	يوليو	أغسطس	
مدة خصم الكمبيالة الأولى	=	١٧	+ ١٣			= ٣٠
مدة خصم الكمبيالة الثانية	=	١٧	+ ٣٠	+ ١٨		= ٦٥
مدة خصم الكمبيالة الثالثة	=	١٧	+ ٣٠	+ ٣١	+ ١٢	= ٩٠

* مجموع النمر اليوميه = (١٠٠٠×٣٠) + (٢٠٠٠×٦٥) + (٣٠٠٠×٩٠)
= ٤٣٠٠٠٠

* مجموع الديون = ١٠٠٠+٢٠٠٠+٣٠٠٠ = ٦٠٠٠ جنيه ٠

وبفرض أن القيمه الإسميه للدين الجديد هى (س) ، فإن :

القيمه الإسمية للدين الجديد = القيمه الحاليه للديون القديمه

∴ س = القيمة الحالية للديون القديمه

∴س = مجموع الديون – مجموع الخصم التجاري بطريقة النمر

$$\therefore س = ٦٠٠٠ - \frac{٩}{٣٦٠٠٠} [٤٣٠٠٠٠]$$

= **٥٨٩٢,٥** جنيه

∴ القيمه الإسميه للدين الجديد = س = ٥٨٩٢,٥ جنيه ٠

(تمرين ٣)

شخص مدين بالمبالغ التالية :

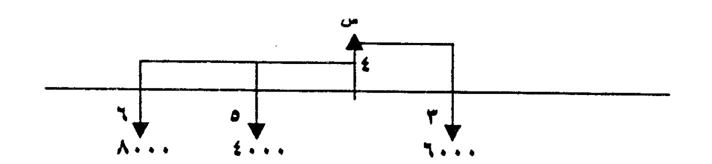
٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ شهور من الآن

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ شهور من الآن

٨٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ شهور من الآن

فإذا رغب المدين بأن يستبدل هذه الديون جميعها بدين واحد يستحق بعد أربعة شهور من الآن فإحسب مقدار الدين وذلك علماً بأن معدل الفائدة وكذلك معدل الخصم التجاري هو ٨,٥٪ سنوياً ؟.

الحــل :



حيث أن تاريخ التسويه المحدد هنا لاحق للدين الأول وسابق للدين الثاني والثالث ، نجد أن : القيمه الإسميه للدين الجديد = جملة الدين الأول + القيمه الحاليه للدينين الثاني والثالث

مدة الدين الأول شهر ، مدة الدين الثانى شهر ، مدة الدين الثالث شهران ٠

∴ س = جملة الدين الأول + القيمة الحالية للدينين الثاني والثالث

$$\therefore \text{س} = ٦٠٠٠\left(١ + \left(\frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢}\right)\right)$$

$$+ ١٢٠٠٠ - \frac{٨,٥}{١٢٠٠}\left[(٢ \times ٨٠٠٠) + (١ \times ٤٠٠٠) \right]$$

∴س = ٦٠٤٢,٥ + ١٢٠٠٠ − ١٤١,٦٧ = **١٧٩٠٠,٨٣** جنيه

(تمرين ٤)

شخص مدين بالمبالغ التاليه :

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤٠ يوم من الآن ٠

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨٠ يوم من الآن ٠

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦٠ يوم من الآن ٠

٩٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٢٠ يوم من الآن ٠

فإذا أراد المدين أن يسدد كل ماعليه من ديون الآن ، وذلك باستخدام معدل خصم تجارى ١٠٪ سنوياً ، المطلوب حساب المبلغ الذى يسدده للوفاء بديونه ؟ ٠

الحل :

ما يسدده المدين الآن يمثل القيمه الحاليه للديون الأربع ، حيث :

∵ مجموع النمر اليوميه = مجموع حواصل ضرب كل دين × مدته

= [(٦٠٠٠×٤٠) + (٣٠٠٠×٨٠) + (٥٠٠٠×٦٠) + (٩٠٠٠×٢٠)]

= ٩٦٠٠٠٠

** مجموع الديون = ٦٠٠٠+٣٠٠٠+٥٠٠٠ +٩٠٠٠= ٢٣٠٠٠ جنيه ٠

وبفرض أن القيمة الإسمية للدين الجديد = س

∴ س = القيمة الحالية للديون القديمه

∴س = مجموع الديون – مجموع الخصم التجاري بطريقة النمر

∴س = ٢٣٠٠٠ – $\frac{١٠}{٣٦٠٠٠}$ [٩٦٠٠٠٠]

= ٢٢٧٣٣,٣٣ جنيه

∴ القيمه الإسميه للدين الجديد = س = ٢٢٧٣٣,٣٣ جنيه ٠

(تمرين ٥)

شخص مدين بالديون التاليه :

٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور من الآن ٠

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ شهور من الآن ٠

٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور من الآن ٠

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ١٠ شهور من الآن ٠

فإذا أراد المدين إستبدال هذه الديون على النحو التالى :

١ – سداد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه نقداً ٠

٢ – يحرر بالباقى كمبيالتين ، القيمه الإسميه للكمبياله الأولى نصف القيمه الإسميه للكمبياله الثانيه ، حيث تستحق الكمبياله الأولى بعد ٤ شهور والثانيه تستحق بعد ٦ شهور ، والمطلوب حساب القيمه الإسميه لكل من الكمبيالتين إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده (أو معدل خصم تجارى) ٨٪ سنوياً ؟ ٠

الحل :

١٠٠٠٠ س ٢س

الآن ٤ ٦ ٨ ٩ ١٠ شهور

٢٠٠٠ ٤٠٠٠ ٨٠٠٠ ١٠٠٠٠

حيث أنه لم يُحدد تاريخ للتسويه ، يمكن أخذ أى تاريخ ، وبأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

وهنا نجد أن مدد الديون القديمه والجديده لم تتغير ٠

•• مجموع النمر الشهرية للديون القديمه=

(٢٠٠٠×٦) + (٤٠٠٠×٨) + (٨٠٠٠×٩) + (١٠٠٠٠×١٠) = ٢١٦٠٠٠

•• بالنسبة للديون الجديده : (بفرض أن القيمه الإسميه للكمبياله الأولى = س ، وبالتالى القيمه الإسميه للكمبياله الثانيه = ٢س

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

∴ ٢٤٠٠٠ − $\frac{٨}{١٢٠٠}$ [٢١٦٠٠٠]

= ١٠٠٠٠ + ٣ س − $\frac{٨}{١٢٠٠}$ (٤ س + ١٢ س)

∴ ٢٤٠٠٠ − ١٤٤٠ = ١٠٠٠٠ + ٣ س − ٠,١٠٧ س

∴ ١٢٥٦٠ = ٢,٨٩٣ س

∴ س = $\frac{١٢٥٦٠}{٢,٨٩٣}$ = **٤٣٤١,٥** جنيه٠

∴ القيمة الإسمية للسند الأول = س = ٤٣٤١,٥ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثاني = ٢ س = ٨٦٨٣ جنيه

(تمرين ٦)

شخص مدين بالمبالغ التاليه :

٢٠٠٠ جنيه فى ١٣ / ٦ / ٢٠٠٠م ٠

٤٠٠٠ جنيه فى ١١ / ٩ / ٢٠٠٠م ٠

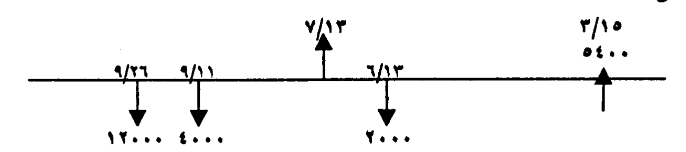
١٢٠٠٠ جنيه فى ٢٦ / ٩ / ٢٠٠٠م ٠

وفى ١٥ / ٣ / ٢٠٠٠م ، إتفق المدين على إستبدال هذه الديون على النحو التالى :

١ – سداد مبلغ ٥٤٠٠ جنيه نقداً ٠

٢ – يحرر كمبياله قيمتها الإسميه ١٢٠٠٠ تستحق فى ١٣ / ٧ / ٢٠٠٠م والمطلوب حساب معدل الفائده والخصم الذى تمت التسويه على أساسه ؟ ٠

الحل :



حيث أن تاريخ التسويه وهو ١٥ / ٣ / ٢٠٠٠م وهنا لحساب مدد الخصم بدءاً من ١٥ / ٣ / ٢٠٠٠م وحتى تاريخ استحقاق كل دين ، حيث :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٢٠٠٠	٩٠ يوم	٥٤٠٠	نقداً
٤٠٠٠	١٨٠ يوم	١٢٠٠٠	١٢٠ يوم
١٢٠٠٠	١٩٥ يوم		

• مجموع النمر اليوميه =(٢٠٠٠×٩٠) + (٤٠٠٠×١٨٠) + (١٢٠٠٠×١٩٥)

= ٣٢٤٠٠٠٠

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore\ \text{١٨٠٠٠} - \frac{\text{ع}}{\text{٣٦٠٠٠}} \times \text{٣٢٤٠٠٠٠} =$$

$$= \text{٥٤٠٠} + \text{١٢٠٠٠} \left(\text{١} - \left(\text{ع} \times \frac{\text{١٢٠}}{\text{٣٦٠}}\right)\right)$$

∴ ١٨٠٠٠ − ٩٠٠٠ ع = ٥٤٠٠ + ١٢٠٠٠ − ٤٠٠٠ ع

∴ ١٨٠٠٠ − ٥٤٠٠ − ١٢٠٠٠ = ٩٠٠٠ ع − ٤٠٠٠ ع

∴ ٦٠٠ = ٥٠٠٠ ع

$$\therefore\ \text{معدل الفائدة} = \text{ع} = \frac{\text{٦٠٠}}{\text{٥٠٠٠}} = \text{١٢ ٪ سنوياً}$$

(تمرين ٧)

شخص مدين بالديون التاليه :

- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور من الآن ٠
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور من الآن ٠
- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور من الآن ٠

فإذا اتفق المدين مع الدائن على إستبدال هذه الديون على النحو التالى :

١ – سداد مبلغ ١٥٤٧,٥ جنيه نقداً ٠

٢ – يسدد الباقى على ١٢ قسط (دفعه) متساوى يدفع آخر كل شهر ٠

والمطلوب:

حساب قيمة القسط إذا كان معدل الفائده والخصم التجارى ١٢٪ سنوياً ؟

الحل :

١٥٤٧,٥

د د د ٦ ٩ شهور الآن

٢٠٠٠ ٤٠٠٠ ٤٠٠٠

بأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

** مجموع النمر الشهريه للديون القديمه =

(٣×٤٠٠٠) + (٦×٤٠٠٠) + (٩×٢٠٠٠) = ٥٤٠٠٠

** بالنسبة للديون الجديده : (وتشمل المبلغ النقدي ، والأقساط المتساوية ، وبفرض أن مبلغ القسط (الدفعة) = د

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore \text{١٠٠٠٠} - \frac{\text{١٢٠}}{\text{١٢٠٠}}\left[\text{٥٤٠٠٠}\right]$$

$$= \text{١٥٤٧,٥} + (\text{د}\times\text{١٢}) - \left[\text{د}\times\frac{\text{١٢}}{\text{١٠٠}}\times\frac{\text{١٢}}{\text{٢}}\times\left(\frac{\text{١٢}+\text{١}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

∴ ١٠٠٠٠ -٥٤٠ = ١٥٤٧,٥ + ١٢ د – ٠,٧٨ د

∴ ١٠٠٠٠ – ٥٤٠ – ١٥٤٧,٥ = ١٢ د – ٠,٧٨ د

∴ ٧٩١٢,٥ = ١١,٢٢ د

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{٧٩١٢,٥}}{\text{١١,٢٢}} = \text{٧٠٥,٢}$$

∴ قيمة القسط المتساوي الشهري = د = ٧٠٥,٢ جنيه تقريباً

(تمرين ٨)

تاجر مدين بالمبالغ التالية :

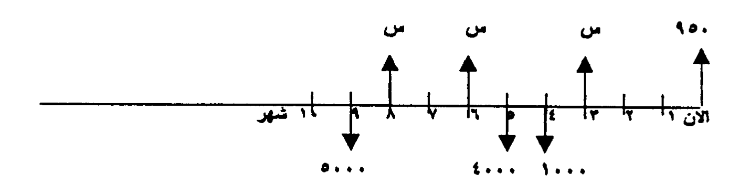
١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ شهور

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ شهور

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩ شهور

إتفق على تسوية ديونه بسداد ٩٥٠ جنيه نقداً وسداد الباقي بثلاث سندات إذنية متساوية القيمة يستحق الأول بعد ٣ شهور والثاني بعد ٦ شهور والثالث بعد ٨ شهور ، إحسب القيمة الإسمية للسندات الثلاث إذا كان معدل الفائدة (والخصم) المستخدم ٧٪ سنوياً .

الحـــل :



وبأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٠٠٠	٤ شهور	٩٥٠	نقداً
٤٠٠٠	٥ شهور	س	٣ شهور
٥٠٠٠	٩ شهور	س	٦ شهور
		س	٨ شهور

**** مجموع النمر الشهرية للديون القديمه =**

= (١٠٠٠×٤) + (٤٠٠٠×٥) + (٥٠٠٠×٩) = ٦٩٠٠٠

**** بالنسبة للديون الجديده نفرض أن القيمة الإسمية لكل سند = س**

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

∴ ١٠٠٠٠ - $\frac{٧}{١٢٠٠}$ [٦٩٠٠٠]

= ٩٥٠ + ٣ س - $\frac{٧}{١٢٠٠}$ (٣ س + ٦ س + ٨ س)

∴ ١٠٠٠٠ - ٤٠٢,٥ = ٩٥٠ + ٣ س - ٠,٠٩٩ س

∴ ٨٦٤٧,٥ = ٢,٩ س

∴ س = $\frac{٨٦٤٧,٥}{٢,٩}$ = ٢٩٨٢ جنيه.

∴ القيمة الإسمية لكل سند = س = ٢٩٨٢ جنيه

(تمرين ٩)

في بداية عام ٢٠٠٢م كان تاجر بالمنصوره مدين بالمبالغ التاليه :

١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٣ / ٢٠٠٢م .

١٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٥ / ٢٠٠٢م .

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٦ / ٢٠٠٢م .

وفى بداية عام ٢٠٠٢م إتفق المدين مع الدائن على سداد الديون الثلاثه بموجب كمبيالتين بحيث القيمة الإسمية للأولى نصف القيمة الإسمية للثانية ، وتستحق الكمبيالة الأولى بعد ٣ شهور وتستحق الثانية بعد ٥ شهور ، فإذا تمت التسوية السابقة على أساس معدل فائده وخصم قدره ١٢٪ سنوياً ، المطلوب :

حساب القيمه الإسميه لكل من الكمبيالتين ؟ .

الحل :

بأخذ تاريخ التسويه الآن وهو تاريخ سابق لكل تواريخ الإستحقاق ، فإن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٥٠٠٠	٢ شهور	س	٣ شهور
١٨٠٠٠	٤ شهور	٢ س	٥ شهور
٣٠٠٠٠	٥ شهور		

* مجموع النمر الشهرية للديون القديمة =

= (١٥٠٠٠×٢) + (١٨٠٠٠×٤) + (٣٠٠٠٠×٥) = ٢٥٢٠٠٠

* بالنسبة للديون الجديدة ، بفرض أن القيمه الإسميه للكمبيالة الأولى (س) وبالتالى تكون القيمة الإسمية للكمبيالة الثانية (٢ س) ٠

* مجموع الديون القديمة = ١٥٠٠٠+١٨٠٠٠+٣٠٠٠٠ = ٦٣٠٠٠ جنيه ٠

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

$$\therefore ٦٣٠٠٠ - \frac{١٢}{١٢٠٠} [٢٥٢٠٠٠]$$

$$= ٣ س - \frac{١٢}{١٢٠٠} (٣ س + ١٠ س)$$

$\therefore$ ٦٣٠٠٠ − ٢٥٢٠ = ٣ س − ٠,١٣ س

$\therefore$ ٦٠٤٨٠ = ٢,٨٧ س

$$\therefore س = \frac{٦٠٤٨٠}{٢,٨٧} = \boxed{٢١٠٧٣,٢} \text{ جنيه}٠$$

$\therefore$ القيمة الإسمية للكمبيالة الأولى = س = ٢١٠٧٣,٢ جنيه

$\therefore$ القيمة الإسمية للكمبيالة الثانية = ٢ س = ٤٢١٤٦,٤ جنيه

(تمرين ١٠)

في بداية عام ١٩٩٨م كانت شركة الإسراء مدينة بالمبالغ التاليه :

١٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٤ / ١٩٩٨م ٠

١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٧ / ١٩٩٨م ٠

٣٠,٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ١ / ٨ / ١٩٩٨م ٠

وفى بداية مارس من نفس العام إتفقت الشركة المدينة مع الدائن على تسوية الديون على النحو التالي :

١- سداد مبلغ ٨٠٠٠ جنيه نقداً ٠

٢- يُسدد الباقي بموجب ثلاث كمبيالات بحيث تكون القيمة الإسمية للأولى ثلث القيمة الإسمية للثانية والقيمة الإسمية للثانية ثلث القيمة الإسمية للثالثة ، وتستحق الكمبيالة الأولى بعد ٣ شهور وتستحق الثانية بعد ٤ شهور والثالثة بعد ٥ شهور ، فإذا تمت التسوية السابقة على أساس الفائدة البسيطة بمعدل فائده وخصم قدره ١٤,٥٪ سنوياً ، المطلوب حساب القيمه الإسميه لكل من الكمبيالات الثلاث ؟ ٠

الحل :

حيث أن تاريخ التسويه ٣/١ وهو تاريخ سابق لكل تواريخ الإستحقاق ، فإن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٣٠٠٠	١ شهر	٨٠٠٠	نقداً
١٥٠٠٠	٤ شهور	س	٣ شهور
٣٠٠٠٠	٥ شهور	٣ س	٤ شهور
		٩ س	٥ شهور

<u>بالنسبة للديون القديمة :</u>

* مجموع النمر الشهرية = (١٣٠٠٠×١) + (١٥٠٠٠×٤) + (٣٠٠٠٠×٥)

= ٢٢٣٠٠٠

* مجموع الديون = ١٣٠٠٠+١٥٠٠٠+٣٠٠٠٠ = ٥٨٠٠٠ جنيه ٠

<u>بالنسبة للديون الجديدة :</u>

** بفرض أن قيمه الكمبيالة الأولى هى (س) وبالتالى تكون قيمة الكمبيالة الثانية هي (٣ س) وتكون قيمة الكمبيالة الثالثة هي (٩ س) ٠

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

∴ ٥٨٠٠٠ − $\frac{١٤,٥}{١٢٠٠}$ [٢٢٣٠٠٠]

= ٨٠٠٠ + ١٣ س − $\frac{١٤,٥}{١٢٠٠}$ (٣ س + ١٢ س + ٤٥ س)

∴ ٥٨٠٠٠ − ٢٦٩٤,٦ − ٨٠٠٠ = ١٣ س − ٠,٧٢٥ س

∴ ٤٧٣٠٥,٤ = ١٢,٢٧٥ س

∴ س = $\frac{٤٧٣٠٥,٤}{١٢,٢٧٥}$ = **٣٨٥٣,٨** جنيه٠

∴ القيمة الإسمية للكمبيالة الأولى = س = ٣٨٥٣,٨ جنيه

∴ القيمة الإسمية للكمبيالة الثانية = ٣ س = ١١٥٦١,٤ جنيه

∴ القيمة الإسمية للكمبيالة الثالثة = ٩ س = ٣٤٦٨٤,٢ جنيه

(تمرين ١١)

شخص مدين بالمبالغ التالية :

١٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٣/٣/٢٥

٤٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٣/٤/١٠

٥٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٣/٥/٥

ويريد تسوية هذه الديون بدين واحد قيمته الإسمية تساوي مجموع القيم الإسمية للديون الثلاثة أوجد تاريخ إستحقاق الدين الجديد .

الحـــل

بفرض أن تاريخ التسوية تم في ٢٠٠٣/٣/١٥ فإن :

	مارس		ابريل		مايو		
مدة الدين الأول =	١٠					=	١٠ أيام
مدة الدين الثاني =	١٦	+	١٠			=	٢٦ يوم
مدة الدين الثالث =	١٦	+	٣٠	+	٥	=	٥١ يوم

مجموع القيم الإسمية للديون = ١٠٠٠٠ جنيه ٠

مجموع النمر اليومية = (١٠٠٠×١٠) + (٤٠٠٠×٢٦) + (٥٠٠٠×٥١)

= ٣٦٩٠٠٠

∴ مدة الإستحقاق المتوسط = $\frac{٣٦٩٠٠٠}{١٠٠٠٠}$ = ٣٧ يوم

وبتوزيع ٣٧ يوم على الشـــهور المختلفة إبتداء من ٣/١٥ فإن :

مارس	ابريل		
١٦	٢١	=	٣٧ يوم

أى أن تاريخ الإستحقاق يكون بعد تاريخ التسوية بمدة ٣٧ يوم ، أي:

٢١ /٢٠٠٣/٤

ويمكن التأكد من أن التاريخ الفرضي للتسوية لا يؤثر على يوم الإستحقاق المتوسط أو تاريخ الإستحقاق المتوسط بفرض تاريخ تسوية آخر وليكن ١٠ مارس ٢٠٠٣ وبالتالي نقوم بإعادة حساب المدد مرة ثانية كالآتي :

		مارس		ابريل		مايو		
مدة الدين الأول	=	١٥					=	١٥ أيام
مدة الدين الثاني	=	٢١	+	١٠			=	٣١ يوم
مدة الدين الثالث	=	٢١	+	٣٠	+	٥	=	٥٦ يوم

مجموع النمر اليومية = (١٠٠٠×١٥) + (٤٠٠٠×٣١) + (٥٠٠٠×٥٦)

= ٤١٩٠٠٠

∴ مدة الإستحقاق المتوسط = $\frac{٤١٩٠٠٠}{١٠٠٠٠}$ = ٤٢ يوم تقريبا

وبتوزيع ٤٢ يوم على الشـــهور المختلفة إبتداء من ٣/١٠ فإن :

مارس	ابريل		
٢١	٢١	=	٤٢ يوم

أى أن تاريخ الإستحقاق يكون بعد تاريخ التسوية بمدة ٤٢ يوم، تقع ٢١ يوم منها فى شهر مارس، ٢١ يوم منها فى شهر إبريل.

∴ تاريخ الإستحقاق المتوسط هو ٢١ ابريل ٢٠٠٣ وهي نفس النتيجة السابقة .

خلاصة المبحث الرابع

عند تسوية الديون تواجهنا إحدى الحالات التاليه :

(١) إذا كان تاريخ التسويه سابق لكل تواريخ استحقاق الديون:

القيم الحاليه للديون القديمه = القيم الحاليه للديون الجديده

(٢) إذا كان تاريخ التسويه لاحق لكل تواريخ استحقاق الديون:

جملة الديون القديمه = جملة الديون الجديده

(٣) إذا كان تاريخ التسويه يقع بين تواريخ استحقاق الديون :

جملة الديون القديمه السابقه للتاريخ + القيم الحاليه للديون القديمه اللاحقه للتاريخ = جملة الديون الجديده السابقه للتاريخ+القيم الحاليه للديون الجديده اللاحقه للتاريخ

عند تسوية الديون على أساس مبلغ واحد فقط ، فإنه :

(١) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد لاحق لكل تواريخ الإستحقاق :

القيمه الإسميه للدين الجديد = جملة الديون القديمه

(٢) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد سابق لكل تواريخ الإستحقاق :

القيمه الإسميه للدين الجديد = القيمة الحالية للديون القديمه

(٣) إذا كان تاريخ استحقاق الدين الجديد يقع بين تواريخ الإستحقاق :

القيمة الإسمية للدين الجديد =

جملة الديون القديمه السابقه للتاريخ + القيم الحاليه للديون القديمه اللاحقه للتاريخ

عند تسوية الديون على أساس سداد عدة مبالغ : يتم تطبيق القواعد الأساسية السابقة

$$\text{مدة الإستحقاق المتوسط} = \frac{\text{مجموع النمر (اليومية أو الشهرية)}}{\text{مجموع القيم الإسمية للديون}}$$

تمارين على المبحث الرابع

(١) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

٢٠٠٠ جنيه تستحق في ١/٥/٢٠٠٢م

٤٠٠٠ جنيه تستحق في ١٥/٦/٢٠٠٢م

٦٠٠٠ جنيه تستحق في ١٥/٧/٢٠٠٢م

وقد أتفق مع الدائن على أن يستبدل هذه الديون جميعاً بديناً واحداً يستحق السداد في ١٠ أغسطس ٢٠٠٢م ، إحسب مبلغ هذا الدين على أســـاس معدل فائدة ٩٪ سنويا،(إفترض أن تاريخ التسوية ١٠/٨/٢٠٠٢م).

(٢) إذا إراد المدين في التمرين رقم (١) أن يعطي الدائن ثلاث سندات إذنية متساوية في القيمة الإسمية أحدها يستحق السداد في ١٥ فبراير ٢٠٠٢م والثاني في ١٠ يونيه ٢٠٠٢م والثالث في ١٠ أغسطس ٢٠٠٢م ، فما مقدار القيمة الإسمية ؟ (إفترض أن تاريخ التسوية هو ١٥/٢ / ٢٠٠٢م وأن معدل الفائدة هو معدل الخصم).

(٣) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨٠ يوم

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩٠ يوم

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠٠ يوم

فإذا كان المدين قد إتفق مع الدائن على أن يحرر له سنداً بمبلغ ١٢٠٨٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٢٠ يوم سداداً لهذه الديون ، فإحسب معدل الفائدة الذي حسبت به التسوية، (إفترض أن تاريخ التسوية بعد ١٢٠ يوم أى فى تاريخ إستحقاق الدين الجديد، وأن معدل الفائدة هو معدل الخصم).

(٤) تاجر مدين بثلاثة ديون هي :

الأول ١٠٠٠ جنيه ويستحق بعد ٦ شهور

الثاني ٣٠٠٠ جنيه ويستحق بعد ٤ شهور

الثالث ٥٠٠٠ جنيه ويستحق بعد شهرين

إراد أن يستبدلها بدين واحد يستحق بعد ثمانية شهور ، إحسب القيمة الإسمية للدين الجديد على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٩,٥ ٪ سنويا. (إفترض أن تاريخ التسوية بعد ٨ شهور أى فى تاريخ إستحقاق الدين الجديد).

(٥) شخص مدين في ١٩٩٩/١/٢ بالمبالغ الآتية :

٣٠٠٠ جنيه تستحق في ١٩٩٩/٥/١

٥٠٠٠ جنيه تستحق في ١٩٩٩/٦/١٥

٦٠٠٠ جنيه تستحق في ١٩٩٩/٧/١٥

وقد أتفق مع الدائن على أن يستبدل هذه الديون على النحو التالي : يسدد ١٥٠٠ جنيه نقداً ، ويحرر بالباقي سندين إذنيين متساويين في القيمة الإسمية يستحق الأول في ١٠ أغسطس ١٩٩٩ ، ويستحق الثاني في ١٥ نوفمبر ١٩٩٩ ، إحسب القيمة الإسمية لكل من السندين على أساس معدل فائدة٩٪ سنويا

(٦) شخص مدين الآن بالمبالغ الآتية :

٣٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٨٠ يوم

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩٠ يوم

٧٢٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠٠ يوم

إتفق على تسوية ديونه بسداد ٢٥٠٠ جنيه نقداً وسداد الباقي بثلاث سندات إذنية متساوية القيمة يستحق الأول بعد ٣ شهور والثاني بعد ٦ شهور والثالث بعد ٨ شهور ، إحسب القيمة الإسمية للسندات الثلاث إذا كان معدل الفائدة (والخصم) المستخدم ٨,٥٪ سنوياً

(٧) تاجر مدين بثلاثة ديون هي :

الأول ٢٥٠٠ جنيه ويستحق بعد ٦ شهور

الثاني ٥٤٠٠ جنيه ويستحق بعد ٤ شهور

الثالث ٦١٠٠ جنيه ويستحق بعد شهرين

إتفق مع الدائن على سداد هذه الديون كما يلي :

☒ سداد ١٢٠٠ جنيه نقداً

☒ سداد الباقي بثلاث سندات إذنية الأول منها ضعف الثاني والثاني ضعف الثالث ويستحق الأول بعد ٤ شهور والثاني بعد ٦ شهور والثالث بعد ٨ شهور ، إحسب القيمة الإسمية للسندات الثلاث إذا كان معدل الفائدة (والخصم) المستخدم ٨٪ سنوياً

(٨) إشترت شركة تجارية في أول يناير ١٩٩٩م بضاعة من شركة النمر الأسود ودفعت من ثمنها ٥٠٠٠ جنيه نقداً وحررت بالباقي سنداً إذنياً قيمته الأسمية ١٠٠٠٠ جنيه ويستحق في ١٥ يونيه ١٩٩٩م وفي أول مايو ١٩٩٩ طلبت الشركة التجارية من شركة التوريدات المتحدة إستبدال هذا السند بثلاث سندات

الأول ٢٠٠٠ جنيه ويستحق في ١٩٩٩/٦/٣٠

الثاني ٣٠٠٠ جنيه ويستحق في ١٩٩٩/٧/٣١

الثالث وقيمته الإسمية غير معلومة ويستحق في ١٩٩٩/١٠/٣١

فما هي القيمة الإســـــمية للســـــند الثالث إذا كان معدل الفائدة والخصم المستخدم هو ٩٪ ؟ (إفترض أن تاريخ التسوية فى ٥/١).

(٩) شخص مدين في نهاية يناير ١٩٩٩ بالمبالغ الآتية :

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد شهرين

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤شهور

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ شهور

أراد إســـتبدال هذه الديون بمبلغ واحد قيمته الإسمية تعادل مجموع القيم الإسمية للديون القديمة ، إحسب تاريخ الإستحقاق المتوسط .

(١٠) تاجر مدين في ١٩٩٨/٩/٢٠ بالمبالغ الآتية :

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣٠ يوم

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤٠ يوم

٨٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦٠ يوم

يرغب في إســـتبدال هذه الديون بدين واحد يعادل مجموع القيم الإسمية للديون القديمة ، إحسب تاريخ الإستحقاق المتوسط .

(١١) شخص مدين بالمبالغ التالية :

٥٠٠٠ جنيه تستحق في يوم ٢٠٠٠/٣/٢٥

٣٠٠٠ جنيه تستحق في يوم ٢٠٠٠/٤/٤

٧٠٠٠ جنيه تستحق في يوم ٢٠٠٠/٤/٢٨

فإذا طلب من الدائـــن على أن يسدد كل هذه الديون مرة واحدة بنفس قيمتها الإسمية ، فالمطلوب تحدد التاريخ الواجب السداد فيه (تاريخ الإستحقاق المتوسط).

المبحث الخامس

سداد القروض قصيرة الأجل بنظام الفوائد

مقدمـــــة :

القرض هو المبلغ الذي يستحق على شخص لشخص آخر سواء كان الشخص طبيعياً أو إعتباريا . وفي الفائدة البسيطة نهتم بالقروض قصيرة الأجل التي تتمثل في مبلغ أو مبالغ معينة . وتوجد طرق عديدة لسداد فوائد القروض قصيرة الأجل ، وفي هذا المبحث نتناول كيفية التعامل مع الفوائد المستحقة على القرض .

ومن طرق التعامل مع الفوائد المستحقة ندرس ثلاث طرق ، وهي :

الطريقة الأولى : سداد القرض وفوائده مرة واحدة فى تاريخ الإستحقاق

الطريقة الثانية : سداد القرض فى تاريخ الإستحقاق مع سداد الفوائد بصفه دوريه٠

الطريقة الثالثة : سداد فوائد القرض أو جزء منها مقدماً

ولقد سبق دراسة الطريقة الأولى والتى تتمثل فى سداد القرض وفوائده مرة واحدة فى تاريخ الإستحقاق المحدد والمتفق عليه ، حيث يقوم المدين فى مثل هذه الحاله بسداد جملة القرض : جـ = أ [١ + (ع × ن)] أي القرض الأصلي ، وفوائده ، وقد سبق عرض هذة الطريقة عند دراسة كيفية حساب جملة مبلغ بالفائدة البسيطة ٠

ونتناول فيما يلي الطريقتين الثانية والثالثة من صور التعامل مع الفوائد المستحقة على القرض ٠

الطريقة الثانية : سداد القرض بنظام الفوائد الدوريه :

قد يحدث في بعض الأحيان أن يتم الإتفاق على سداد الفوائد المستحقة في نهاية كل فترة زمنية على أن يسدد المبلغ الأصلي في نهاية مدة معينة وهذا ما يعرف بالفوائد الدورية ، فقد يشترط الدائن أن يسدد المدين له الفوائد بصفة دورية أى كل شهر أو ثلاثة شهور أو ستة شهور وهكذا، ويميل الدائن إلى إتباع هذه الطريقة حتى يستطيع إستثمار مبالغ الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها من المدين أو بعد حصوله عليها بقليل .

كما قد يرغب المدين نفسه في أن يسدد الفوائد بصفة دورية رغبة في التخلص منها أولاً بأول بدلاً من أن يتركها تتراكم عليه . ومما يجب ملاحظته في هذه الطريقة أن الدائن قد يشترط على المدين أنه في حالة تأخره عن سداد مبلغ أو أكثر من مبالغ الفوائد الدورية فإن المبلغ أو المبالغ المتأخرة تعتبر كأنها ديون جديدة يستحق عليها فوائد تأخير بمعدل قد يكون مساوياً لمعدل الفائدة الأصلي كما قد يكون أكبر منه وذلك في حدود ما تسمح به التشريعات القائمة

وتوجد طريقتان لحساب الفائده الدوريه الواحده ، حيث :

الطريقه الأولى : يتم حساب الفائده المستحقه على القرض كله ، ثم نقسم هذه الفائده على عدد الفوائد الدوريه المتفق عليها فنحصل على قيمة الفائده الدوريه الواحده، أي أن :

$$\text{قيمة الفائده الدوريه الواحده} = \frac{\text{فائدة القرض}}{\text{عدد الفوائد الدوريه}}$$

الطريقه الثانيه : وفيها تُحسب قيمة الفائده الدوريه الواحده على أنها =

= القرض الأصلى × المعدل × الفتره الزمنية بالسنوات

مثال (١)

قرض مبلغه ١٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٣ سنوات بمعدل فائده بسيطه ٦ ٪ سنوياً ، وكان الإتفاق بين المدين والدائن على سداد الفوائد المستحقه على الدين بصفه دوريه فى نهاية كل ٣ شهور ، والمطلوب تحديد عدد الفوائد الدورية وحساب قيمة الفائده الدوريه الواحده ؟

الحل :

وفي سبيل ذلك نستخدم الرموز التالية :

$\overline{\text{ش}}$ = طول الفترة الزمنية = ٣ ش = مدة القرض = ٣ × ١٢ = ٣٦ شهر

∴ عدد الفوائد الدورية = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}}$ = $\frac{٣٦}{٣}$ = ١٢ فائدة دورية

∴ فائدة القرض = ١٥٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ٣ = ٢٧٠ جنيه ،

ولحساب قيمة الفائده الدوريه الواحده ، يكون :

الطريقة الأولى:

∴ قيمة الفائده الدوريه الواحده = $\frac{\text{فائدة القرض}}{\text{عدد الفوائد الدوريه}}$

= $\frac{٢٧٠}{١٢}$ = ٢٢,٥ جنيه

الطريقه الثانيه:

قيمة الفائده الدوريه الواحده = القرض × المعدل × طول الفتره الزمنيه

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٥٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ٢٢,٥ جنيه

إذا قام المدين بسداد الفوائد الدوريه فى مواعيد إستحقاقها وقام بسداد القرض الأصلى فى ميعاد الإستحقاق الأصلى أيضاً فلن تكون هناك مشكله .

ولكن تظهر المشاكل فى الحالات التى فيها يتأخر المدين فى سداد بعض أو كل الفوائد الدوريه عن مواعيد استحقاقها ، أو يطلب المدين تأجيل سداد بعض أو كل الفوائد الدوريه إلى موعد جديد مع تحمله لفوائد تأخير ، أو قد يطلب المدين من الدائن تأجيل سداد الفوائد الدوريه المتأخره وكذلك تأجيل سداد الدين الأصلى إلى موعد آخر يأتى بعد تاريخ الإستحقاق وفى هذه الحاله أيضاً يتحمل المدين لفوائد تأخير .

وعلى ذلك فإنه عند سداد الدين من خلال طريقة الفوائد الدورية تواجهنا الصور التالية من مشاكل السداد :

(١) تأجيل سداد بعض (أو كل) الفوائد الدوريه إلى نهاية مدة القرض الأصلى

(٢) تأجيل سداد بعض الفوائد الدوريه والقرض الأصلى إلى ما بعد تاريخ استحقاق القرض الأصلى

وسوف نتناول فيما يلى كيفية التعامل رياضياً مع مثل هذه المشاكل وكيفية تسوية الديون فى ظلها :

تأجيل سداد بعض (أو كل) الفوائد إلى نهاية مدة القرض :

وفي هذه الحالة يقوم المدين بسداد الدين الأصلي في ميعاد استحقاقه ولكن قد يتأخر فى سداد بعض أو كل الفوائد الدوريه عن مواعيد استحقاقها ، وفى هذه الحاله غالباً مايتفق بين المدين والدائن على تحمل المدين لفوائد تأخير إذا طلب تأجيل سداد الفوائد الدوريه إلى موعد سداد الدين الأصلى ، وغالباً ما يكون معدل فوائد التأخير أعلى من معدل فائدة القرض .

مثال (٢)

إقــترض شــخص مبلغ ١٦٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعــدل فــائده بسيطه ٩٪ سنوياً كل شهرين ، على أن يسدد أصل القرض فى نهايــة سنتين ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه أو القرض تُحسب فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المديــن لــم يسدد سوى الفائدتين الأولى والثانية فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه إلى موعد تاريخ استحقاق القرض الأصلى ٠

والمطلوب :

حساب المستحق على المدين فى تاريخ استحقاق القرض ؟ ٠

الحل :

لقرض = ١٦٠٠٠ جنيه   ش = مدة القرض = سنتان = ٢٤ شهر

$\overline{ش}$ = طول الفتره الزمنيه = شهران

∴ عدد الفوائد الدورية = $\frac{ش}{\overline{ش}} = \frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ فائدة دورية

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٦٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}$ = ٢٤٠ جنيه

لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، يمكن أن نستخدم قانون حساب فوائد الدفعات المتساويه ، ولذلك نتبع الآتى :

∴ قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ١٠ × ٢٤٠ = ٢٤٠٠ جنيه ٠

@ مدة تأخير أى فائده دوريه :

= مدة القرض – (ترتيب الفائده الدوريه × طول الفتره الزمنيه)

وعلى ذلك ، فإن :

* مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٢٤ – (٣ × ٢) = ١٨ شهر ٠

* مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٢٤ – (١٢ × ٢) = صفر ٠

@ نطبق المعادله التاليه لحساب فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره :

فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= \text{الفائده الدوريه} \times \text{معدل فائدة التأخير} \times \frac{\text{عدد الفوائد الدوريه المتأخره}}{٢} \times \left(\frac{\text{مدة تأخير أول فائده متأخره + مدة تأخير آخر فائده متأخره}}{\text{عدد أيام أو شهور السنه التجارية}} \right)$$

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ٢٤٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١٠}{٢} \times \left(\frac{١٨ + \text{صفر}}{١٢} \right) = ١٨٠ \text{ جنيه ٠}$$

مايلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق القرض الأصلى هو :

١– القرض الأصلى	= ١٦٠٠٠
٢– قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ٢٤٠٠
٣– فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ١٨٠
∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده	= ١٨٥٨٠ جنيه

تأجيل سداد بعض الفوائد الدوريه والقرض الأصلى إلى ما بعد تاريخ استحقاق القرض الأصلى :

وفى مثل هذه الحاله سيتحمل المدين لفوائد تأخير عن الفوائد الدوريه المتأخره وكذلك عن الدين الأصلى ، وبالتالي يلتزم المدين بسداد :

١- القرض الأصلى .

٢- فائدة تأخير القرض .

٣- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره .

٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره .

مثال (٣)

إقترض سعيد الصحاف مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً في نهاية كل ٤ شهور ، على أن يسدد أصل القرض فى نهاية ٣ سنوات ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه أو القرض تُحسب فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفائدتين الأولى والثانية فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه والقرض الأصلى إلى ما بعد التالريخ الأصلي بـ ١٠ شهور ، والمطلوب :

(١) حساب جملة المستحق على المدين فى الموعد الجديد ؟

(٢) حساب مجموع الفوائد التى تحملها المدين ؟

(٣) تحديد معدل الفائدة الذى حققه الدائن من هذه العملية ؟

الحل :

القرض = ١٦٠٠٠ جنيه ش = ٣ سنوات = ٣٦ شهر

$\overline{ش}$ = ٤ شهور

∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{ش}{\overline{ش}}$ = $\frac{٣٦}{٤}$ = ٩ فوائد دورية

∴عدد الفوائد الدورية المتأخرة = ٧ فوائد

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٢٠٠٠× $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٤}{١٢}$ = ٣٢٠ جنيه

أولاً : - ما يلتزم المدين بسداده :

نظراً لأن المدين تأخر في سداد أصل القرض عن ميعاد الإستحقاق المتفق عليه ، وتأخر في سداد بعض الفوائد الدورية عن المواعيد المتفق عليها ، وذلك إلى ما بعد التاريخ المتفق عليه بعشرة أشهر ، فإن مايلتزم المدين بسداده فى تاريخ الإستحقاق الجديد هو :

١- القرض الأصلى ٠

٢- فائدة تأخير القرض ٠

٣- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره ٠

٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ٠

حيث :

(١) القرض = ١٢٠٠٠ جنيه ٠

(٢) فائدة تأخير القرض = القرض × معدل فائدة التأخير × مدة تأخير القرض

= ١٢٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{١٠}{١٢}$ = ١٠٠٠ جنيه

(٣) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٧ × ٣٢٠ = ٢٢٤٠ جنيه .

(٤) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، نتبع الآتى :

@ مدة تأخير أى فائده دوريه :

= مدة القرض + فترة التأخير – (ترتيب الفائده الدوريه × طول الفتره الزمنيه)

وعلى ذلك :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٣٦ + ١٠ – (٣ × ٤) = ٣٤ شهر .

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٣٦ + ١٠ – (٩ × ٤) = ١٠ شهور .

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ٣٢٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٧}{٢} \times \left(\frac{٣٤+١٠}{١٢}\right) = ٤١٠,٦٧$$ جنيه .

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى تاريخ الإستحقاق الجديد =

١ – القرض الأصلى	= ١٢٠٠٠
٢ – فائدة تأخير القرض	= ١٠٠٠
٣ – قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ٢٢٤٠
٤ – فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ٤١٠,٦٧
∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده	= ١٥٦٥٠,٦٧ جنيه

ثانياً :– لحساب مجموع الفوائد التى تحملها المدين ، نجد أنها تشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ٣٢٠ × ٩ =	٢٨٨٠ جنيه
(٢) فائدة تأخير القرض =	١٠٠٠ جنيه
(٣) فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =	٤١٠,٦٧ جنيه
∴ مجموع الفوائد التى تحملها المدين =	٤٢٩٠,٦٧ جنيه

ثالثاً : لحساب معدل الفائدة الذي حققه الدائن :

∵ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه = ٤٢٩٠,٦٧ جنيه وذلك من خلال إستثمار مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه لمدة ثلاث سنوات وعشرة أشهر

∴ ف = ٤٢٩٠,٦٧ جنيه ، ن = ٤٦ شهر ، أ = ١٢٠٠٠ جنيه

∵ معدل الفائدة = ع = $\frac{ف}{أ \times ن}$

∴ معدل الفائدة الذي حققه الدائن = $\frac{٤٢٩٠,٦٧}{\frac{٤٦}{١٢} \times ١٢٠٠٠}$ = ٩,٣٣ ٪ سنوياً

الطريقة الثالثة : سداد فوائد القرض أو جزء منها مقدماً

وفي هذه الطريقة يُتفق على سداد الفوائد مقدماً في بداية التعاقد مع سداد أصل القرض في نهاية المدة ، أو سداد جزء من الفوائد مقدماً مع سداد الفوائد المتبقية وأصل القرض في نهاية المدة ٠ وبموجب هذه الطريقة عادة ما يتم خصم الفوائد أو جزء منها من قيمة القرض الذي يتسلمه المدين عند الإقتراض ٠ ومن ناحية أخرى قد يصاحب تطبيق هذه الطريقة بعض الشروط التي من شأنها زيادة المعدل الذي يحققه الدائن ، كأن يتم إحتساب كسر السنة الذي يزيد عن ستة أشهر على أنه سنة كاملة ، أو إحتساب كسر السنة الذي يقل عن ستة أشهر على أنه نصف سنة ٠

ولا شك أن خصم الفوائد مقدماً وبالتالي إمكانية إستثمارها من قبل الدائن سوف يؤدي إلى زيادة المعدل الذي يحققه الدائن ، أما المدين فقد يؤدي ذلك إلى طلبه رفع قيمة القرض لأن خصم الفوائد مقدما يجعل المبلغ الذي يتسلمه فعلا لا يفي بالغرض الذي تمت من أجله عملية الإقتراض ، وتُعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق إجحافاً بالمدين ، ورغم ذلك قد يلجأ إليها الكثير وخاصةً في عمليات الشراء بالأجل ٠

مثال (٤)

إقــترض شــخص مــبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائده بســيطه ١٢ ٪ ســنوياً ولمدة ٤ شهور ، فإذا علمت أن البنك يخصم الفوائد مقدمــاً ، ويعتــبر أن المدة التي تقل عن ٦ شهور نصف سنة ، إحسب معدل الفائدة الفعلي الذى حققه البنك من هذه العملية ؟

الحل :

قيمة الفائده المستحقة = ١٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٦٠٠ جنيه

المبلغ الذي يتسلمه المقترض = ١٠٠٠٠ − ٦٠٠ = ٩٤٠٠ جنيه

∴ ف = ٦٠٠ جنيه ، ن = ٤ شهر ، أ = ٩٤٠٠ جنيه

∴ معدل الفائدة الفعلي الذي حققه البنك = $\frac{٦٠٠}{٩٤٠٠ \times \frac{٤}{١٢}}$ = ١٩,١٥ ٪ سنوياً

مثال (٥)

إقــترض شــخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه بمعدل فائده بسيطه ٩ ٪ سنوياً ولمدة ٩ شهور ، علما بأن البنك يخصم الفوائد مقدماً ، ويعتبر أن المدة التي تزيد عن نصف سنة سنة كاملة ، إحسب معدل الفائدة الفعلي الذى حققه البنك؟

الحل :

قيمة الفائده المستحقة = ٨٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١ = ٧٢٠ جنيه

المبلغ الذي يتسلمه المقترض = ٨٠٠٠ − ٧٢٠ = ٧٢٨٠ جنيه

∴ ف = ٧٢٠ جنيه ، ن = ٩ شهر ، أ = ٧٢٨٠ جنيه

∴ معدل الفائدة الفعلي الذي حققه الدائن = $\frac{٧٢٠}{٧٢٨٠ \times \frac{٩}{١٢}}$ = ١٣,١٩ ٪ سنوياً

تمارين محلولة على المبحث الرابع

(تمرين ١)

إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه فى ١ /١ / ٢٠٠٠م وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٧,٥ ٪ سنوياً فى نهاية كل شهر ، على أن يسدد أصل القرض فى نهاية سنتين ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه أو أصل القرض تُحسب عليها فوائد تأخير بمعدل ٩٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الدوريه عن السنه الأولى فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه وأصل القرض حتى آخر مايو ٢٠٠٢م ، ومن ناحية أخرى بفرض أن الدائن يقوم باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بعد إستلامها بشهر واحد بمعدل ١٢٪ سنوياً ، والمطلوب :

**** حساب جملة المستحق على المدين فى آخر مايو ٢٠٠٢م ؟.**

**** تقدير معدل الإستثمار الذى حققه الدائن من وراء هذه العمليه ؟.**

الحل :

لقرض = ٥٠٠٠٠ جنيه ش = سنتان = ٢٤ شهر

$\overline{\text{ش}}$ = ١ شهر ∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{\text{ش}}{\overline{\text{ش}}} = \frac{٢٤}{١}$ = ٢٤ فائدة دورية

∴عدد الفوائد الدورية المتأخرة = ١٢ فائدة

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ٥٠٠٠٠ × $\frac{٧,٥}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢}$

= ٣١٢,٥جنيه

أولاً : - ما يلتزم المدين بسداده :

١- القرض الأصلى ٠ ٢- فائدة تأخير القرض ٠

٣- الفوائد الدوريه المتأخره ٠ ٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ٠

حيث :

(١) القرض = ٥٠٠٠٠ جنيه ٠

(٢) فائدة تأخير القرض = ٥٠٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$ = ١٨٧٥ جنيه

حيث أن التاريخ الأصلى لاستحقاق القرض هو ٢٠٠٢/١/١م ، وتاريخ السداد هو آخر مايو ٢٠٠٢م ، نجد أن مدة تأخير القرض = ٥ شهور

(٣) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ١٢ × ٣١٢,٥ = ٣٧٥٠ جنيه ٠

(٤) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، نتبع الآتى :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٢٤ + ٥- (١٣ × ١) = ١٦ شهر ٠

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٢٤ + ٥- (٢٤ × ١) = ٥ شهور ٠

• نطبق المعادله التاليه لحساب فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره :

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ٣١٢,٥ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{١٦+٥}{١٢}\right) = ٢٩٥,٣$$ جنيه ٠

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى ٢٠٠٢/٥/٣١م =

١- القرض الأصلى	= ٥٠٠٠٠
٢- فائدة تأخير القرض	= ١٨٧٥
٣- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ٣٧٥٠
٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ٢٩٥,٣
∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده	= ٥٥٩٢٠,٣ جنيه

ثانياً :- لحساب معدل الإستثمار الذى حققه الدائن يجب حساب إجمالى الفوائد التى حققها الدائن ، وتشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ٣١٢,٥ × ٢٤ = ٧٥٠٠ جنيه .

(٢) فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره = ٢٩٥,٣ جنيه .

(٣) فائدة تأخير القرض = ١٨٧٥ جنيه .

(٤) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده ، ولحسابها نتبع الآتى :

* مدة استثمار أى فائده دوريه :

= مدة القرض + مدة التأخير – [(ترتيب الفائده الدوريه × طول الفتره الزمنيه) + الفتره بين سداد الفائده واستثمارها]

وعلى ذلك ، فإن :

مدة استثمار أول فائده دوريه مسدده = ٢٤ +٥ – [(١ × ١)+ ١] = ٢٧

مدة استثمار آخر فائده دوريه مسدده = ٢٤ +٥– [(١٢ × ١)+ ١] = ١٦

* نطبق المعادله التاليه لحساب فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده :

فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= \text{الفائده الدوريه} \times \text{معدل فائدة الإستثمار} \times \frac{\text{عدد الفوائد الدوريه المسدده}}{٢} \times \left(\frac{\text{مدة استثمار أول فائده مسدده + مدة استثمار آخر فائده مسدده}}{\text{عدد أيام أو شهور السنه التجارية}} \right)$$

∴ فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= ٣١٢,٥ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{٢٧+١٦}{١٢} \right)$$

= ٨٠٦,٢٥ جنيه .

∴ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه =

= ٧٥٠٠ + ٢٩٥,٣ +١٨٧٥ +٨٠٦,٢٥ = ١٠٤٧٦,٥٥ جنيه ٠

ومن هنا يمكن أن نعتبر أن الدائن قد استثمر مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه لمدة سنتين وخمسة أشهر ، وترتب على هذا الإستثمار تحقيق فوائد قدرها ١٠٤٧٦,٥٥ جنيه ، وعلى ذلك يكون :

ف = ١٠٤٧٦,٥٥ جنيه   ن = ٢٩ شهر   أ = ٥٠٠٠٠ جنيه

∴ معدل الفائدة = ع = $\frac{ف}{أ \times ن}$

∴ معدل الفائدة الذي حققه الدائن = $\frac{١٠٤٧٦,٥٥}{\frac{٢٩}{١٢} \times ٥٠٠٠٠}$ = ٨,٧٦ ٪ سنوياً

(تمرين ٢)

إقترض شخص مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده بعد ٢٨ شهر على أن يسدد الفوائد الدوريه فى نهاية كل ٤ شهور بمعدل فائده بسيطه معين ، ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه أو أصل القرض تُحسب عليها فوائد تأخير بمعدل ٦,٢٥٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الثلاث فوائد الدوريه الأولى فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد جملة المستحق عليه بعد نهاية مدة القرض بثمانية أشهر ، ومن ناحية أخرى بفرض أن الدائن يقوم باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بعد إستلامها مباشرة بمعدل ٨٪ سنوياً ، وأن الدائن قد حقق معدل عام على الإستثمار من وراء هذه العمليه قدره ٥,٧٥٪ سنوياً والمطلوب : حساب معدل الفائده البسيطه الذى تم على أساسه الإقتراض وبالتالى حساب الفوائد الدوريه ؟٠

الحل :

لقرض = ١٨٠٠٠ جنيه ش = سنتان = ٢٨ شهر

$\bar{ش}$ = ٤ شهور ∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{ش}{\bar{ش}}$ = $\frac{٢٨}{٤}$ = ٧ فوائد دورية

∴عدد الفوائد الدورية المتأخرة = ٤ فوائد

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٨٠٠٠× ع × $\frac{٤}{١٢}$ = ٦٠٠٠ ع

وحتى يمكن التعامل مع معدل الإستثمار الذى حققه الدائن يجب حساب إجمالى الفوائد التى حققها الدائن ، وتشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ٦٠٠٠ ع × ٧ = ٤٢٠٠٠ ع .

(٢) فائدة تأخير القرض = ١٨٠٠٠ × $\frac{٦,٢٥}{١٠٠}$ × $\frac{٨}{١٢}$ = ٧٥٠ جنيه

حيث أن مدة تأخير القرض = ٨ شهور

(٣) فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، حيث :

@ مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٢٨ + ٨– (٤ × ٤) = ٢٠ شهر .

@ مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٢٨ + ٨– (٧ × ٤) = ٨ شهور .

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ٦٠٠٠ ع \times \frac{٦,٢٥}{١٠٠} \times \frac{٤}{٢} \times \left(\frac{٢٠+٨}{١٢}\right) = ١٧٥٠ ع$$

(٤) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده ، ولحسابها نتبع الآتى :

∴ مدة استثمار أول فائده مسدده = ٢٨ +٨ – [(١ × ٤)+ صفر] = ٣٢ شهر

∴ مدة استثمار آخر فائده مسدده = ٢٨ +٨– [(٣ × ٤)+ صفر] = ٢٤ شهر

∴ فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= ٦٠٠٠ ع \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{٣٢+٢٤}{١٢}\right)$$

= ٣٣٦٠ ع

∴ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه =

= ٧٥٠ + ٤٢٠٠٠ ع + ١٧٥٠ ع + ٣٣٦٠ ع

= ٧٥٠ + ٤٧١١٠ ع (١)

ومن ناحية أخرى نجد أن :

المده التى يُحسب على أساسها معدل الإستثمار

= ٢٨ شهر + ٨ شهور تأخير

= ٣٦ شهر = ٣ سنوات ٠

الفوائد التى حققها الدائن = القرض × معدل الإستثمار العلم × المده

$$= ١٨٠٠٠ \times \frac{٥,٧٥}{١٠٠} \times ٣ = ٣١٠٥ \text{ جنيه}$$ (٢)

وبمساواة المعادلتين (١) ، (٢) ينتج أن :

٢٣٥٥ = ٧٥٠ + ٤٧١١٠ ع

٢٣٥٦ = ٤٧١١٠ ع

$$∴ \quad ع = \frac{٢٣٥٥}{٤٧١١٠}$$

= ٠,٠٤٩٩٩ = ٥٪ سنوياً تقريباً

أي أن معدل الفائدة البسيطة الذي تم الإقتراض على أساسه في العملية التجارية في هذا المثال هو ٥٪ سنوياً ٠

(تمرين ٣)

إقترض شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه من أحد الشركات لمدة سنتين وقد أتفق على أن يقوم المدين بسداد الفوائد المستحقة على المبلغ في آخر كل ثلاثة شهور بمعدل ٧٪ سنوياً . كما أتفق على أن كل مبلغ من مبالغ الفوائد الدورية لا يسدد في موعده تحتسب عليه فوائد تأخير بمعدل ٨٪ سنوياً ويسدد في آخر مدة القرض مع أصل الدين ، إحسب مقدار ما يدفعه المدين في نهاية مدة القرض إذا فرض أنه لم يسدد ألا الفائدتين الدوريتين الأولى والثانية من الفوائد الدورية.

الحل :

لقرض = ٨٠٠٠ جنيه ش = سنتان = ٢٤ شهر

$\overline{\text{ش}}$ = ٣ شهور ∴ عدد الفوائد الدورية = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨ فوائد دورية

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ٨٠٠٠ × $\frac{٧}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ١٤٠ جنيه

نظراً لأن المدين إلتزم بسداد أصل القرض في ميعاد الإستحقاق المتفق عليه ، وتأخر في سداد بعض الفوائد الدورية عن المواعيد المتفق عليها ، نجد أن مايلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق القرض الأصلى هو :

(١) القرض = ٨٠٠٠ جنيه .

(٢) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٦ × ١٤٠ = ٨٤٠ جنيه .

(٣) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، نتبع الآتى :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٢٤ – (٣ × ٣) = ١٥ شهر .

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٢٤ – (٨ × ٣) = صفر .

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ١٤٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢} \times \left(\frac{١٥ + صفر}{١٢}\right) = ٤٢ \text{ جنيه}$$

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق القرض =

١- القرض الأصلى = ٨٠٠٠

٢- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٨٤٠

٣- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره = ٤٢

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده = ٨٨٨٢ جنيه

(تمرين ٤)

إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه لمدة ١٥ شهراً بمعدل فائدة سنوي ٨٪ وقد إشترط عليه الدائن بأن يدفع الفوائد بصفة دورية في أخر كل ثلاثة شهور . فإذا فرض أن المدين لم يسدد الا ثلاث فوائد من الفوائد الدورية في مواعيدها، كما أنه لم يتمكن من سداد المستحق عليه من أصل القرض أو مبالغ الفوائد الدورية المتأخرة أو فوائد تأخيرها في نهاية مدة القرض . وأنه سدد بعد أنتهاء هذه المدة بستة شهور مبلغ ٦٥٥٥ جنيه وفاء للمستحق عليه فإحسب مقدار المعدل المئوي السنوي لفوائد التاخير إذا كان معدل فائدة التأخير ثابت لأصل الدين والفوائد الدورية المتأخرة .

الحــل :

لقرض = ٦٠٠٠ جنيه ش = ١٥ شهر

$\overline{ش}$ = ٣ شهور ∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{١٥}{٣}$ = ٥ فوائد دورية

قيمة الفائده الدوريه الواحده = $٦٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}$ = ١٢٠ جنيه

نظراً لأن المدين تأخر في سداد أصل القرض عن ميعاد الإستحقاق المتفق عليه ، وتأخر في سداد بعض الفوائد الدورية عن المواعيد المتفق عليها ، وذلك إلى ما بعد التاريخ المتفق عليه بستة أشهر ، فإن المبلغ الذي إلتزم المدين بسداده فى تاريخ الإستحقاق الجديد وهو ٦٥٥٥ جنيه يمثل :

١- القرض الأصلى .

٢- فائدة تأخير القرض .

٣- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره .

٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره .

حيث :

(١) القرض = ٦٠٠٠ جنيه .

(٢) فائدة تأخير القرض = ٦٠٠٠ × ع × $\frac{٦}{١٢}$ = ٣٠٠٠ ع

(٣) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره= ٢ × ١٢٠ = ٢٤٠ جنيه .

(٤) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ١٥ + ٦ - (٤ × ٣) = ٩ شهور .

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ١٥ + ٦ - (٥ × ٣) = ٦ شهور .

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ١٢٠ \times ع \times \frac{٢}{٢} \times \left(\frac{٩+٦}{١٢}\right) = ١٥٠ \text{ ع}$$

∴ ٦٥٥٥ = ٦٠٠٠ + ٣٠٠٠ع + ٢٤٠ + ١٥٠ ع

∴ ٣١٥ = ٣١٥٠ ع

∴ ع = ١٠٪ سنوياً

(تمرين ٥)

إقترض جمال إبراهيم مهدي مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ١٨ شهراً بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً وأتفق مع المدين على أن يحصل على الفائدة منه كل شهرين وأن يحسب عليه فوائد تأخير عن كل فائدة دورية لم تسدد في ميعادها بمعدل ٩٪ وقد سدد المدين الفوائد الدورية الثلاث الأولى فقط كما تمكن الدائن من إستثمار هذه المبالغ بمعدل ١٠٪ سنوياً بمجرد تسلمها من المدين ٠

المطلوب :حساب مقدار المبلغ المستحق على المدين في نهاية مدة الدين ثم إحسب معدل الفائدة السنوي الذي حققه الدائن من إستثمار أمواله إذا فرض أنه تسلم جميع مبالغه بما فيها الفوائد الدورية الثلاثة الأولى وفوائدها في نهاية مدة الدين الأصلية .

الحـــل :

لقرض = ١٠٠٠٠ جنيه   ش = ١٨ شهر

$\overline{ش}$ = ٢ شهر ∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩ فوائد دورية

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٠٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × $\frac{٢}{١٢}$ = ١٣٣,٣ جنيه

عدد الفوائد الدوريه المتأخره = ٩ – ٣ فوائد مسدده = ٦ فوائد ٠

أولاً : ما يلتزم المدين بسداده فى نهاية مدة الدين يشمل :

١– القرض الأصلى ٠

٢– قيمة الفوائد الدوريه المتأخره ٠

٣– فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ٠

حيث :

(١) القرض = <u>١٠٠٠٠</u> جنيه ٠

(٢) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٦ × ١٣٣,٣ = <u>٨٠٠</u> جنيه ٠

(٣) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، نتبع الآتى :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ١٨– (٤ × ٢) = ١٠ شهور ٠

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ١٨– (٩ × ٢) = صفر ٠

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ١٣٣,٣ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٦}{٢} \times \left(\frac{١٠+ \text{صفر}}{١٢}\right) = \underline{٣٠} \text{ جنيه ٠}$$

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق الدين =

١– القرض الأصلى	= ١٠٠٠٠
٢– قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ٨٠٠
٣– فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ٣٠
∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده	= ١٠٨٣٠ جنيه

ثانياً :– لحساب معدل الإستثمار نحدد الفوائد التى حصل عليها الدائن ، وتشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ١٣٣,٣ × ٩ = <u>١٢٠٠</u> جنيه ٠

(٢) فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره = <u>٣٠</u> جنيه ٠

(٣) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده ، ولحسابها نتبع الآتى :

مدة استثمار أول فائده دوريه مسدده = ١٨ – [(١ × ٢)] = ١٦ شهر ٠

مدة استثمار آخر فائده دوريه مسدده = ١٨ – [(٣ × ٢)] = ١٢ شهر

∴ فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= ١٣٣,٣ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{١٦+١٢}{١٢}\right) = \underline{٤٦,٦٧} \text{ جنيه}$$

∴ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه =

= ١٢٠٠ + ٣٠ + ٤٦,٦٧ = ١٢٧٦,٦٧ جنيه ٠

ف = ١٢٧٦,٦٧ جنيه ن = ١٨ شهر أ = ١٠٠٠٠ جنيه

∴ معدل الفائدة الذي حققه الدائن = $\frac{١٢٧٦,٦٧}{\frac{١٨}{١٢} \times ١٠٠٠٠}$ = ٨,٥١ ٪ سنوياً

(تمرين ٦)

إقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد الفوائد الدورية بواقع ٦٪ في نهاية كل ٣ شهور على أن يسدد أصل القرض في نهاية ٣ سنوات وتم الإتفاق على أنه في حالة التأخير في سداد بعض الفوائد الدورية تحسب عليها فوائد تأخير بواقع ٨٪ سنوياً . فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى ثلاث فوائد دورية في ميعادها . وقد تعهد للدائن بأن يدفع باقي الفوائد الدورية المستحقة مع فوائد تأخيرها في نهاية مدة القرض ، وبفرض أن الدائن كان يستثمر الفوائد الدورية المدفوعة فور إستلامها بمعدل قدره ٩٪ سنوياً وحتى تاريخ سداد أصل القرض ، والمطلوب :

١- تحديد جملة ما يلتزم المدين بسداده عند نهاية مدة القرض

٢- تحديد معدل الإستثمار العام الذي حققه الدائن على أمواله.

الحـــل :

لقرض = ١٢٠٠٠ جنيه ش = ٣٦ شهر

$\overline{ش}$ = ٣ شهور ∴عدد الفوائد الدورية = $\frac{٣٦}{٣}$ = ١٢ فائدة دورية

قيمة الفائده الدوريه الواحده = ١٢٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ١٨٠ جنيه

عدد الفوائد الدوريه المتأخره = ١٢ – ٣ فوائد مسدده = ٩ فوائد ٠

أولاً : – مايلتزم المدين بسداده فى نهاية مدة الدين يشمل :

(١) القرض = ١٢٠٠٠ جنيه ٠

(٢) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٩ × ١٨٠ = ١٦٢٠ جنيه ٠

(٣) لحساب فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ، نتبع الآتى :

مدة تأخير أول فائده دوريه متأخره = ٣٦– (٤ × ٣) = ٢٤ شهر

مدة تأخير آخر فائده دوريه متأخره = ٣٦– (١٢ × ٣) = صفر٠

∴ فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= ١٨٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٩}{٢} \times \left(\frac{٢٤+ \text{ صفر}}{١٢}\right) = $$ ١٢٩,٦ جنيه ٠

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق الدين =

٤– القرض الأصلى	= ١٢٠٠٠
٥– قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ١٦٢٠
٦– فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ١٢٩,٦
∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده	= ١٣٧٤٩,٦ جنيه

ثانياً :– لحساب معدل الإستثمار الذى حققه الدائن يجب حساب إجمالى الفوائد التى حصل عليها الدائن ، وتشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ١٨٠ × ١٢ = ٢١٦٠ جنيه ٠

(٢) فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره = ١٢٩,٦ جنيه ٠

(٣) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده ، ولحسابها نتبع الآتى :

مدة استثمار أول فائده دوريه مسدده = ٣٦ – [(١ × ٣)] = ٣٣ شهر٠

مدة استثمار آخر فائده دوريه مسدده = ٣٦ – [(٣ × ٣)] = ٢٧ شهر

∴ فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= ١٨٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{٢٧+٣٣}{١٢}\right) = \underline{١٢١,٥} \text{ جنيه}$$

∴ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه =

= ٢١٦٠+ ١٢٩,٦+ ١٢١,٥ = ٢٤١١,١ جنيه ٠

ف = ٢٤١١,١ جنيه ن = ٣٦ شهر أ = ١٢٠٠٠ جنيه

$$\therefore \text{ معدل الفائدة الذي حققه الدائن } = \frac{٢٤١١,١}{\frac{٣٦}{١٢} \times ١٢٠٠٠}$$

= ٦,٧ ٪ سنوياً

(تمرين ٧) :

إقترض شخص مبلغ ٧٠٠٠٠ جنيه لمدة ٣٠ شهر وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٩٪ سنوياً فى نهاية كل ٥ شهور ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه أو أصل القرض تُحسب عليها فوائد تأخير بمعدل ١٢٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الدوريه الأولى والثانية فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه وأصل القرض إلى ما بعد نهاية مدة القرض الأصلي بثلاثة أشهر ، ومن ناحية أخرى بفرض أن الدائن يقوم باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بعد إستلامها بشهرين بمعدل ١٠٪ سنوياً ، والمطلوب :

** حساب جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل ؟٠

** تقدير معدل الإستثمار الذى حققه الدائن من وراء هذه العمليه ؟٠

الحـــل :

لقرض = ٧٠٠٠٠ جنيه   ش = ٣٠ شهر

ش̄ = ٥ شهور ∴ عدد الفوائد الدورية = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦ فوائد دورية

* عدد الفوائد الدوريه المتأخره = ٦ – ٢ فائده مسدده = ٤ فوائد ٠

* قيمة الفائده الدوريه الواحده = ٧٠٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$ = ٢٦٢٥ جنيه

أولاً : – <u>مايلتزم المدين بسداده بعد نهاية فترة التأجيل</u> :

(١) القرض = **٧٠٠٠٠ جنيه** ٠

(٢) فائدة تأخير القرض = ٧٠٠٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = **٢١٠٠ جنيه** ٠

(٣) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره = ٤ × ٢٦٢٥ = **١٠٥٠٠ جنيه** ٠

(٤) فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره =

= ٢٦٢٥ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٤}{٢}$ × $\left(\frac{١٨+٣}{١٢}\right)$ = **١١٠٢,٥ جنيه** ٠

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده فى آخر فترة التأجيل

١– القرض الأصلى	= ٧٠٠٠٠
٢– فائدة تأخير القرض	= ٢١٠٠
٣– قيمة الفوائد الدوريه المتأخره	= ١٠٥٠٠
٤– فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره	= ١١٠٢,٥

∴ جملة ما يلتزم المدين بسداده = ٨٣٧٠٢,٥ جنيه

ثانياً :- حساب معدل الإستثمار الذى حققه الدائن

** إجمالى الفوائد التى حصل عليها الدائن ، وتشمل :

(١) الفوائد الدوريه كلها = ٢٦٢٥ × ٦ = ١٥٧٥٠ جنيه ٠

(٢) فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره = ١١٠٢,٥ جنيه ٠

(٣) فائدة تأخير القرض = ٢١٠٠ جنيه ٠

(٤) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= ٢٦٢٥ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٢}{٢} \times \left(\frac{٢٦+٢١}{١٢}\right) = ١٠٢٨,١٣ \text{ جنيه}$$

∴ إجمالى الفوائد التى حققها الدائن من هذه العمليه =

= ١٥٧٥٠ + ١١٠٢,٥ + ٢١٠٠ + ١٠٢٨,١٣ = ١٩٩٨٠,٦٣ جنيه

ومن هنا يمكن أن نعتبر أن الدائن قد استثمر مبلغ ٧٠٠٠٠ جنيه لمدة ٣٣ شهر، وترتب على هذا الإستثمار تحقيق فوائد قدرها ١٩٩٨٠,٦٣ جنيه ، وعلى ذلك يكون :

ف = ١٩٩٨٠,٦٣

ن = ٣٣ شهر

أ = ٧٠٠٠٠

$$∵ \text{معدل الفائدة} = ع = \frac{ف}{أ \times ن}$$

$$∴ \text{معدل الفائدة الذي حققه الدائن} = \frac{١٩٩٨٠,٦٣}{٧٠٠٠٠ \times \frac{٣٣}{١٢}}$$

= ١٠,٣٨ ٪ سنوياً

خلاصة المبحث الخامس

(١) قيمة الفائده الدوريه الواحده =

= القرض الأصلى × معدل الإقتراض × الفتره الزمنية بالسنوات

(٢) فائده تأخير القرض =

= القرض الأصلى × معدل التأخير × مدة التأخير بالسنوات

(٣) عند تأجيل سداد بعض (أو كل) الفوائد إلى نهاية مدة القرض ، فإن ما يلتزم المدين بسداده فى تاريخ استحقاق القرض الأصلى هو :

(١) القرض الأصلى

(٢) قيمة الفوائد الدوريه المتأخره

(٣) فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره

(٤) مدة تأخير أى فائده دوريه :

= مدة القرض – (ترتيب الفائده الدوريه × طول الفتره الزمنيه)

(٥) فوائد تاخير الفوائد الدوريه المتأخره =

$$= \text{الفائده الدوريه} \times \text{معدل فائدة التأخير} \times \frac{\text{عدد الفوائد الدوريه المتأخره}}{٢} \times \left(\frac{\text{مدة تأخير أول فائده متأخره} + \text{مدة تأخير آخر فائده متأخره}}{\text{عدد أيام أو شهور السنه التجارية}} \right)$$

(٦) عند تأجيل سداد بعض الفوائد الدوريه والقرض الأصلى إلى ما بعد تاريخ استحقاق القرض الأصلى ، فإن ما يلتزم المدين بسداده :

١- القرض الأصلى ٠

٢- فائدة تأخير القرض ٠

٣- قيمة الفوائد الدوريه المتأخره ٠

٤- فوائد تأخير الفوائد الدوريه المتأخره ٠

(٧) مدة استثمار أى فائده دوريه :

= مدة القرض + مدة التأخير – [(ترتيب الفائده الدوريه × طول الفتره الزمنيه)

+ الفتره بين سداد الفائده واستثمارها]

(٨) فوائد استثمار الفوائد الدوريه المسدده =

$$= \text{الفائده الدوريه} \times \text{معدل فائدة الإستثمار} \times \frac{\text{عدد الفوائد الدوريه المسدده}}{٢} \times \left(\frac{\text{مدة استثمار أول فائده مسدده + مدة استثمار آخر فائده مسدده}}{\text{عدد أيام أو شهور السنه التجارية}} \right)$$

(٩) معدل الإستثمار الذي يحققه الدائن (المقرض) = $ع = \frac{ف}{أ \times ن}$

حيث :

ف = الفوائد التى حققها الدائن من العمليه

أ = مبلغ القرض

ن = مدة القرض الإجمالية

تمارين على المبحث الخامس

١- إقترض سعد السعيد مبلغ وقدره ١٢٠٠٠ جنيه واتفق مع الدائن على أن يسدد أصل القرض فى نهاية ٣ سنوات ، وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً فى نهاية كل ٣ شهور ، ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه تُحسب عليها فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الثلاث الأولى فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه وفوائد تأخيرها إلى تاريخ إستحقاق القرض الأصلى ، والمطلوب حساب جملة المستحق على المدين فى تاريخ استحقاق القرض الأصلى؟

وبفرض أن الدائن كان يستثمر الفوائد الدوريه المسدده فى مواعيدها بمجرد إستلامها على أساس معدل فائده بسيطه ١٢٪ سنوياً ، والمطلوب تقدير معدل الإستثمار الذى حققه الدائن من وراء هذه العمليه ؟.

٢- إقترضت إحدى الشركات من أحد البنوك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ثلاث سنوات وقد إتفقت الشركة مع البنك على سداد الفوائد المستحقة على هذا القرض آخر كل شهرين بمعدل ٨,٥٪ سنوياً . وقد تمكنت الشركة من سداد الفوائد الدورية في مواعيدها خلال السنة الأولى من مدة القرض وأتفقت مع البنك على تأجيل سداد الفوائد الباقية والقرض الأصلي إلى ما بعد نهاية مدته بشهرين ، والمطلوب حساب المبلغ الذي تسدده الشركة للبنك إذا علم أن معدل فوائد التأخير هو ١٠٪ سنوياً .

٣- إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل٨٪ سنوياً وقد إتفق مع البنك على سداد هذا المبلغ في نهاية سنة ونصف على أن يقوم بسداد فائدة المبلغ بصفة دورية كل ثلاثة شهور في مواعيدها، فإذا لم يسدد سوى الفوائد الدورية الثلاثة الأولى ، وإتفق مع البنك على تأجيل سداد الباقي من الفوائد الدورية حتى نهاية مدة القرض على أن تحسب فوائد تأخير بمعدل ٩٪ سنوياً ، إحسب معدل الفائدة الذي حققه البنك في هذه العملية علماً بأنه قام بإستثمار الفوائد الدورية التي سددها هذا الشخص في مواعيدها بمعدل ١٠٪ سنوياً حتى نهاية مدة القرض .

٤- شركة مدينة فى أول يناير ١٩٩٤ بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه يسدد فى نهاية نفس العام ، على أن تسدد الشركة فوائد القرض آخر كل شهر بصفة دورية خلال السنة بمعدل ٨٪ سنوياً ، وبعد أن قامت الشركة بسداد الفوائد الدورية الاربع الأولى فى مواعيدها ، أتفقت مع الدائن على تأجيل دفع باقى الفوئد الدورية إلى نهاية السنة مع حساب فوائد التأخير بمعدل ٩٪ ، وفى نهاية ١٩٩٤ قامت الشركة بسداد نصف المستحق عليها من دين وفوائد وأتفقت مع الدائن علىتحرير سندين بالباقى ، والقيمة الإسمية للسند الأول ضعف القيمة الإسمية للسند الثانى ، ويستحق السند الأول بعد شهرين ، ويستحق السند الثانى بعد أربعة شهور ، فما هى القيمة الإسمية لكل سند إذا كان معدل الفائدة ١٠٪ سنوياً

٥- إقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وتعهد بسداده بعد ١٨ شهراً على أن يسدد الفوائد الدورية في نهاية كل ٣ شهور بمعدل فائدة قدره ٦٪ سنوياً وبعد أن سدد الأربعة فوائد الأولى أتفق مع الدائن على أن يسدد له جملة المستحق عليه بعد نهاية مدة القرض بشهرين وعلى أن تحسب فوائد تأخير

على الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل قدره ٨٪ وفوائد تأخير على أصل القرض بمعدل ٩٪ ، فإذا علمت أن الدائن إستطاع أن يستثمر الفوائد الدورية المســــددة في مواعيدهـــا بمعدل قدره ١٠٪ ، وبعد شـــهر واحد من إستلام كل منها فأوجد :

أولاً : ما يلزم المدين بسداده عند نهاية مهلة سداد القرض .

ثانياً : معدل الأستثمار العام الذي حققه الدائن على أمواله .

٦- إقترض شخص مبلغ ٣٦٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده بعد ٢٨ شهراً على أن يسدد الفوائد الدورية في نهاية كل ٤ شهور بمعدل فائدة بسيطة معين وقد قام المدين بسداد الثلاثة فوائد الدورية الأولى في وموعدها وأتفق مع الدائن على أن يسدد له جملة المستحق عليه بعد نهاية مدة القرض بثمانية شهور على أن يتحمل فوائد تأخير عن كل المبالغ المستحقة بمعدل ٦,٢٥٪ فإذا علمت أن الدائن إستطاع أن يستثمر الفوائد الدورية المسددة في مواعيدها بمعدل ٨٪ وأنه إستطاع في النهاية أن يحقق معدل إستثمار عام على أمواله بمعدل ٥,٧٥٪ سنوياً، فالمطلوب إيجاد المعدل الذي على أساسه تم حساب الفوائد الدورية .

٧- إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٦٪ سنوياً فى نهاية كل ٣ شهور ، على أن يسدد أصل القرض فى نهاية ١٨ شهر ، ونص عقد القرض على أنه فى حالة التأخير فى سداد أي من الفوائد الدوريه تُحسب عليها فوائد تأخير بمعدل ٨٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفوائد الثلاث الأولى فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه وفوائد تأخيرها إلى تاريخ إستحقاق القرض الأصلى ، فإذا علمت أن الدائن قد تمكن من استثمار الفوائد الدورية

المسدده بعد استلامها بشهرين بمعدل فائدة ٥٪ سنوياً . المطلوب حساب معدل الفائدة الذي حققه الدائن من وراء هذه العملية ؟.

٨- إقترض شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد الفوائد الدوريه بمعدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً فى نهاية كل ربع سنة ، على أن يسدد أصل القرض فى نهاية ثلاث سنوات ، وأن أي تأخير فى القرض أو فوائده الدوريه يُسدد عنه فوائد تأخير بمعدل ١٠٪ سنوياً ، فإذا علمت أن المدين لم يسدد سوى الفائدتين الأولى والثانية فقط فى مواعيدها ، وقد إتفق المدين مع الدائن على تأجيل سداد باقى الفوائد الدوريه وأصل القرض إلى ما بعد تاريخ استحقاق القرض بسنة ، ومن ناحية أخرى بفرض أن الدائن يقوم باستثمار الفوائد الدوريه المسدده بعد إستلامها بشهر واحد بمعدل ٩٪ سنوياً ، والمطلوب :

** حساب جملة المستحق على المدين فى تاريخ التأجيل ؟.

** تقدير معدل الإستثمار الذى حققه الدائن من وراء هذه العمليه ؟.

٩- إقترض تاجر من بنك ما فى أول مارس ١٩٩٨م مبلغاً وقدره ٩٠٠٠ جنيه ولمدة سنة ، على أن يسدد فوائده بصورة دورية فى نهاية كل شهرين بمعدل فائدة ٦٪ سنوياً ، والمطلوب حساب المبلغ الواجب دفعه إلى البنك إذا علم أن المدين سدد الفوائد الدورية الأربعة الأولى فى مواعيدها وأجل سداد بقية الفوائد ومبلغ القرض إلى يوم الإستحقاق الأصلي للقرض وأن فوائد التأخير تُحسب بمعدل ٨٪ سنوياً ؟.

المبحث السادس

سداد القروض قصيرة الأجل بطريقة القسط المتساوى من الأصل والفوائد معاً

وفى هذه الطريقه يقوم المدين بسداد الدين عن طريق سداد قسط سنوي متساوى من رأس المـــال وفوائده معاً (قسط ثابت) أي أن القسط يشمل الفوائد المستحقة عن القرض والمبلغ المخصص لسداد القرض نفسه .

ومن الناحيه الرياضيه يجب أن تتعادل جملة الأقساط المتساويه مع جملة القرض موضع السداد ، أي أن :

جملة القرض = جملة الأقساط

القرض + فوائده = مجموع الأقساط + مجموع الفوائد المستحقه على الأقساط

وباستخدام الرموز يكون :

$$\text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}{١٢}\right)\right]$$

حيث :

أ = أصل القرض   ن = مدة القرض   ع = معدل الفائدة

م = عدد الأقساط   د = قيمة القسط $\text{ن}_{١}$ = مدة القسط الأول

$\text{ن}_{٢}$ = مدة القسط الأخير

أي أن :

$$\text{أ}[١ + (\text{ع ن})] = (\text{د} \times \text{م}) + \left\{\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{مدة القسط الأول + مدة القسط الأخير}}{١٢}\right)\right\}$$

مثال (١)

إقترضت محلات الفرسان الثلاثة ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر الدولى ، وكان عقد القرض يقضي بتعهد المدين بسداد القرض على أقساط متساويه من الأصل والفوائد معاً لمدة سنه على أن يُدفع القسط فى نهاية كل ربع سنه ، فإذا عُلم أن البنك يحسب الفوائد البسيطه بمعدل ١٠٪ سنوياً ٠

والمطلوب :

١- حساب القسط الربع سنوى ؟٠

٢- تصوير جدول إستهلاك القرض ؟٠

الحل :

أ = ٥٠٠٠٠ ن = سنة = ١٢ شهر م = ١٢÷ ٣ = ٤ أقساط

ع = ١٠٪ سنوياً $ن_1$ = ٩ $ن_2$ = صفر

$$\because \text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٥٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times ١\right)\right] = (\text{د} \times ٤) + \left[\text{د} \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٤}{٢} \times \left(\frac{٩ + \text{صفر}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٥٥٠٠٠ = ٤\,\text{د} + ٠,١٥\,\text{د}$$

$$\therefore ٥٥٠٠٠ = ٤,١٥\,\text{د}$$

$$\therefore \text{د} = \frac{٥٥٠٠٠}{٤,١٥} = ١٣٢٥٣$$

∴ القسط الربع سنوي المتساوى من الأصل والفوائد معاً =

= د = ١٣٢٥٣ جنيه تقريباً ٠

ولتصوير جدول إستهلاك القرض ، نعتبر محلات الهدى والنور مدينه بالقرض وفوائده ، ودائنه بالأقساط وفوائدها ، حيث يتم حساب الفوائد الدائنة في هذه الحالة على أساس أن :

الفائدة = القسط × المعدل × الفترة الزمنية الباقية لحين إنتها القرض

وعلى ذلك ، فإن :

الفائده الدائنه عن القسط الأول = ١٣٢٥٣ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{٩}{١٢}$ = ٩٩٣,٩٧٥ ج

الفائده الدائنه عن القسط الثانى = ١٣٢٥٣ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٦٦٢,٦٥ ج

الفائده الدائنه عن القسط الثالث = ١٣٢٥٣ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ٣٣١,٣٢٥ ج

الفائده الدائنه عن القسط الرابع (الأخير) = صفر.

ومن هنا يمكن تصوير جدول إستهلاك القرض كما يلى :

جدول استهلاك القرض

المبلغ	بيان	المده بالشهور	المبلغ	بيان	المده بالشهور
٥٠٠٠٠	أصل القرض	١٢	١٣٢٥٣	القسط الأول	
٥٠٠٠	فائدة القرض		٩٩٣,٩٧٥	فائدة القسط الأول	٩
			١٣٢٥٣	القسط الثانى	
			٦٦٢,٦٥	فائدة القسط الثانى	٦
			١٣٢٥٣	القسط الثالث	
			٣٣١,٣٢٥	فائدة القسط الثالث	٣
			١٣٢٥٣	القسط الرابع	
٠,٠٥	فرق تقريب		صفر	فائدة القسط الرابع	صفر
٥٥٠٠٠			٥٥٠٠٠		

مثال (٢)

إقترضت شركة موبينيل للتليفون المحمول مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر بضمان أراضى زراعيه تمتلكها ، وتعهد المدين بسداد القرض على أقساط متساويه من الأصل والفوائد معاً بحيث يكون مقدار القسط ٨٨٤٦,٨ جنيه ، ويُدفع القسط فى نهاية كل شهرين ولمدة سنتين ، والمطلوب تحديد معدل الفائده البسيطه المستخدم كأساس لهذه العمليه التجاريه ؟.

الحل :

أ = ١٠٠٠٠٠   ن = سنتان = ٢٤ شهر   م = ٢٤÷ ٢ = ١٢ قسط

ع = ؟؟؟؟ $\text{ن}_{١}$ = ٢٢ $\text{ن}_{٢}$ = صفر   د = ٨٨٤٦,٨ جنيه

$$\because \text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ١٠٠٠٠٠\left[١ + \left(\text{ع} \times \frac{٢٤}{١٢}\right)\right] =$$

$$(٨٨٤٦,٨ \times ١٢) + \left[٨٨٤٦,٨ \times \text{ع} \times \frac{١٢}{٢} \times \left(\frac{٢٢ + \text{صفر}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ١٠٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠٠\,\text{ع} = ١٠٦١٦١,٦ + ٩٧٣١٤,٨\,\text{ع}$$

$$\therefore ١٠٢٦٨٥,٢\,\text{ع} = ٦١٦١,٦$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{٦١٦١,٦}{١٠٢٦٨٥,٢} = ٦\,\%\ \text{سنوياً}$$

∴ معدل الفائده البسيطه السنوي المستخدم كأساس لهذه العمليه التجاريه هو ٦ ٪ سنوياً

مثال (٣)

إقترضت شركة الهادي للملابس مبلغ ما من بنك مصر الدولي بضمان المصنع على أساس معدل فائدة بسيطة ٥٪ ، وتعهد المدين بسداد القرض على أقساط متساويه من الأصل والفوائد معاً بحيث يكون مقدار القسط ٢٦٣,٤٧٣ جنيه ، ويُدفع القسط فى نهاية كل ثلاث شهور ولمدة سنتين ، والمطلوب تحديد المبلغ المقترض ؟٠

الحل :

أ = ؟؟؟؟؟ ن = سنتان = ٢٤ شهر م = ٢٤ ÷ ٣ = ٨ أقساط

ع = ٥ ٪ $ن_1$ = ٢١ $ن_2$ = صفر د = ٢٦٣,٤٧٣ جنيه

$$\therefore أ + (أ \times ع \times ن) = (د \times م) + \left[د \times ع \times \frac{م}{٢} \times \left(\frac{ن_1 + ن_2}{١٢} \right) \right]$$

$$\therefore أ \left[١ + \left(\frac{٥}{١٠٠} \times \frac{٢٤}{١٢} \right) \right] =$$

$$(٢٦٣,٤٧٣ \times ٨) + \left[٢٦٣,٤٧٣ \times \frac{٥}{١٠٠} \times \frac{٨}{٢} \times \left(\frac{٢١ + صفر}{١٢} \right) \right]$$

$$\therefore ١,١ \ أ = ٢١٠٧,٧٨٤ + ٩٢,٢١٥٥٥$$

$$\therefore ١,١ \ أ = ٢١٩٩,٩٩٩٥٥$$

$$\therefore أ = \frac{٢١٩٩,٩٩٩٥٥}{١,١} = ٢٠٠٠ \text{ جنيه}$$

∴ المبلغ المقترض في هذه العمليه التجاريه هو ٢٠٠٠ جنيه تقريباً

مثال (٤)

إقترض بشير التابعي مبلغ ٣٠٠٠٠ من البنك الأهلي المصري على أساس معدل فائدة بسيطة ٦٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على أقساط متساويه من الأصل والفوائد معاً بحيث يكون مقدار القسط ٧٧٧٥,٠٦ جنيه ، ولمدة سنة واحدة ، والمطلوب عدد الأقساط والفترة الزمنية الفاصلة بين كل قسطين متتاليين ؟.

الحل :

أ = ٣٠٠٠٠ ن = سنة = ١٢ شهر م = ؟؟؟؟ د = ٧٧٧٥,٠٦

ع = ٦ ٪ $\text{ن}_{1} = \text{ن} - \dfrac{\text{ن}}{\text{م}} = ١٢ - \dfrac{١٢}{\text{م}}$ ن_{2} = صفر

$$\because \text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_{1} + \text{ن}_{2}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٣٠٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{٦}{١٠٠} \times ١\right)\right] =$$

$$(٧٧٧٥,٠٦ \times \text{م}) + \left[٧٧٧٥,٠٦ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{١٢ - \frac{١٢}{\text{م}} + \text{صفر}}{١٢}\right)\right]$$

$\therefore$ ٣١٨٠٠ = ٧٧٧٥,٠٦ م + ٢٣٣,٢٥١٨ م − ٢٣٣,٢٥١٨

$\therefore$ ٣٢٠٣٣,٢٥١٨ = ٨٠٠٨,٣١١٨ م

$$\therefore \text{م} = \frac{٣٢٠٣٣,٢٥١٨}{٨٠٠٨,٣١١٨} = ٤$$

$\therefore$ **عدد الأقساط = م ٤ أقساط**

$\therefore$ **الفترة الزمنية الفاصلة بين كل قسطين متتاليين = ١٢ ÷ ٤ = ٣ شهور**

مثال (٥)

إقترض شخص مبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك التجارية وتعهد بسداد هذا القرض على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً لمدة ٩ شهور يدفع القسط في نهاية كل ٣ شهور فإذا علم أن البنك يحسب الفائدة البسيطة بمعدل ١٢٪ فالمطلوب حساب :

(١) القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً .

(٢) تصوير جدول إستهلاك القرض.

الحل :

أ = ٢٤٠٠٠ ن = ٩ شهور م = ٩ ÷ ٣ = ٣ أقساط

ع = ١٢٪ سنوياً $\text{ن}_{١}$ = ٦ $\text{ن}_{٢}$ = صفر

$$\because \text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٢٤٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}\right)\right] = (\text{د} \times ٣) + \left[\text{د} \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{٦ + \text{صفر}}{١٢}\right)\right]$$

$$\therefore ٢٦١٦٠ = ٣\,\text{د} + ٠,٠٩\,\text{د}$$

$$\therefore ٢٦١٦٠ = ٣,٠٩\,\text{د}$$

$$\therefore \text{د} = \frac{٢٦١٦٠}{٣,٠٩} = ٨٤٦٦$$

∴ القسط الربع سنوي المتساوى من الأصل والفوائد معاً =

= د = ٨٤٦٦ جنيه تقريباً .

ولتصوير جدول إستهلاك القرض ، نعتبر المقترض مدين بالقرض وفوائده من ناحية ، ودائن بالأقساط وفوائدها من ناحية أخرى ، وعلى ذلك يكون :

فائدة القسط الأخير (الثالث) = صفر لأنه يسدد فى آخر المده ٠

وفائدة القسط قبل الأخير (الثاني) = فائدة القسط عن فتره زمنيه واحده ٠

وبضرب القسط قبل الأخير (الثاني) × ٢ نحصل على القسط السابق له (الأول) ، وهكذا ٠

وعلى ذلك ، فإن :

الفائده الدائنه عن القسط الثالث (الأخير) = صفر٠

الفائده الدائنه عن القسط الثاني = ٨٤٦٦ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٣}{١٢}$ = ٢٥٣,٩٨ج

الفائده الدائنه عن القسط الأول = ٢٥٣,٩٨ × ٢ = ٥٠٧,٩٦ ج

ومن هنا يمكن تصوير جدول إستهلاك القرض كما يلى :

جدول استهلاك القرض

المبلغ	بيان	المده بالشهور	المبلغ	بيان	المده بالشهور
٢٤٠٠٠	أصل القرض	٩	٨٤٦٦	القسط الأول	
٢١٦٠	فائدة القرض		٥٠٧,٩٦	فائدة القسط الأول	٦
			٨٤٦٦	القسط الثانى	
			٢٥٣,٩٨	فائدة القسط الثانى	٣
			٨٤٦٦	القسط الثالث	
٠,٠٦	فرق تقريب		صفر	فائدة القسط الثالث	صفر
٢٦١٦٠			٢٦١٦٠		

خلاصة المبحث السادس

عند سداد القرض قصير الأجل بطريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً يتم تطبيق العلاقة التالية :

جملة القرض = جملة الأقساط

القرض + فوائده = مجموع الأقساط + مجموع الفوائد المستحقه على الأقساط

$$\text{أ} + (\text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}) = (\text{د} \times \text{م}) + \left[\text{د} \times \text{ع} \times \frac{\text{م}}{٢} \times \left(\frac{\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢}}{١٢}\right)\right]$$

ومن هنا يمكن إيجاد أي من المجاهيل الخمس ٠

حيث :

- أ = أصل القرض
- ن = مدة القرض
- ع = معدل الفائدة
- م = عدد الأقساط
- د = قيمة القسط
- $\text{ن}_{١}$ = مدة القسط الأول
- $\text{ن}_{٢}$ = مدة القسط الأخير
- إذا كان القسط المتساوي يُدفع في نهاية كل فترة زمنية ، فإن :

$$\text{ن}_{١} = \text{ن} - \frac{\text{ن}}{\text{م}} = ١٢ - \frac{١٢}{\text{م}} \quad ، \quad \text{ن}_{٢} = \text{صفر}$$

تمارين على المبحث السادس

(١) إقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه من أحد البنوك التجارية وتعهد بسداد هذا القرض على أقســـاط متســـاوية من الأصـــل والفوائد معاً لمـــدة ســـنة يدفع القسط في نهاية كل ٣ شـــهور (أقســـاط ربع ســـنوية) فإذا علم أن البنك يحسب الفائدة البسيطة بمعدل ١٢٪ فالمطلوب حساب :

(١) القسط الربع سنوي المتساوي من الأصل والفوائد معاً .

(٢) تصوير جدول الإستهلاك للقرض .

(٢) إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك ، وإتفق مع البنك على أن يسدد الدين بأقساط متساوية قدرها ٨٨٤,٦٨ جنيه في نهاية كل شهرين لمدة سنتين على أقساط متساوية والمطلوب تحديد معدل الفائدة البسيطة الذي يستثمر البنك به أمواله.

(٣) إقترض شخص من بنك مبلغاً ما لمدة سنتين بفائدة ١٠٪ سنوياً وتعهد بسداد المبلغ وفوائده على أقساط متساوية يدفع كل منها في آخر كل ٣ شهور فإذا علمت أن قيمة القسط المتساوي بلغت ٢٧٥٨,٦٢١ جنيه ، إحسب المبلغ المقترض .

(٤) إقترض إحد الأشخاص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه من إحد البنوك التجارية وتعهد بسدادها بقسط متساوي من رأس المال والفوائد معاً يدفع في نهاية كل فترة زمنية ثابتة ولمدة سنة واحدة فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ٦٪ سنوياً وأن القسط المتساوي ٧٧٧,٥٠٦ جنيه فالمطلوب إيجاد عدد الدفعات والفترة الزمنية التي تفصل بين كل دفعة وأخرى .

(٥) إقترضت إحدى الشركات مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك لمدة سنة وذلك بفائدة بسيطة ومعدلها ١٠٪ سنوياً وإتفقت الشركة مع البنك على السداد بأقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد ، إحسب قيمة القسط الشهري والفوائد التي تحملتها الشركة في هذه العملية .

(٦) إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل ٨٪ سنوياً ولمدة سنة على أن يسدد القرض وفوائده في نهاية المدة ومن ناحية أخرى إتفق المدين مع البنك على إيداع مبالغ متساوية في نهاية كل شهرين خلال مدة القرض لتستثمر بمعدل ٦٪ سنوياً وبحيث تصبح جملة هذه المبالغ في نهاية مدة القرض مساوية تماماً لجملة القرض إحسب قيمة المبلغ المتساوي المودع في نهاية كل شهرين .

(٧) إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك لمدة سنتين وذلك بفائدة بسيطة بمعدل معين وإتفق مع البنك على السداد بأقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معاً فإذا علم أن قيمة القسط الشهري المتساوي ٤٦٥,٥ جنيه ، فإحسب المعدل المستخدم بواسطة البنك .

(٨) إقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه بفائدة بسيطة معدلها ١٢٪ سنوياً ولمدة سنتين وإتفق على سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية من أصل القرض والفوائد بحيث يسدد القسط في نهاية كل شهرين ، إحسب قيمة القسط المتساوي . ويفرض أن البنك يقوم بإستثمار الأقساط المسددة في مواعيدها وبمجرد إستلامها وبمعدل ١٠٪ سنوياً وحتى نهاية مدة القرض . فإحسب المعدل الذي حققه البنك من وراء هذه العملية .

المبحث السابع

سـداد القروض قصـيرة الأجل بطريقة الإسـتهلاكات المتسـاوية

Equal depreciation

وتُسمى هذه الطريقة ، سداد الدين (إستهلاك القرض) بطريقة القسط المتساوى من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقى •وفى هذه الطريقه يقوم المدين بسداد أصل الدين على عدد متساو من الأقساط مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقى من أصل الدين فقط فى نهاية كل فتره زمنيه ، وبالتالى فإن إجمالى ما يُسدد فى نهاية كل فتره زمنيه لايمثل قسطاً متساوياً بل يمثل قسطاً متناقصاً •

وطبقاً لهذه الطريقه من طرق سداد القروض قصيرة الأجل ، يكون :

•• الإستهلاك المتساوى من الأصل فقط = $\frac{\text{أصل القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$

•• الفائده المستحقه عن أي فتره زمنيه =

= الرصيد المتبقى من القرض × المعدل × طول الفتره الزمنيه بالسنوات

والأمثلة التالية توضح التطبيق العملي لهذه الطريقة فى استهلاك القروض قصيرة الأجل •

مثال (١)

إقترض شخص مبلغ ٣٦٠٠٠ جنيه بفائدة بسيطة بمعدل ١٢ ٪ سنوياً وتعهد بسداد المبلغ المقترض على ستة أقساط متساوية من الأصل يدفع كل منها فى نهاية كل ٣ شهور على أن يدفع مع كل قسط الفائدة المستحقة على رصيد القرض ،والمطلوب :

(أ) حساب الفائدة المستحقة فى آخر كل فترة زمنية.

(ب) عمل جدول الاستهلاك المناسب .

الحل :

$$\text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الأقساط}}$$

$$\therefore \text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{٣٦٠٠٠}{٦} = ٦٠٠٠ \text{ جنيه،}$$

ويمكن حساب رصيد القرض أول الفترة وحساب الفوائد المستحقة على الرصيد:

الفتره	رصيد القرض أول الفتره	الفائده المستحقه آخر الفتره
الأولى	٣٦٠٠٠	$٣٦٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٠٨٠$
الثانيه	٣٦٠٠٠-٦٠٠٠=٣٠٠٠٠	$٣٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٩٠٠$
الثالثه	٣٠٠٠٠-٦٠٠٠=٢٤٠٠٠	$٢٤٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٧٢٠$
الرابعة	٢٤٠٠٠-٦٠٠٠=١٨٠٠٠	$١٨٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٥٤٠$
الخامسة	١٨٠٠٠-٦٠٠٠=١٢٠٠٠	$١٢٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٣٦٠$
السادسة	١٢٠٠٠-٦٠٠٠=٦٠٠٠	$٦٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٨٠$

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالى :

جدول استهلاك القرض

الفتره الزمنيه	رصيد أول الفتره	الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط	رصيد آخر الفتره
١	٣٦٠٠٠	١٠٨٠	٦٠٠٠	٧٠٨٠	٣٠٠٠٠
٢	٣٠٠٠٠	٩٠٠	٦٠٠٠	٦٩٠٠	٢٤٠٠٠
٣	٢٤٠٠٠	٧٢٠	٦٠٠٠	٦٧٢٠	١٨٠٠٠
٤	١٨٠٠٠	٥٤٠	٦٠٠٠	٦٥٤٠	١٢٠٠٠
٥	١٢٠٠٠	٣٦٠	٦٠٠٠	٦٣٦٠	٦٠٠٠
٦	٦٠٠٠	١٨٠	٦٠٠٠	٦١٨٠	صفر
إجماليات		٣٧٨٠	٣٦٠٠٠	٣٩٧٨٠	

ملاحظات على طريقة الإستهلاكات المتساوية :

أولاً : يتناقص القرض الذى تُحسب على أساسه الفائده بمقدار الإستهلاك المتساوى ، وعلى ذلك فإن الفوائد المستحقه آخر الفترات الزمنيه تكون فى صورة متواليه عدديه متناقصه ، حيث :

حدها الأول = فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده ٠

حدها الأخير = فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ٠

ثانياً : يكون مجموع الفوائد المستحقه على المدين = مجموع متواليه عدديه حدها الأول فائدة القرض عن فتره زمنيه ، وحدها الأخير هو فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ، وعدد حدودها يعادل عدد الأقساط ٠

∴ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{2} \left(\text{فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه} \right)$$

<u>ثالثاً :</u> الأقساط المدفوعه فى آخر كل فتره زمنيه تكون فى صورة متواليه عدديه متناقصه ، حيث :

- حدها الأول = القسط الأول = الإستهلاك المتساوى + فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده .
- حدها الأخير = القسط الأخير = الإستهلاك المتساوى + فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده .

وعلى ذلك يكون مجموع المبالغ المستحقه على المدين لسداد القرض وفوائده = مجموع متواليه عدديه حدها الأول هو القسط الأول ، وحدها الأخير هو القسط الأخير

∴ مجموع المبالغ المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}\left(\text{القسط الأول + القسط الأخير}\right)$$

<u>رابعاً :</u> يمكن إيجاد قيمة أى قسط من الأقساط المدفوعه خلال مدة القرض ، حيث يكون القسط الذى رتبته [ن] هو :

$د_{ن} = د_{١} - (ن - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى.

مثال (٢)

إقترض شخص مبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه من بنك مصر بمعدل فائده بسيطه ٨٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ٤ أقساط متساويه من الأصل فقط ويُدفع القسط فى نهاية كل ٣ شهور ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط ، والمطلوب :

١- حساب الفائده المستحقه فى آخر كل فتره زمنيه ؟.

٢- تصوير جدول إستهلاك القرض ؟.

الحل :

الإستهلاك المتساوى = $\frac{٢٤٠٠٠}{٤}$ = ٦٠٠٠ جنيه.

وعلى ذلك يمكن تقدير رصيد القرض المطلوب سداده في أول وآخر كل فترة زمنية ، وكذلك حساب الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي من القرض على النحو التالي :

الفتره	رصيد القرض أول الفتره	الفائده المستحقه آخر الفتره
الأولى	٢٤٠٠٠	$٢٤٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٤٨٠$
الثانيه	٢٤٠٠٠−٦٠٠٠=١٨٠٠٠	$١٨٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٣٦٠$
الثالثه	١٨٠٠٠−٦٠٠٠=١٢٠٠٠	$١٢٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٤٠$
الرابعه	١٢٠٠٠−٦٠٠٠=٦٠٠٠	$٦٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٢٠$

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالى :

جدول استهلاك القرض

الفتره الزمنيه	رصيد أول الفتره	الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط	رصيد آخر الفتره
١	٢٤٠٠٠	٤٨٠	٦٠٠٠	٦٤٨٠	١٨٠٠٠
٢	١٨٠٠٠	٣٦٠	٦٠٠٠	٦٣٦٠	١٢٠٠٠
٣	١٢٠٠٠	٢٤٠	٦٠٠٠	٦٢٤٠	٦٠٠٠
٤	٦٠٠٠	١٢٠	٦٠٠٠	٦١٢٠	صفر
إجماليات		١٢٠٠	٢٤٠٠٠	٢٥٢٠٠	

مثال (٣)

إقترض محمد العبد مبلغ ٤٨٠٠٠ جنيه من مصرف تجارى بمعدل فائده بسيطه ١٠٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ١٢ قسطاً متساوياً من الأصل فقط ويُدفع القسط فى نهاية كل شهر ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط .

والمطلوب (بدون تصوير جدول إستهلاك القرض) :

١ - حساب مجموع الفوائد التى يتحملها المدين ؟.

٢ - حساب مجموع المبالغ التى يلتزم المدين بدفعها من قرض وفوائد ؟.

٣ - حساب قيمة القسط السابع والقسط العاشر ؟ .

الحل :

(١) مجموع الفوائد التى يتحملها المدين :

الإستهلاك المتساوى = $\frac{٤٨٠٠٠}{١٢}$ = ٤٠٠٠ جنيه

∵ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

= $\frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}$ (فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه)

∴ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{١٢}{٢}\left[\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٠}{١٠٠}\times ٤٨٠٠٠\right)+\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٠}{١٠٠}\times ٤٠٠٠\right)\right]$$

= ٦ (٤٠٠ + ٣٣,٣٣) = ٢٦٠٠ جنيه .

(٢) بالنسبه للمبالغ التى يتحملها المدين ، نحسب :

القسط الأول = الإستهلاك المتساوى + فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده ٠

$$= ٤٠٠٠ + \left(٤٨٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} \right)$$

= ٤٤٠٠ جنيه ٠

القسط الأخير = الإستهلاك المتساوى + فائدة الإستهلاك المتساوىعن فتره زمنيه

$$= ٤٠٠٠ + \left(٤٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} \right)$$

= ٤٠٣٣,٣٣ جنيه ٠

$$\text{مجموع مايتحمله المدين} = \frac{١٢}{٢}(٤٤٠٠ + ٤٠٣٣,٣٣)$$

= ٥٠٦٠٠ جنيه٠

(٣) حساب القسط العاشر :

∵ $د_{ن} = د_{١} - (ن - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى

∴ القسط السابع = $د_{٧} = د_{١} - (٧ - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى

= ٤٤٠٠ - (٦ × ٣٣,٣٣)

= ٤٤٠٠ - ٢٠٠ = ٤٢٠٠ جنيه ٠

∴ القسط العاشر = $د_{١٠} = د_{١} - (١٠ - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى

= ٤٤٠٠ - (٩ × ٣٣,٣٣)

= ٤١٠٠ جنيه ٠

تمارين محلولة على المبحث السابع

(تمرين ١)

إقترض محمد الهادي مبلغ ٦٠٠٠ جنيه من بنك مصر الدولي بمعدل فائده بسيطه ٨,٥٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ٥ أقساط ربع سنوية متساويه من الأصل فقط ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط ، والمطلوب :

١- حساب الفائده المستحقه فى آخر كل فتره زمنيه ؟.

٢- تصوير جدول إستهلاك القرض ؟.

الحل :

الإستهلاك المتساوى = $\frac{٦٠٠٠}{٥}$ = ١٢٠٠ جنيه.

وعلى ذلك ، يكون :

الفتره	رصيد القرض أول الفتره	الفائده المستحقه آخر الفتره
الأولى	٦٠٠٠	$٦٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٢٧,٥$
الثانيه	٦٠٠٠-١٢٠٠=٤٨٠٠	$٤٨٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ١٠٢,٠$
الثالثه	٤٨٠٠-١٢٠٠=٣٦٠٠	$٣٦٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٧٦,٥٠$
الرابعه	٣٦٠٠-١٢٠٠=٢٤٠٠	$٢٤٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٥١,٠٠$
الخامسة	٢٤٠٠-١٢٠٠=١٢٠٠	$١٢٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢} = ٢٥,٥٠$

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالى :

جدول استهلاك القرض

الفتره الزمنيه	رصيد أول الفتره	الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط	رصيد آخر الفتره
١	٦٠٠٠	١٢٧,٥٠	١٢٠٠	١٣٢٧,٥	٤٨٠٠
٢	٤٨٠٠	١٠٢,٠٠	١٢٠٠	١٣٠٢,٠	٣٦٠٠
٣	٣٦٠٠	٧٦,٥٠٠	١٢٠٠	١٢٧٦,٥	٢٤٠٠
٤	٢٤٠٠	٥١,٠٠٠	١٢٠٠	١٢٥١,٠	١٢٠٠
٥	١٢٠٠	٢٥,٥٠٠	١٢٠٠	١٢٢٥,٥	صفر
إجماليات		٣٨٢,٥	٦٠٠٠	٦٣٨٢,٥	

(تمرين ٢)

إقترض شخص مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه من مصرف تجارى بمعدل فائده بسيطه ١٢٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ١٢ قسطاً متساوياً من الأصل فقط ويُدفع القسط فى نهاية كل شهر ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط ، والمطلوب (بدون تصوير جدول إستهلاك القرض) :

(١) – حساب مجموع الفوائد التى يتحملها المدين ؟٠

(٢) – حساب مجموع المبالغ التى يلتزم المدين بدفعها من قرض وفوائد ؟٠

(٣) – حساب قيمة القسط الثامن ؟ ٠

الحـــل :

(١) حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين :

الإستهلاك المتساوى = $\frac{٦٠٠٠٠}{١٢}$ = ٥٠٠٠ جنيه

∵ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

= $\frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}$ (فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه)

∴ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{١٢}{٢}\left[\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٢}{١٠٠}\times ٦٠٠٠٠\right)+\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٢}{١٠٠}\times ٥٠٠٠\right)\right]$$

= ٦ (٦٠٠ + ٥٠) = ٦٥٠ جنيه .

(٢) بالنسبه للمبالغ التي يتحملها المدين ، نحسب :

القسط الأول = الإستهلاك المتساوى + فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده .

= ٥٠٠٠ + $\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٢}{١٠٠}\times ٦٠٠٠٠\right)$ = ٥٦٠٠ جنيه .

القسط الأخير = الإستهلاك المتساوى + فائدة الإستهلاك المتساوىعن فتره زمنيه

= ٥٠٠٠ + $\left(\frac{١}{١٢}\times\frac{١٢}{١٠٠}\times ٥٠٠٠\right)$ = ٥٠٥٠ جنيه .

مجموع مايتحمله المدين = $\frac{١٢}{٢}$(٥٦٠٠+٥٠٥٠) = ٦٣٩٠٠ جنيه.

(٣) حساب القسط العاشر :

∵ $د_ن = د_١ - (ن - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى

∴ القسط الثامن = $د_٨ = د_١ - (٨ - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى

= ٥٦٠٠ - (٧ × ٥٠) = ٥٢٥٠ جنيه .

خلاصة المبحث السابع

عند سداد القرض قصير الأجل بطريقة القسط المتساوي من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقي ، أو ما يُسمى بطريقة الإستهلاكات المتساوية نجد أن :

(١) الإستهلاك المتساوى من الأصل فقط = $\frac{\text{أصل القرض}}{\text{عدد الأقساط}}$

(٢) الفائده المستحقه عن أي فتره زمنيه =

= الرصيد المتبقى من القرض × المعدل × طول الفتره الزمنيه بالسنوات

(٣) مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

= $\frac{\text{عدد الأقساط}}{2}$ (فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه)

(٤) مجموع المبالغ المستحقه على المدين =

= $\frac{\text{عدد الأقساط}}{2}$ (القسط الأول + القسط الأخير)

حيث :

☒ القسط الأول = الإستهلاك المتساوى + فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده ٠

☒ القسط الأخير = الإستهلاك المتساوى + فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ٠

(٥) القسط الذى رتبته [ن] هو :

$د_{ن}$ = $د_{١}$ – (ن – ١) فائدة الإستهلاك المتساوى٠

تمارين على المبحث السابع

١- إقترض شخص مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه لمدة سنة بفائدة بسيطة بمعدل ١٢٪ سنوياً وقد تعهد هذا الشخص بسداد القرض على ١٢ قسطاً شهرياً متساوياً من الأصل مع دفع الفوائد المستحقة على الرصيد مع كل قسط والمطلوب (بدون تصوير جدول الاستهلاك)

أ - حساب مجموع الفوائد التى يتحملها المدين .

ب - مجموع المبالغ التى يلتزم المدين بسدادها من القرض والفوائد .

جـ - إيجاد قيمة القسط الثامن .

٢- إقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ١٢٠٠٠ جنيه بفائدة بسيطة معدلها ١٢٪ سنوياً ولمدة سنتين وإتفق على سداد القرض بطريقة الإستهلاكات المتساوية بحيث يسدد القسط في نهاية كل نصف سنة ، إحسب مجموع الفوائد المستحقة التي تحملها التاجر ثم صور جدول الاستهلاك

٣- إقترض تاجر مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وإتفق على سداد القرض فى شكل خمسة إستهلاكات متساوية من أصل القرض فقط على أن يسدد كل منها آخر كل شهرين مع الفائدة المستحقة على الرصيد بمعدل ١٢٪ سنوياً ، إحسب مجموع الفوائد المستحقة التي تحملها التاجر ثم صور جدول الاستهلاك .

٤- إقترض شخص مبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بفائدة بسيطة معدلها ٨٪ سنوياً وإتفق على سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل فقط خلال سنة بحيث يسدد القسط في نهاية كل شهر مع سداد الفوائد المستحقة مع القسط والمحسوبة على رصيد القرض في بداية كل فترة زمنية ، إحسب قيمة كل من القسط الأول والأخير ثم إحسب مجموع الفوائد التي تحملها المدين .

المبحث الثامن

سداد القروض قصيرة الأجل بدفعات مجزأة غير منتظمة

وبمقتضى هذه الطريقة من طرق سداد الدين (القرض) يقوم المدين بسداد الدين على أجزاء غير متساوية *unequal payments* وعلى فترات زمنية غير منتظمة *Unequal periods* وتبعاً للحالة المالية والتجارية له ، وفيما يلي أمثلة تطبيقية على هذه الطريقة .

مثال (١)

إقترض حازم إمام في أول يناير ٢٠٠٢م مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك الذي يتقاضى فائدة بسيطة بمعدل ١٠ ٪ سنوياً ، ثم قام بسداد المبالغ التالية :

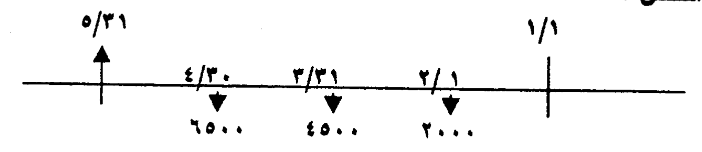
٢٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٢/١م

٤٥٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٣/٣١م

٦٥٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٤/٣٠م

وفي آخر مايو من نفس العام طلب سداد باقي قيمة الدين إحسب قيمة ما يسدده في هذا التاريخ .

الحـــل :



في هذا المثال نجد أن المدين في آخر مايو ٢٠٠٠م يكون مدين بالفرق بين جملة القرض وجملة المبالغ المسددة ، حيث :

جملة القرض = ١٥٠٠٠ $\left[١ + \left(\frac{١٠}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢} \right) \right]$ = ١٥٦٢٥ جنيه

بالنسبة لجملة المبالغ المسددة :

مجموع المبالغ = ٢٠٠٠+٤٥٠٠+٦٥٠٠ = ١٣٠٠٠جنيه .

مجموع النمر الشهريه = (٢٠٠٠× ٣) + (٤٥٠٠×٢) + (٦٥٠٠×١)

= ٢١٥٠٠

جملة المبالغ المسددة = ١٣٠٠٠ + $\frac{١٠}{١٢٠٠}$ (٢١٥٠٠) = ١٣١٧٩,١٧ ج

∴ما يجب على المدين سداده في آخر مايو ٢٠٠٢م =

= ١٥٦٢٥ – ١٣١٧٩,١٧

= ٢٤٤٥,٨٣ جنيه

مثال (٢)

إقترض إبراهيم سعيد تاجر الأدوات الرياضية ١٥٠٠٠ من بنك مصر بفائدة بسيطة ٩٪ وذلك أول يناير ٢٠٠٢م وقام بسداد المبالغ التالية :

٥٠٠٠ جنيه في ٢٩ فبراير ٢٠٠٢م

٦٠٠٠ جنيه في ٣١ مارس ٢٠٠٢م

٤٠٠٠ جنيه في ٣٠ ابريل ٢٠٠٢م

فإذا علمت أن البنك يحسب فوائد على المبالغ المودعة بمعدل فائدة بسيطة ٨٪ سنوياً . والمطلوب تحديد المركز المالي للتاجر تجاه البنك في آخر يونيه من نفس العام .

الحـــل :

لتحديد الموقف المالي لهذا التاجر ، يكون ذلك من خلال تحديد ما له وما عليه ، وهنا نجد أن المدين في آخر يونية ٢٠٠٢م يكون مدين بالفرق بين جملة القرض وجملة المبالغ المسددة ، حيث :

$$\text{جملة القرض} = ١٥٠٠٠ \left[١ + \left(\frac{٩}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} \right) \right] = \boxed{\text{١٥٦٧٥ جنيه}}$$

بالنسبة لجملة المبالغ المسددة :

مجموع المبالغ = ٥٠٠٠+٦٠٠٠+٤٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جنيه .

مجموع النمر الشهريه = (٥٠٠٠× ٤) + (٦٠٠٠×٣) + (٤٠٠٠×٢)

= ٤٦٠٠٠

$$\text{جملة المبالغ المسددة} = ١٥٠٠٠ + \frac{٨}{١٢٠٠} (٤٦٠٠٠) = ١٥٣٠٦,٦٧ \text{ ج}$$

∴ما يجب على المدين سداده في آخر يونية ٢٠٠٢م =

= ١٥٦٧٥ – ١٥٣٠٦,٦٧ = ٣٣٨,٣٣ جنيه

مثال (٣)

إقترض تاجر مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه في أول يناير ٢٠٠٣م من بنك القاهرة وبالرجوع الى جدول إستهلاك هذا القرض وجد أن المدين قام بتسليم المبالغ الأتية للبنك :

- ١٥٠٠٠ جنيه في آخر ابريل من نفس العام
- ١٢٠٠٠ جنيه في آخر يوليو من نفس العام
- ٦٠٠٠ جنيه في آخر نوفمبر من نفس العام

فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة ٨٪ سنوياً فالمطلوب :

١. تحديد ما على المدين للبنك في ٢٠٠٣/١٢/٣١ سداداً لباقي هذا القرض.
٢. تصوير جدول إستهلاك القرض .

الحـــل :

نجد أن المدين في آخر ديسمبر ٢٠٠٣ يكون مدين بالفرق بين جملة القرض وجملة المبالغ المسددة ، حيث :

جملة القرض = ٤٠٠٠٠ $\left[١ + \left(\frac{٨}{١٠٠} \times ١ \right) \right]$ = **٤٣٢٠٠ جنيه**

<u>بالنسبة لجملة المبالغ المسددة :</u>

مجموع المبالغ = ١٥٠٠٠+١٢٠٠٠+٦٠٠٠ = ٣٣٠٠٠ جنيه .

مجموع النمر الشهريه = (١٥٠٠٠× ٨) + (١٢٠٠٠×٥) + (٦٠٠٠×١)

= ١٨٦٠٠٠

جملة المبالغ المسددة = ١٥٠٠٠ + $\frac{٨}{١٢٠٠}$ (١٨٦٠٠٠) = **٣٤٢٤٠ ج**

∴ ما يجب على المدين سداده في آخر عام ٢٠٠٣ =

= ٤٣٢٠٠ – ٣٤٢٤٠ = ٨٩٦٠ جنيه

ومن هذا التحليل يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالي :

جدول استهلاك القرض

المبلغ	بيان	تاريخ	المده شهور	المبلغ	بيان	تاريخ	المده شهور
٤٠٠٠٠	أصل القرض	٠٣/١/١		١٥٠٠٠	الدفعة الأولى	٠٣/١/١	
٣٢٠٠	الفوائد	١٢/٣١	١٢	٨٠٠	فائدة الدفعة الأولى	١٢/٣١	٨
				١٢٠٠٠	الدفعة الثانية		
				٤٠٠	فائدة الدفعة الثانية		٥
				٦٠٠٠	الدفعة الثالثة		
				٤٠	فائدة الدفعة الثالثة		١
				٨٩٦٠	الرصيد المتبقى		
٤٣٢٠٠				٤٣٢٠٠			

تمارين متنوعة على إستهلاك القروض قصيرة الأجل

١. إقترض أحد التجار مبلغ ٢٨٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بفائدة بسيطة معدلها ١٠٪ سنوياً وذلك في أول يناير ٢٠٠٠م ثم قام بكتابة ثلاثة كمبيالات بالمبالغ التالية

١٠٠٠٠ جنيه تستحق ٢٠٠٣/٣/١٣

٥٠٠٠ جنيه تستحق ٢٠٠٣/٤/٣٠

١١٠٠٠ جنيه تستحق ٢٠٠٣/٥/٣١

فإذا علم أن البنك يحسب فوائد بسيطة على المبالغ المودعة بمعدل ٩ ٪ سنوياً ، حدد المركز المالي للتاجر قبل البنك في ٢٠٠٣/٥/٣١ .

٢. إقترض شخص مبلغ ٣٦٠٠٠ جنيه من أحد المصارف وتعهد بسداده على ستة أقساط متساوية من أصل القرض مع دفع الفوائد على رصيد أول كل فترة زمنية ، على أن يسدد القسط مع الفوائد في نهاية كل ٣ شهور فإذا علمت أن الفوائد البسيطة تحسب بمعدل ٩٪ ، فالمطلوب حساب متوسط الأقساط وإعداد جدول إستهلاك الدين .

٣. إقترض تاجر من بنك المبالغ التالية على أساس فائدة بسيطة بمعدل ٩٪ سنوياً :

i. ٣٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/١/١٦

ii. ٤٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٢/ ٥

iii. ٥٠٠٠ جنيه تستحق في ٢٠٠٢/٣/١٢

وفي يوم ٦ ابريل ٢٠٠٢ قام التاجر بسداد نصف المستحق عليه من أصل فوائد وإتفق مع البنك على أن يسدد النصف الآخر على أقساط

شهرية متساوية خلال سنة كاملة يدفع القسط آخر كل شهر خلال السنة وبنفس المعدل والمطلوب :

١ - حساب جملة المستحق على التاجر في يوم ٢٠٠٢/٣/١٢

٢ - حساب القسط الشهري المتساوي من رأس المال والفوائد معاً .

٣- حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين .

٤. أراد مدير إحدى الشركات التوسع في عملياته الانتاجية فتطلب منه ذلك إقتراض مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه في أول يناير ٢٠٠٣ من بنك مصر وبالرجوع الى جدول إستهلاك هذا القرض وُجد أن المدين قام بتسديد المبالغ التالية للبنك :

أ - ١٥٠٠٠ جنيه في ٣/١٤/ من نفس العام

ب - ١٠٠٠٠ جنيه في ٨/١٣/ من نفس العام

جـ - ٢٥٠٠٠ جنيه في ١١/١٣/ من نفس العام

فإذا علم أن البنك يحتسب الفائدة البسيطة على قروضه للغير بمعدل ٩٪ سنوياً فالمطلوب :

(١) حساب ما يجب أن يسدده المدين للبنك في ٢٠٠٣/١٢/٣١ سداداً لباقي هذا القرض

(٢) تصوير جدول الاستهلاك .

٥. إقترض تاجر مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه من بنك وتعهد بسداد القرض بدفع ستة دفعات متساوية تدفع أولها بعد شهرين من الأن أما الفوائد فتدفع على الرصيد من الدين بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً ، فالمطلوب :

i. إيجاد قيمة الاستهلاك الثابت والذي يدفع كل شهرين

ii. إيجـــاد مجموع الفوائـــد التي يتحملها المديـــن .

iii. تصـــوير جدول إســـتهلاك هذا الدين .

٦. إقترض مدير أحد الشركات بغرض التوسع مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وتعهد بسداد القرض عن طريق دفع أقساط شهرية ثابتة يدفع أولها بعد شهر من الأن لمدة سنة كاملة وقيمة القسط ١٧٠٢١ جنيه والمطلوب :

i. تحديد معدل الفائدة المستخدم والذي يقرره البنك على القرض

ii. تصوير جدول الاستهلاك .

٧. بغرض التوسع إقترض تاجر مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وتعهد على أن يسدد القرض وفوائده عن طريق دفع أقساط متساوية ربع سنوية ولمدة سنتين ، فإذا علم أن البنك يتقاضى فائدة بسيطة بمعدل ١٠٪ على أمواله المقترضة للغير وكان البنك يستثمر أمواله المدفوعة بمجرد إستلامها بنفس المعدل والمطلوب :

i. إيجاد القسط الربع سنوي .

ii. تصوير مركز العميل المالي خلال فترة إستهلاك القرض .

iii. مجموع الفوائد التي حصل عليها البنك في هذه العملية .

٨. إقترض شخص ١٠٠٠٠٠ جنيه من أحد المصارف بالشروط التالية :

(أ) يسدد القرض بعد سنتين من الأن .

(ب) تحسب الفوائد البسيطة بمعدل ١٢٪ سنوياً إذا ما رغب المدين في تسديد الدين كله مره واحدة وفوائده في نهاية مدة التعاقد .

(جـ) تحسب الفوائد البسيطة بمعدل ١٠٪ سنوياً إذا ما رغب المدين في إستهلاك القرض بطريقة القسط الثابت من أصل الدين والفوائد معاً ويدفع ستة أقساط ويستحق أولها بعد أربعة شهور من الأن .

والمطلوب : تحديد أى الصور أفضل للمدين لاستهلاك القرض .

٩- أراد مدير مصنع التوسع فإقترض من أحد البنوك مبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه ولقد كان أمامه تسديد القرض بأحد الطرق التالية :

(أ) دفع قيمة القرض وفوائده مرة واحدة بعد ٣ سنوات من الآن

(ب)دفع قيمة القرض بعد ٣ سنوات من الآن على أن تدفع الفوائد المستحقة عن القرض على فترات دورية متساوية آخر كل ٣ شهور طوال مدة العقد .

(ج)دفع قسط ربع سنوي ثابت من أصل الدين والفوائد معاً على أن يستحق القسط الأول عن القرض على فترات دورية متساوية آخر كل ٣ شهور طوال مدة العقد ، يستمر دفع الأقساط لمدة ٣ سنوات .

(د) تقسيم القرض إلى إثنتي عشرة جزأ متساوياً يدفع أولها بعد ٣ شهور من الآن مع دفع الفوائد المستحقة على القرض مع الاستهلاك الثابت على أن تحسب الفوائد على الرصيد المتبقي .

فإذا علم أن البنك يرغب في تحقيق معدل إستثمار ســـنوي معدله ١٢٪ .

والمطلـــوب أفضل هذه الطرق لإستهلاك القرض .

البـــــاب الثاني

الفوائد المركبة في عمليات الإستثمار طويلة الأجل

مقدمه :

إذا كان الغرض هو إستثمار Investment النقود أو الاقتراض Browing أو تأجيل سداد بعض العمليات التجارية لآجال قصيرة Short runs فأنه يكتفي عادة باحتساب فائدة بسيطة على مبالغ هذه العمليات ، أما اذا كان القصد هو استثمار النقود لفترة طويلة Long runs أو اذا أريد إستخدام القرض لتمويل بعض التكوينات الرأسمالية فان إحتساب فائدة مركبة يمثل المقابل المجزى لطول فترة التنازل عن حق حيازة المبالغ المستثمرة والمعطاه في شكل قروض طويلة الأجل .

وكان الغرض الضمني في إحتساب الفائدة البسيطة أن مبالغ الفائدة تستحق أولاً بأول ولا توجد النية لترك الفائدة المستحقة عن الفترات المتعاقبة حتى تتراكم Accumulated ، كما أن المبلغ الأصلي يظل محتفظاً بقيمته لأى عدد من الفترات دون أن يتأثر بما لم يتم صرفه من الفوائد . أما عند إحتساب فائدة مركبة فإن مبالغ الفوائد لا تصرف بل تعلى على قيمة أصل المبلغ بمعنى أن نية المستثمر أو المقرض تنصرف الى تركها لتتراكم على المبلغ الأصلي في نهاية كل فترة بحيث تحسب الفوائد أو الفائدة لكل فترة عن الجملة الناتجة من الفترة السابقة لها.

بمعنى آخر فان المبلغ الأصلي في بداية الفترة الأولى يتحول الى جملة في نهاية نفس الفترة، هذه الجملة تمثل المبلغ المستحق عنه فوائد أو فائدة في بداية الفترة الثانية، تكون جملة المبلغ الأصلي الجديد في نهاية الفترة الثانية بحيث تمثل المبلغ الأصلي المستحق عنه فائدة خلال الفترة الثالثة وهكذا.

ومن المعتاد أن أن الفائدة البسيطةSimple interest تستحق الدفع في نهاية كل فترة متفق عليها بينما نجد أن الفائدة المركبة

Compound interest تعطى (على المبلغ الأصلي) في نهاية كل فترة استثمار متفق عليها ، ونجد أنه بعد فترة استثمار واحدة تتفق قيمة الفائدة البسيطة مع قيمة الفائدة المركبة لنفس المعدل ، ولكن ينبـــغي مراعاة أنه إذا ســـمح للفائدة أن تحتسب كل ربع سنة ولنفس المعدل نجد أن الفائدة البسيطة لمبلغ معين تتفق مع الفائدة المركبة لنفس المبلغ في نهاية الربع الأول وليس في نهاية السنة الأولى .

وبالتالي نستطيع القول بأنه في الفائدة المركبة Compound interest نجد أن الأصل يزداد مع نهاية كل فترة زمنية بمقدار الفائدة المستحقة عن تلك الفترة .

وفي هذا الباب نتناول بالتفصيل دراسة الأسس والجوانب الرياضية لنظام الفائدة المركبة ، وذلك في صورة الفصول التاليه :

الفصل الأول : القانون الأساسي للفائده المركبه

الفصل الثاني : جملة الإستثمارات بالفائدة المركبه

الفصل الثالث : القيم الحاليه والخصم بنظام الفائدة المركبه

الفصل الرابع : مجالات استخدام الفائدة المركبه

١- التكلفة الرأسمالية للأصول والإستثمار العقاري .

٢- تسوية الديون طويلة الأجل وتاريخ الإستحقاق المتوسط .

٣- تحليل التكلفة والعائد .

٤- إستهلاك القروض طويلة الأجل .

٥- إهلاك الأصول الثابتة .

٦- تقييم السندات .

٧- تقييم الأسهم .

الفصـــــل الأول

القانون الأساسي للفائدة المركبة

تقديم :

سبق أن ذكرنا أن الفوائد المركبه تُضاف إلى رأس المال ليُحسب عنها فوائد جديده فى نهاية كل فتره زمنيه ، أي أن استثمار أى مبلغ بفائده مركبه خلال مده زمنيه معينه ، فإن الفائده المستحقه عن هذا المبلغ بمعدل فائده معين يتم إضافتها للمبلغ الأصلى وتُحتسب عليها فوائد فى الفترات الزمنيه التاليه .

وفي هذا الفصل سوف نتناول بالدراسة لماهية الفائدة المركبة وكيفية حسابها وكيفية حساب العناصر الأساسية المكونة لها من أصل المبلغ ومعدل الفائدة ومدة الإستثمار ، وكذلك نتناول كيفية حساب جملة مبلغ واحد على أساس نظام الفائدة المركبة .

القانون الأساسي للفائدة المركبة :

في سبيل التوصل للقانون الأساسي الذي من خلاله يمكن حساب الفائدة المركبة لمبلغ أو جملة مبلغ أو جملة عدة مبالغ أو جملة الدفعات أو غير ذلك من التطبيقات العملية للفائدة المركبة ، نستخدم الرموز التالية :

أ : أصل المبلغ المستثمر بالجنيهات .

ع : معدل الفائدة (سنوي ، نصف سنوي ، ربع سنوي ، ...إلخ)

ن : مدة الإستثمار بوحدات الزمن التي تتفق مع نظام المعدل المستخدم

جـ : جملة المبلغ بالفائدة المركبة .

ف : الفائدة المركبة .

فإذا كان لدينا المبلغ المُستثمر [أ] ، على أســاس معدل فائده مركبه [ع ٪] ، ولمده زمنيه قدرها [ن] ، نجد أن :

السنة الأولى :

أصل المبلغ = أ

الفائده المستحقه فى نهاية السنه الأولى = أ × ع

الجمله فى نهاية السنه الأولى = أ + أ × ع = أ (١ + ع)

وهذه الجمله تمثل أصل المبلغ فى بداية السنه الثانيه ، وعلى ذلك فإن :

السنة الثانية :

أصل المبلغ = أ (١ + ع)

الفائده المستحقه فى نهاية السنه الثانيه = أ (١ + ع) × ع

الجمله فى نهاية السنه الثانيه = أ (١ + ع) + أ (١ + ع) × ع

= أ (١ + ع)^{٢}

وهذه الجمله تمثل أصل المبلغ فى بداية السنه الثالثه ، وعلى ذلك فإن :

السنة الثالثة :

أصل المبلغ = أ (١ + ع)^{٢}

الفائده المستحقه فى نهاية السنه الثالثه = أ (١ + ع)^{٢} × ع

الجمله فى نهاية السنه الثانيه = أ (١ + ع)^{٢} + أ (١ + ع)^{٢} × ع

= أ (١ + ع)^{٣}

وهذه الجمله تمثل أصل المبلغ فى بداية السنه الرابعه ، وهكذا يستمر الحال مع مرور الفترات الزمنيه ، وعلى ذلك فإنه فى نهاية الفتره الزمنيه [ن] تكون جملة المبلغ على أساس الفائده المركبه هى :

∴ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

ويمكن تلخيص النتائج السابقة بصفة عامة في الجدول التالي :

الفترة	المبلغ في بداية الفترة	الفائده المستحقه في نهاية الفترة	الجملة المستحقه في نهاية الفترة
١	أ	أ × ع	= أ + أ × ع = أ (١+ع)
٢	أ (١+ع)	أ (١+ع)× ع	أ (١+ع)+أ (١+ع)× ع = أ (١+ع)^{٢}
٣	أ (١+ع)^{٢}	أ (١+ع)^{٢}× ع	أ (١+ع)^{٢}+ أ (١+ع)^{٢}× ع = أ (١+ع)^{٣}
•	--	----	------
•	--	----	------
ن	أ (١+ع)$^{ن-١}$	أ (١+ع)$^{ن-١}$× ع	أ (١+ع)$^{ن-١}$+ أ (١+ع)$^{ن-١}$×ع = أ (١+ع)^{ن}

حيث :

•• (١+ع)^{ن} : تمثل جملة وحدة النقود عند استثمارها على أساس الفائده المركبه بمعدل [ع ٪] وفى نهاية مدة استثمار قدرها [ن] من الفترات الزمنيه • ويتم إيجاد قيمة (١+ع)^{ن} باستخدام الآله الحاسبه أو بالجداول الماليه أو باللوغاريتمات •

وتُعتبر الآله الحاسبه أو الكمبيوتر الأفضل فى الإستخدام وخاصةً بعد التقدم الهائل فى هذه الوسائل • ويعيب على الجداول الماليه أنها عند حساب الجمله المركبه يحتاج الأمر إلى عمليات رياضيه معقده وخاصةً إذا كان معدل الفائده أو المده فى صورة كسور •

ويُستخدم الجدول الأول فى حساب قيمة جملة وحدة النقود $(١+ع)^{ن}$ عند المدد وباستخدام المعدلات الموجوده فى تلك الجداول •

ويجب ملاحظة أن تتفق وحدات زمن المده مع وحدة زمن المعدل • فإذا كان المعدل نصف سنوى ، أي الفائده تُضاف كل نصف سنه فإنه يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه نصف سنويه ، وإذا كان المعدل ربع سنوى ، أي الفائده تُضاف كل ربع سنه (أي أربع مرات فى السنه) فإنه يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه ربع سنويه سنويه ، وهكذا •

<u>حساب الفائده المركبه</u> :

∵ جملة الجنيه بعد [ن] من الفترات الزمنيه بمعدل فائده مركبه ع ٪ هى : $(١+ع)^{ن}$ ، فإن الفائده المركبه المستحقه عن الجنيه الواحد هى :

ف = جملة الجنيه بفائده مركبه – المبلغ المستثمر (جنيه واحد)

$= (١+ع)^{ن} - ١$

∴ الفائده المركبه المستحقه عن مبلغ [أ] من الجنيهات هى :

ف = جملة المبلغ بفائده مركبه – المبلغ المستثمر

$= أ(١+ع)^{ن} - أ$

$$\therefore ف_{أ} = أ [(١+ع)^{ن} - ١]$$

جملة المبلغ بالفائدة المركبة إذا كانت المدة سنوات كاملة :

مثال (١)

أوجد جملة مبلغ ١٠٠٠ جنيه في نهاية ٤ سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي قدره ١٢٪ ؟

الحــل :

في هذه الحالة نجد أن أ = ١٠٠٠ ، ع = ١٢٪ ، ن = ٤ سنوات

∵ جـ = أ (١ + ع)^ن

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠ (١ + ٠,١٢)^٤

وبالبحث في الجدول الأول في الخانة الثانية من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ١٢٪ وأمام المدة ٤ نجد أن (١+ ٠,١٢)^٤ = ١,٥٧٣٥١٩٣٦ وعلى هذا فإن الجملة المطلوبة :

= ١٠٠٠ × ١,٥٧٣٥١٩٣٦ = ١٥٧٣,٥٢ جنيه٠

مثال (٢)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠ جنيه في نهاية ٤٠ سنة إذا حسبت الفوائد المركبة بمعدل سنوي ٥٪ .

الحــل :

∵ جـ = ١٠٠٠(١ + ٠,٠٥)^٤٠

وبالبحث في الجدول الأول في الخانة الثانية من جداول الفائدة المركبة تحت المعدل ٥٪ وأمام المدة ٤٠ نجد أن (١+ ٠,٠٥)^٤٠ = ٧,٠٣٩٩٩ وعلى هذا فإن الجملة المطلوبة :

جـ~٤٠~ = ١٠٠٠ × ٧,٠٣٩٩٩ = ٧٠٣٩,٩٩ جنيهاً

مثال (٣)

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٤٪ ، أوجد جملة المستحق له في نهاية المدة .

الحـــل :

∵ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٤)^{٥}

= ١٠٠٠٠ × المستخرج من الجدول الأول

= ١٠٠٠٠ × ١,٢١٦٦٥٠ = ١٢١٦٦,٥ جنيه

مثال (٤)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠ جنيه في نهاية ٦٠ سنة إذا حسبت الفوائد بمعدل ٩٪ سنوياً .

الحـــل :

∵ جـ = ١٠٠٠ (١ + ٠,٠٩)^{٦٠}

= ١٠٠٠ (١ + ٠,٠٩)^{٥٠}(١ + ٠,٠٩)^{١٠}

وبالبحث في الجدول الأول في صفحة المعدل ٩٪ نجد أن :

(١ + ٠,٠٩)^{٥٠} = ٧٤,٣٥٧٥٢٠٠٨

(١ + ٠,٠٩)^{١٠} = ٢,٣٦٧٣٦٣٧

أى أن (١ + ٠,٠٩)^{٦٠} = (١ + ٠,٠٩)^{٥٠}(١ + ٠,٠٩)^{١٠}

= ٧٤,٣٥٧٥٢٠٠٨ × ٢,٣٦٧٦٣٧

= ١٧٦,٠٣١٢٩٢ وبالتالي تكون الجملة المطلوبة :

= ١٠٠٠ × ١٧٦,٠٣١٢٩٢ = ١٧٦٠٣١,٢٩٢ جنيه

ونلاحظ أنه باستخدام الآلة الحاسبة يمكن ايجاد نفس القيمة الدقيقة ودون تقسيم للأس .

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠ (١ + ٠,٠٩)^{٦٠}

= ١٠٠٠ × ١٧٦,٠٣١٢٩٢ = ١٧٦٠٣١,٢٩٢ جنيه

مثال (٥)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠ جنيه في نهاية ١٢٠ سنة إذا حسبت الفوائد بمعدل ٢,٢٥٪ سنوياً .

الحــل :

∴ جـ = ١٠٠ (١ + ٠,٠٢٢٥)^{١٢٠}

= ١٠٠(١ + ٠,٠٢٢٥)^{٥٠} (١ + ٠,٠٢٢٥)^{٥٠}(١ + ٠,٠٢٢٥)^{٢٠}

وبالبحث في الجدول الأول من جداول الفائدة المركبة للمعدل ٢,٢٥٪ نجد أن :

(١ + ٠,٠٢٢٥)^{٥٠} = ٣,٠٤٢٠٥

(١ + ٠,٠٢٢٥)^{٢٠} = ١,٥٦٠٥١

وعلى هذا نجد أن

(١ + ٠,٠٢٢٥)١٢٠

= (١ + ٠,٠٢٢٥)٥٠(١ + ٠,٠٢٢٥)٥٠(١ + ٠,٠٢٢٥)٢٠

= ٣,٠٤٠٥ × ٣,٠٤٠٥ × ١,٥٦٠٥١ = ١٤,٤٤١٠٥

ويمكن حساب قيمة (١,٠٢٢٥)^{١٢٠} مباشرة باستخدام الآلة الحاسبة ، ويكون :

∴ جملة المبلغ = ١٠٠ × جـ = ١٤٤٤,١٠٥ جنيهاً

جملة المبلغ إذا كانت المدة سنوات كاملة وجزء من السنة :

مثال (٦)

أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه على أساس الفائده المركبه بمعدل ٧٪ سنوياً المطلوب إيجاد جملة المستحق للمودع فى نهاية ٥ سنوات و٤ شهور ؟٠

الحل :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٧٪ (سنوي)

ن = ٥سنوات و٤شهور = ٦٤ شهر = $\frac{٦٤}{١٢}$ سنه

∵ جـ = أ (١ + ع) ^ن^

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ $(١+٠,٠٧)^{\frac{٦٤}{١٢}}$ = ١٠٠٠٠ × ١,٤٣٤٥٤٢٧

= ١٤٣٤٥,٤٢٧ جنيه

ملحوظه :

يمكن إيجاد الجمله $(١ + ٠,٠٧)^{٥ \text{ سنوات و } ٤ \text{ شهور}}$ بالآله الحاسبه مباشرةً كما سبق أو يتم استخدام الجداول الماليه فى حساب جملة وحدة النقود لسنوات كامله واستخدام الفائده البسيطه فى حساب فائدة المبلغ عن المده بالشهور ، حيث :

جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ $(١ + ٠,٠٧)^{٥} \left[١+ \left(\frac{٧}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} \right) \right]$

= ١٠٠٠٠ × ١,٤٠٢٥٥١٧ × ١,٠٢٣٣٣٣٣

= ١٤٣٥٢,٧٧٩ جنيه

فنجد في الجدول الأول من الجداول المالية أن $(١ + ٠,٠٧)^{٥}$ في صفحة المعدل ٧٪ وأمام المدة ٥ ، حيث نجدها = ١,٤٠٢٥٥١٧

مثال (٧)

أوجـد جملـة مبلغ ٤٥٠٠ جنيه في نهاية مدة ٤ سنوات وثلاثة شهور بفائدة مركبة بمعدل ٨,٥٪ سنوياً

الحـل :

أ = ٤٥٠٠ جنيه

ع = ٨,٥٪ (سنوي)

ن = ٤ سنوات و٣ شهور = ٥١ شهر = $\frac{٥١}{١٢}$ سنه

∵ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

∴ جملة المبلغ = ٤٥٠٠ $(١ + ٠,٠٨٥)^{\frac{٥١}{١٢}}$

= ٤٥٠٠ × ١,٤١٤٤١٣٤٨٢

= ٦٣٦٤,٨٦ جنيه

طريقة أخرى :

يمكن استخدام الجداول الماليه فى حساب جملة وحدة النقود لسنوات كامله واستخدام الفائده البسيطه فى حساب فائدة المبلغ عن المده بالشهور ، حيث :

جملة المبلغ = ٤٥٠٠ $(١ + ٠,٠٨٥)^{٤}$ $\left[١ + \left(\frac{٨,٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}\right)\right]$

= ٤٥٠٠ × ١,٣٨٥٨٥٨٧ × ١,٠٢١٢٥

= ٤٥٠٠ × ١,٤١٤٤١٣٤٨٢

= ٦٣٦٤,٨٦ جنيه

فنجد في الجدول الأول من الجداول المالية أن $(١ + ٠,٠٨٥)^{٤}$ في صفحة المعدل ٨,٥٪ وأمام المدة ٤ ، حيث نجدها = ١,٣٨٥٨٥٨٧

جملة المبلغ إذا كانت الفائدة تضاف في نهاية وحدات زمنية غير سنوية :

قد تُضاف الفائدة المركبة في نهاية وحدات زمنية غير سنوية كأن تزيد أو تقل عن السنة ، وفي مثل هذه الحالات يجب أن تتفق وحدات زمن المده مع وحدة زمن المعدل • فإذا كان المعدل نصف سنوى ، أي الفائده تُضاف كل نصف سنه فإنه يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه نصف سنويه ، وإذا كان المعدل ربع سنوى ، أي الفائده تُضاف كل ربع سنه (أي أربع مرات فى السنه) فإنه يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه ربع سنويه سنويه ، وإذا كان المعدل عن كل سنتين ، أي الفائده تُضاف كل سنتين فإنه يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه كل منها سنتان ، وهكذا •

مثال (٨)

إقترض شخص مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه لمدة ٦ سنوات بمعدل فائده مركبه ٤,٥٪ لكل نصف سنه • والمطلوب إيجاد جملة المستحق على الشخص فى نهاية المده ؟•

الحل :

أ = ٢٥٠٠٠ ع = ٤,٥٪ (نصف سنوي)

وحيث أن معدل الفائده نصف سنوى ، يتم تحويل المده إلى أنصاف سنوات ، وحيث أن المده بالسنوات يتم ضربها × ٢ ، وعلى ذلك :

ن = ٦ سنوات × ٢ = ١٢ وحده زمنيه نصف سنويه

∴ جملة المستحق = ٢٥٠٠٠ (١ + ٠,٠٤٥)^١٢

= ٢٥٠٠٠ × ١,٦٩٥٨٨١٤٣٣ = ٤٢٣٩٧,٠٣٦ جنيه•

مثال (٩)

إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه لمدة ٦ سنوات بمعدل فائده مركبه ٦٪ سنوياً والفائده تُضاف كل ٤ شهور ٠ والمطلوب إيجاد جملة المستحق على الشخص فى نهاية المده ؟٠

الحل :

أ = ٢٠٠٠٠

وحيث أن الفائده تُضاف كل ٤ شهور (ثلث سنه) فإنه يجب حساب معدل الفائده الثلث سنوى وذلك بقسمة المعدل السنوى على ٣ ، وكذلك يتم تحويل المده إلى وحدات زمنيه كل منها ثلث سنه ، وحيث أن المده بالسنوات يتم ضربها × ٣ ، وعلى ذلك :

ع = ٦ ٪ (سنوي) = $\frac{٦}{٣}$٪

= ٢ ٪ ثلث سنوي

ن = ٦ سنوات × ٣ = ١٨ وحده زمنيه ثلث سنويه

∵ جـ = أ (١ + ع) ^ن^

∴ جملة المستحق = ٢٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٢) ^١٨^

= ٢٠٠٠٠ × ١,٤٢٨٢٤٦

= ٢٨٥٦٤,٩٢٥ جنيه٠

مثال (١٠)

استثمر محمد السيد مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه فى بنك مصر بمعدل فائده مركبه ٦,٥٪ سنوياً ، وبعد مضي ١٥ سنه ونصف أراد أن يسحب رصيده من هذا البنك ٠ والمطلوب إيجاد جملة المستحق للمستثمر فى نهاية مدة الإستثمار وكذلك إحسب مقدار الفائده التى جناها من ذلك الإستثمار ؟٠

الحل :

∵ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

∴ جملة المستحق = ١٥٠٠٠ (١ + ٠,٠٦٥)^{١٥,٥}

= ١٥٠٠٠ × ٢,٦٥٤١١

= ٣٩٨١١,٦٥ جنيه٠

∴ الفائده المركبه = جملة المبلغ – المبلغ الأصلى

= ٣٩٨١١,٦٥ – ١٥٠٠٠

= ٢٤٨١١,٦٥ جنيه

** وبطريقه أخرى يمكن حساب الفائده المركبة بدون الإعتماد على وجود الجمله ، حيث :

∴ ف = أ [(١ + ع)^{ن} – ١]

= ١٥٠٠٠ [(١ + ٠,٠٦٥)^{١٥,٥} – ١]

= ١٥٠٠٠ × ١,٦٥٤١١

= ٢٤٨١١,٦٥ جنيه

حساب متغيرات القانون الأساسي للفائده المركبه :

بمراجعة القانون الأساسي للفائده المركبه نجد أنه يحتوى على ثلاثة متغيرات ، وهذه النتغيرات هي :

١- جـ : وتمثل جملة المبلغ أو القيمه الإسميه للدين التى تستحق بعد ن من الفترات الزمنية ، وفى الصفحات السابقه تم توضيح كيفية حساب هذا المتغير .

٢- أ : أصل المبلغ (أو القيمه الحاليه لدين يستحق بعد [ن] من الفترات الزمنية ، ومن خلال القانون الأساسى للفائده المركبه يمكن حساب أصل المبلغ المستثمر أو (القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه [جـ]) ، فنجد أن :

$$\text{المبلغ المستثمر} = \text{أ} = \frac{\text{جـ}}{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}}$$

أو ، القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه [جـ] =

$$\text{أ} = \text{جـ} \; (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}$$

وهنا نجد أن القيمه الحاليه لوحدة النقود التى تستحق السداد بعد [ن] من الوحدات الزمنيه هي :

$$\text{ح}^{\text{ن}} = (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}$$

٣ - ن : وتمثل مدة الإستثمار (أو مدة الخصم) عند حساب القيمه الحاليه لدين ، وباستخدام القانون الأساسى للفائده المركبه يمكن حساب قيمة مدة الإستثمار [ن] ، حيث :

$$ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١ + ع)}$$

وعند التطبيق فى المعادلة السابقه لحساب المده [ن] نجد أنه حسب نوعية وحدة الزمن الخاصه بالمعدل تنتج [ن] المجهوله ، فإذا كان المعدل سنوى فإن [ن] الناتجة تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل نصف سـنوي تكون [ن] الناتجه بالأنصاف سنوات ، وإذا كان المعدل ربع سنوي تكون [ن] الناتجه بالأرباع سنوات ، وهكذا ٠

٤ – ع : ويمثل معدل الفائده المركبه ، وباستخدام القانون الأساسى للفائده المركبه يمكن حساب قيمة [ع] ، حيث :

$$ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{١}{ن}} - ١$$

وعند التطبيق فى المعادلة السابقه لحساب المعدل [ع] نجد أنه حسب نوعية وحدة الزمن الخاصه بالمعدل المطلوب يتم تعديل وحدات زمن المده ، فإذا كان المعدل المطلوب حسابه معدل سنوى فإن [ن] يجب أن تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل المطلوب نصف سنوي يجب أن تكون [ن] بالأنصاف سنوات ، وهكذا ٠

وفيما يلي أمثلة تطبيقية على كيفية تقدير متغيرات القانون الأساسي للفائدة المركبة من خلال تطبيق العلاقات السابقة والخاصة بحساب تلك المتغيرات ٠

مثال (١١)

استثمر شخص مبلغ ما فى أحد البنوك التجاريه بمعدل فائده مركبه ٥٪ سنوياً ، ولمدة ١٥ سنه ٠ فإذا كانت جملة المستحق له فى نهاية مدة الإستثمار بلغت ٣٦١٢٠,٨ جنيه ، فاحسب أصل المبلغ المستثمر وكذلك إحسب مقدار الفائده التى جناها من ذلك الإستثمار ؟٠

الحل :

أ = ؟؟ ، جـ = ٣٦١٢٠,٨

ع = ٥٪ سنوياً ، ن = ١٥ سنه٠

∵ المبلغ المستثمر = $أ = \frac{جـ}{(١+ع)^{ن}}$

∴ $أ = \frac{٣٦١٢٠,٨}{(١+٠,٠٥)^{١٥}} = \frac{٣٦١٢٠,٨}{٢,٠٧٨٩٢٨٢}$

= ١٧٣٧٤,٧٢٢ جنيه

∴ الفائده المركبه المحققه = جـ – أ

= ٣٦١٢٠,٨ – ١٧٣٧٤,٧٢٢

= ١٨٧٤٦,٠٧٨ ج

مثال (١٢)

أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى أحد المصارف التجاريه بمعدل فائده مركبه ٥٪ سنوياً ، وفى نهاية مدة معينه وجد أن جملة المستحق له فى نهاية مدة الإستثمار بلغت ٢٦٨٠١,٩٢ ، فاحسب مدة الإستثمار ؟٠

الحل :

أ = ٢٠٠٠٠ ، جـ = ٢٦٨٠١,٩٢ ، ع = ٥٪ سنوياً ، ن = ؟؟٠

$$\because \text{ن} = \frac{\text{لو}\left(\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}\right)}{\text{لو}(\text{١} + \text{ع})}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{لو}\left(\frac{\text{٢٦٨٠١,٩٢}}{\text{٢٠٠٠٠}}\right)}{\text{لو}(\text{١} + \text{٠,٠٥})} = \frac{\text{لو}(\text{١,٣٤٠٠٩٦})}{\text{لو}(\text{١,٠٥})}$$

$$= \frac{\text{٠,١٢٧١٣٥٩١}}{\text{٠,٠٢١١٨٩٢٩٩}}$$

= ٦ سنوات تقريباً

نلاحظ أنه تم التعويض في معادلة حساب المدة بالمعدل السنوي ، ولذلك كانت (ن) الناتجة بالسنوات ٠

مثال (١٣)

أودع محمد علي مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك التجاريه بمعدل فائده مركبه معين ، وفى نهاية ٨ سنوات من تاريخ الإيداع وجد أن جملة المستحق له قد بلغت ٣٣٠٠٠ جنيه ، فاحسب معدل الفائده المركبه المستخدم ؟٠

الحل :

أ = ٢٠٠٠٠ ، جـ = ٣٣٠٠٠ ، ع = ؟؟ ، ن = ٨ سنوات ٠

الحل :

$$\text{ع} = \left(\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}\right)^{\frac{\text{١}}{\text{ن}}} - \text{١} = \left(\frac{\text{٣٣٠٠٠}}{\text{٢٠٠٠٠}}\right)^{\frac{\text{١}}{\text{٨}}} - \text{١}$$

$$= (\text{١,٦٥})^{\text{٠,١٢٥}} - \text{١} = \text{٠,٠٦٤٥٩}$$

= ٦,٥ ٪ سنوياً ٠ (وذلك لأنه تم التعويض عن المده بالسنوات)

مثال (١٤)

أوجد معدل الفائده المركبه الربع سنوي الذى يجعل جملة ٥٠٠٠ جنيه بعد ٣ سنوات هى ٩٠٠٠ جنيه ؟٠

الحل :

أ = ٥٠٠٠ ، جـ = ٩٠٠٠

، ع = ؟؟ ، ن = ٣ سنوات ٠

وحيث أن المعدل المطلوب هو معدل ربع سنوي ، لذلك تُحول المده إلى وحدات زمنيه كل منها ربع سنه ، أى ن = ٣ × ٤ = ١٢ ربع سنه ، ثم نعوض في العلاقة الخاصة بحساب المعدل :

معدل الفائدة = $ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{1}{ن}} - 1$

$= \left(\frac{9000}{5000}\right)^{\frac{1}{12}} - 1$

$= (1.8)^{0.083333} - 1 = 0.0502$

= ٥,٠٢ ٪ عن كل ربع سنه ٠

(وذلك لأنه تم التعويض عن المده بالأرباع سنوات)

المعدل الإسمي والمعدل الحقيقي للفائده :

عندما يُذكر معدل الفائده المركبه السنوى فهذا يعنى أن الفائده يتم إضافتها كل سنه وهذه الحاله لا تمثل أية مشاكل ٠

ولكن فى الحياه العمليه قد يُذكر معدل الفائده السنوي وينص على أن الفائده تُضاف كل فتره غير سنويه (نصف سنه – ربع سنه – أربعة أشهر – شهرين ، ٠٠٠ إلخ) ٠

فمثلاً قد يُقال أن معدل الفائده هو ٩٪ والفائده تُضاف فى نهاية كل ثلاثة أشهر ، وفى هذه الحاله يتم تحويل المعدل إلى معدل ثلث سنوى بقسمته على ٣ (٠,٠٩ ÷ ٣ = ٣٪ ثلث سنوى) وكذلك تُحول المده إلى فترات زمنيه ثلث سنويه ٠

وفى هذه الحاله نجد أن المعدل ٩٪ لايمثل معدل الفائده الحقيقى الذى يحصل عليه المستثمر بل يمثل ما يُطلق عليه اسم معدل الفائده الإسمى ولسوف نرمز له بالرمز [$ع_م$] حيث ، (م) هنا تمثل عدد مرات إضافة الفائده فى السنه الواحده ٠ ويكون :

$$\text{معدل الفائده الإسمى للفتره الواحده} = \frac{ع_م}{م}$$

العلاقة بين المعدل الإسمي والمعدل الحقيقي للفائده :

يمكن الحصول على هذه العلاقة نتيجة مقارنة جملة الجنيه أو جملة وحدة النقود بالمعدل الاسمى حيث تستحق الفائدة أكثر من مرة واحدة فى نهاية السنة من ناحية ، بجملة وحدة النقود التى ينبغى أن تساويها على الرغم من أن الفائدة تستحق مرة واحدة فى نهاية السنة .

فإذا استخدمنا الرمز [ع] للدلاله على معدل الفائده الحقيقى فإنه يمكن حساب أى من معدل الفائده الإسمى والحقيقى بدلالة الآخر ، وذلك بناءاً على العلاقه الرياضيه بينهما والتى تظهر على النحو التالى :

* جملة وحدة النقود فى نهاية سنه بمعدل (ع)

$$= (١ + ع) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (١)$$

* جملة وحدة النقود فى نهاية سنه بمعدل إسمى ($ع_م$) والفائده تُضاف م من المرات في السنة =

$$= \left(١ + \frac{ع_م}{م}\right)^م \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (٢)$$

وبمساواة العلاقتين (١) ، (٢) ، نجد أن :

$$\therefore \ (١+ع) = \left(١ + \frac{ع_م}{م}\right)^م$$

$$\therefore \text{ معدل الفائده الحقيقى } = ع = \left(١ + \frac{ع_م}{م}\right)^م - ١$$

$$\therefore \text{ معدل الفائده الإسمي } = \ ع_م = م\left((١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١\right)$$

وعلى ذلك ، فإن معدل الفائده الحقيقى هو معدل الزياده الفعليه فى وحدة النقود عن سنة كامله ، ويكون :

** ع > $ع_م$ إذا كانت م > ١

** ع = $ع_م$ إذا كانت م = ١

وتظهر أهمية العلاقه بين معدل الفائده الحقيقى والإسمى عند المفاضله بين الإستثمارات لإختيار أفضلها أو عند المقارنه بين شروط الإقتراض لإختيار أقلها تكلفه ، وفيما يلى أمثله تطبيقيه على ذلك :

مثال (١٥)

إذا كان المعدل الإسمى السنوى هو ٤ ٪ سنوياً ، إحسب معدل الفائده الحقيقى السنوي علما بأن الفوائد تُضاف على الأصل كل ثلاثة أشهر ؟.

الحل :

م = ٤ ، ع٤ = ٤ ٪ سنوي

$$\therefore \text{معدل الفائده الحقيقى} = ع = \left(1 + \frac{ع_م}{م}\right)^{م} - 1$$

$$\therefore \text{معدل الفائده الحقيقى} = ع = \left(1 + \frac{0.04}{4}\right)^{4} - 1$$

$$= (1.01)^{4} - 1$$

$$= 4.06 \%$$

مثال (١٦)

أيهما أفضل لك كمستثمر من ناحية ، وكمقترض من ناحية أخرى :

١- معدل فائده إسمي ٦ ٪ ، والفائده تُضاف إلى الأصل ١٢ مره فى السنه

٢- معدل فائده إسمي ٦,٥ ٪ ، والفائده تُضاف إلى الأصل مرتين فى السنه

الحل :

تتم المقارنه بين البديلين على أساس إيجاد المعدل الحقيقى للفائده لكل منهما على النحو التالي :

∵ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{ع_م}{م}\right)^{م} - 1$

البديل الأول :

$ع_{12}$ = ٦ ٪ ، م = ١٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{0.06}{12}\right)^{12} - 1$

= $(1.005)^{12} - 1$

= ٠,٠٦١٧ = ٦,١٧ ٪

البديل الثاني :

$ع_{2}$ = ٦,٥ ٪ ، م = ٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{0.065}{2}\right)^{2} - 1$

= $(1.0325)^{2} - 1$

= ٠,٠٦٦١ = ٦,٦١ ٪

وعلى ذلك :

بالنسبة للمقترض : يكون البديل الأول هو الأفضل لأنه يمثل معدل فائده أقل يدفعها .

بالنسبة للمستثمر: فإن البديل الثاني هذ الأفضل لأنه يحقق له معدل عائد أعلى من البديل الأول .

مثال (١٧)

أوجد مقدار المعدل الحقيقي السنوي الذي يقابل معدل اسمي سنوي قدره ١٢٪ إذا كانت الفوائد يتم تعليتها على الأصل :

(١) كل ستة شهور .

(٢) كل أربعة شهور .

(٣) كل ثلاثة شهور .

الحل :

أولاً : م = ٢ ∴ ع٢ = ١٢ ٪

∵ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{ع_م}{م}\right)^{م} - 1$

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^{2} - 1$

= $(1.06)^{2} - 1 = 0.1236 = 12.36$ ٪

ثانياً : م = ٣ ∴ ع٣ = ١٢ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.12}{3}\right)^{3} - 1$

= $(1.04)^{3} - 1 = 0.12486 = 12.486$ ٪

ثالثاً : م = ٤ ∴ ع٤ = ١٢ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^{4} - 1$

= $(1.03)^{4} - 1 = 0.12551 = 12.551$ ٪

مثال (١٨)

إحسب معدل الفائدة الاسمي الذي يدفع مرتين في السنة يقابل معدل فائدة حقيقي ١٢,٣٦٪

الحل :

∵ م = ٢ ، فالمطلوب إيجاد $ع_٢$ بدلالة ع= ١٢,٣٦٪ :

∵ معدل الفائده الإسمي = $ع_م = م\left((١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١\right)$

∴ معدل الفائده الإسمي = $ع_٢ = ٢\left((١+٠,١٢٣٦)^{\frac{١}{٢}} - ١\right)$

= ٠,١٢ = ١٢ ٪

مثال (١٩)

إحسب معدل الفائدة الاسمي والذي يقابل معدل فائدة حقيقي ٩٪ علماً بأن الفوائد تضاف أربع مرات في السنة؟.

الحل :

∵ م = ٤ ، فالمطلوب إيجاد $ع_٤$ بدلالة ع= ٩ ٪ :

∵ معدل الفائده الإسمي = $ع_م = م\left((١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١\right)$

∴ معدل الفائده الإسمي = $ع_٤ = ٤\left((١+٠,٠٩)^{\frac{١}{٤}} - ١\right)$

= ٠,٠٨٧١١ = ٨,٧١ ٪

مثال (٢٠)

إحسب جملة مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه في نهاية ١٠ سنوات وتسعة شهور إذا إستثمر بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً ، والفوائد يتم تعليتها كل ثلاثة أشهر (أي يتم إضافة الفائدة أربع مرات في السنة) ؟٠

الحل :

∵ الفائدة تُضاف أربع مرات في السنة

∴ المعدل الربع سنوي = $\frac{١٠}{٤}$ ٪ = ٢,٥ ٪ فيتم جعل (ن) بالربع سنة :

∴ ن = ١٠ سنوات و٩ شهور = ١٢٩ شهر = $\frac{١٢٩}{١٢}$×٤ = ٤٣ ربع سنة

∵ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

∴ جملة المبلغ = ٢٥٠٠٠ (١ + ٠,٠٢٥)^{٤٣}

= ٢٥٠٠٠ × ٢,٨٩١٥٢ = ٧٢٢٨٨ جنيه

مثال (٢١)

أودع حامد عجيز مبلغ ٧٥٠٠ جنيه في أحد البنوك ليُستثمر على أساس معدل فائدة ٩٪ على أن تضـــاف الفوائد في نهاية كل أربعة أشهر ، أوجد جملة المســـتحق في نهاية ٤ سنوات

الحـــل :

المعدل الثلث سنوي = ٩٪ ÷ ٣ = ٣ ٪

ن = ٤ سنوات =٤× ٣ = ١٢ ثلث سنة

∴ جملة المبلغ = ٧٥٠٠ (١ + ٠,٠٣)^{١٢}

= ٧٥٠٠ × ١,٤٢٥٧٦٠٨٨٧ = ١٠٦٩٣,٢١ جنيه

مثال (٢٢)

إذا كان معدل الفائدة المركبة ٨,٥ ٪ عن نصف السنة ، أوجد معدل الفائدة عن : سنة ، ٥ سنوات ، ١٠ سنوات ؟.

الحل :

(١) معدل الفائده عن سنة = $(1 + 0.085)^{2} - 1 = 17.72$ ٪

(٢) معدل الفائده عن ٥ سنوات = $(1 + 0.085)^{10} - 1 = 126.1$ ٪

(٣) معدل الفائده عن سنة = $(1 + 0.085)^{20} - 1 = 411.2$ ٪

مثال (٢٣)

أوجد المعدل الحقيقي السنوي الذي يقابل :

(١) ٨ ٪ كل ستة شهور

(٢) ٦ ٪ كل أربعة شهور .

(٣) ٤ ٪ كل ثلاثة شهور .

الحل :

أولاً : م = ٢ ∴ $ع_2$ = ٨ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^{2} - 1 = 8.16$ ٪

ثانياً : م = ٣ ∴ $ع_3$ = ٦ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.06}{3}\right)^{3} - 1 = 6.12$ ٪

ثالثاً : م = ٤ ∴ $ع_4$ = ٤ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1 + \frac{0.04}{4}\right)^{4} - 1 = 4.06$ ٪

تمارين محلولة على الفصل الأول

تمرين (١)

إحسب جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٧٠ سنة وبمعدل ١٢,١٪ سنوياً .

الحل :

باستخدام الجدول نحصل أولاً على الجملة لمدة ٧٠ سنة بمعدل فائدة ١٢٪ وبمعدل فائدة ١٢,٥٪ وبطريقة الإستكمال يمكننا الحصول على الجملة المطلوبة ، ونجد في ذلك مشقة في الجهد والوقت ، ولكن يمكن القضاء على تلك المشقة باستخدام الآلة الحاسبة ، فيكون :

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,١٢١)^٧٠

= ١٠٠٠٠ × ٢٩٦٧,٥١٤٧١٨

= ٢٩٦٧٥١٤٧,١٨جنيه

تمرين (٢)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في نهاية ٥ سنوات إذا كان معدل الفائدة عن كل نصف سنة ٤,٥٪ .

الحل :

في هذه الحالة نجد أن :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٠,٠٤٥ ، ن = ٥ × ٢ = ١٠

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٤٥)^١٠

= ١٠٠٠٠ × ١,٥٥٢٩٦٩٤٢٢

= ١٥٥٢٩,٦٩٤ جنيه

تمرين (٣)

ما مقدار الجملة في التمرين السابق إذا كانت مدة الإستثمار ٥ سنوات وستة شهور ؟

الحل :

في هذه الحالة نجد أن :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٠,٠٤ ، ن = ٥,٥ × ٢ = ١١

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٤٥)^{11}

= ١٠٠٠٠ × ١,٦٢٢٨٥٣

= ١٦٢٢٨,٥٣ جنيه

تمرين (٤)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في نهاية ٧ سنوات ، ٤٥ يوماً بمعدل فائدة ٣٪ عن كل ربع سنة .

الحل :

في هذه الحالة نجد أن مدة الإستثمار تساوي ٧ سنوات ، ١,٥ شهر وحيث أن الفائدة تضاف كل ربع سنة أى أن السنة تحتوي على أربعة فترات تحويل فيكون عدد الفترات التي تحتوي عليها مدة الاستثمار = ٢٨,٥ فترة ربع سنوية ، وبالتعويض في القانون الأساسي للجملة نجد أن :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٠,٠٣ ، ن = ٢٨,٥ فترة

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)$^{28.5}$

= ١٠٠٠٠ × ٢,٣٢١٩٩٢٩٨٩

= ٢٣٢١٩,٩٣ جنيه

تمرين (٥)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في نهاية ٥ سنوات ، أربعة شهور ، ١٥ يوم إذا كانت فترات التحويل ربع سنوية ومعدل الفائدة المركبة الربع سنوي هو ٣٪ .

الحل :

في هذه الحالة نجد أن مدة الإستثمار تساوي ٥ سنوات ، ٤ شهور و ١٥ يوم ، وحيث أن الفائدة تضاف كل ربع سنة ، فيكون عدد الفترات التي تحتوي عليها مدة الاستثمار :

= (٥×٤)+(٤,٥÷١٢×٤) =٢٠+١,٥ =٢١,٥ فترة ربع سنوية

وبالتعويض في القانون الأساسي للجملة نجد أن :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٠,٠٣ ، ن = ٢١,٥ فترة

∴ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)^{٢١,٥}

= ١٠٠٠٠ × ١,٨٨٧٩٩٢٧٨٩

= ١٨٨٧٩,٩٣ جنيه

تمرين (٦)

أودع شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه فى بنك مصر الدولى بمعدل فائده مركبه ٦٪ سنوياً وبعد مضي ١٠ سنوات أضاف إلى رصيده فى البنك مبلغ ١٤١٨,٣٠٥ جنيه وأصبح معدل الفائده ٣,٥٪ عن نصف السنه وتُضاف الفائده كل ٦ شهور ٠ والمطلوب إيجاد جملة المستحق للمودع فى نهاية ١٥ سنه من الإيداع الأول ؟٠

الحل :

نوجد رصيد المودع بعد ١٠ سنوات : حيث :

أ = ٢٠٠٠ ، ع = ٦٪ (سنوى) ، ن = ١٠ سنوات

∵ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

∴ الرصيد المستحق = ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{١٠}

= ٢٠٠٠٠ × ١,٧٩٠٨٤٧٧ = ٣٥٨١,٦٩٥ جنيه

∴ الرصيد بعد إضافة إيداع قدره ١٤١٨,٣٠٥ جنيه

الرصيد الجديد = ٣٥٨١,٦٩٥ + ١٤١٨,٣٠٥ = ٥٠٠٠ جنيه

∴ قبل ٥ سنوات من نهاية مدة الإستثمار ، يكون :

أ = ٥٠٠٠ ، ع = ٣,٥ ٪ نصف سنوى

ن = ٥ سنوات = ١٠ أنصاف سنه ٠

∴ جملة المستحق فى نهاية المده =

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٣٥)^{١٠}

= ٢٠٠٠٠ × ١,٤١٠٥٩٩ = ٧٠٥٢,٩٩٤ جنيه٠

ملحوظة هامة :

يمكن لإيجاد الفائدة المركبة الخاصة بسنة معينة كما يلي :

١- ف$_{ن}$ = جـ$_{ن}$ − جـ$_{ن-١}$

٢- ف$_{١}$ = جـ$_{ن-١}$ × ع

٣- ف$_{ن}$ = ف$_{١}$ × (١+ع)$^{ن-١}$

تمرين (٧)

أودع سعد السعيد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فى بنك المهندس بمعدل فائده مركبه ٩ ٪ سنوياً لمدة ١٥ سنه ، والمطلوب إيجاد الفائدة المركبة المستحقة عن السنة الخامسة عشر فقط ؟.

الحل :

أ = ٢٠٠٠٠ ، ع = ٩ ٪ (سنوى) ، ن = ١٥ سنة

يمكن إيجاد الفائدة المركبة المستحقة عن السنة الخامسة عشر بأي من الطرق التالية :

أولاً : $\text{ف}_{١٥} = \text{جـ}_{١٥} - \text{جـ}_{١٤}$

$\therefore \text{ف}_{١٥} = ٢٠٠٠٠ \,(١ + ٠,٠٩)^{١٥} - ٢٠٠٠٠ \,(١ + ٠,٠٩)^{١٤}$

$= (٢٠٠٠٠ \times ٣,٦٤٢٤٨٢٤٦) - (٢٠٠٠٠ \times ٣,٣٤١٧٢٧٠٢٧)$

$= ٧٢٨٤٩,٦٥ - ٦٦٨٣٤,٥٤ = ٦٠١٥,١١$ جنيه

ثانياً : $\text{ف}_{١٥} = \text{جـ}_{١٤} \times \text{ع}$

$\therefore \text{ف}_{١٥} = ٢٠٠٠٠ \,(١ + ٠,٠٩)^{١٤} \times \frac{٩}{١٠٠}$

$= (٢٠٠٠٠ \times ٣,٣٤١٧٢٧٠٢٧) \times \frac{٩}{١٠٠}$

$= ٦٦٨٣٤,٥٤ \times \frac{٩}{١٠٠} = ٦٠١٥,١١$ جنيه

ثالثاً : $\text{ف}_{١٥} = \text{ف}_{١} \times (١+\text{ع})^{\text{ن}-١}$

$\therefore \text{ف}_{١٥} = ٢٠٠٠٠ \times \frac{٩}{١٠٠} \,(١ + ٠,٠٩)^{١٤}$

$= ١٨٠٠ \times ٣,٣٤١٧٢٧٠٢٧$

$= ٦٠١٥,١١$ جنيه

تمرين (٨)

إذا استثمر مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة بمعدل ٣,٥٪ سنوياً فما هي المدة اللازمة لكي تصبح جملته ١١٨٧٦,٨٦ جنيه ؟

الحل :

أ = ١٠٠٠٠ ، جـ = ١١٨٧٦,٨٦ ، ع = ٣,٥٪ سنوياً ، ن = ؟؟ ٠

وهنا حيث أن المعدل الوارد في التمرين معدل سنوي ، فإن المدة الناتجة ستكون بالسنوات ٠

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$$

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{١١٨٧٦,٨٦}{١٠٠٠٠}\right)}{لو(١+٠,٠٣٥)} = \frac{لو(١,١٨٧٦٨٦)}{لو(١,٠٣٥)}$$

$$= \frac{٠,٠٧٤٧٠١٦٣٧}{٠,٠١٤٩٤٠٣٤٩}$$

= ٥ سنوات تقريباً

<u>طريقة أخرى</u> (باستخدام الجدول الأول)

$\because$ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

$\therefore$ ١١٨٧٦,٨٦ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣٥)^{ن}

وبالتالي فإن (١ + ٠,٠٣٥)^{ن} = ١,١٨٧٦٨٦

وبالبحث في الجدول الأول عن هذا الرقم في صفحة المعدل ٣,٥٪ وأمام جميع الفترات الزمنية (السنوات) نجد أن هذا الرقم أمام ن = ٥ سنوات .

تمرين (٩)

إحسب مقدار المبلغ الذي إذا إستثمر بمعدل ٨٪ سنوياً لمدة ٤ سنوات فإن جملته تصبح ١٣٦٠,٤٨٩ جنيه ، وما مقدار الفائدة المركبة المحققة ؟.

الحل :

أ = ؟؟ ، جـ = ١٣٦٠,٤٨٩

، ع = ٨٪ سنوياً ، ن = ٤ سنوات

∵ المبلغ المستثمر = أ = $\frac{\text{جـ}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}}}$

∴ أ = $\frac{36120{,}8}{(1+0{,}05)^{15}} = \frac{36120{,}8}{2{,}0789282}$

= ١٧٣٧٤,٧٢٢ جنيه

∴ الفائده المركبه المحققه = جـ – أ

= ٣٦١٢٠,٨ – ١٧٣٧٤,٧٢٢

= ١٨٧٤٦,٠٧٨ ج

∵ المبلغ المستثمر = أ = $\frac{\text{جـ}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}}}$

∴ أ = $\frac{1360{,}489}{(1+0{,}08)^{4}} = \frac{1360{,}489}{1{,}360489}$

= ١٠٠٠ جنيه

∴ الفائده المركبه المحققه = جـ – أ

= ١٣٦٠,٤٨٩ – ١٠٠٠

= ٣٦٠,٤٨٩ جنيه.

تمرين (١٠)

إحسب معدل الفائدة السنوي الذي بموجبه يؤول مبلغ ١٠٠٠ جنيه الى ١٥٧٣,٥١٩ جنيه في نهاية ٤ سنوات إذا أضيفت الفائدة المركبة في نهاية كل سنة ؟٠

الحل :

أ = ١٠٠٠ ، جـ = ١٥٧٣,٥١٩ ، ن = ٤ سنوات

ع = ؟؟ وسوف يكون المعدل الناتج معدل سنوي لأن المدة ن بالسنوات والفوائد تُضاف كل سنة٠

$$\because \text{ع} = \left(\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}\right)^{\frac{1}{\text{ن}}} - 1$$

$$\therefore \text{معدل الفائدة} = \left(\frac{1573.519}{1000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$= (1.573519)^{0.25} - 1 = 0.119999$$

= ١٢ ٪ سنوياً ٠ (وذلك لأنه تم التعويض عن المده بالسنوات)

تمرين (١١)

إحسب المدة التي في نهايتها يؤول مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه الى ٣١٧٢١,٦٩١ جنيه بفائدة مركبة بمعدل ٨٪ سنوياً إذا إضيفت الفوائد في نهاية كل سنة .

الحل :

أ = ١٠٠٠٠ ، جـ = ٣١٧٢١,٦٩١ ، ع = ٨٪ سنوياً

ن = ؟؟ ولسوف تكون المدة الناتجة بالسنوات وذلك لأن المعدل المستخدو هنا معدل سنوي .

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$$

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٣١٧٢١,٦٩١}{١٠٠٠٠}\right)}{لو(١+٠,٠٨)} = \frac{لو(٣,١٧٢١٩٦١)}{لو(١,٠٨)}$$

$$= \frac{٠,٥٠١٣٥٦٣٣}{٠,٠٣٣٤٢٣٧٥٥}$$

= ١٥ سنة تقريباً

تمرين (١٢)

إحسب الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه في نهاية ٢٠ سنة إذا كان معدل الفائدة المركبة ٨ ٪ عن كل سنتين ؟ .

الحل :

في هذه الحالة نجد أن :

أ = ١٠٠٠٠ ، ع = ٨ ٪ عن كل سنتين

ن = ٢٠ ÷ ٢ = ١٠ سنوات

$\therefore$ جملة المبلغ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)^{١٠}

= ١٠٠٠٠ × ٢,١٥٨٩٢٥

= ٢١٥٨٩,٢٥ جنيه

تمرين (١٣)

إذا كان $ع_{٨}$ = ١٠ ٪ ، فاوجد $ع_{٢٤}$ ؟٠

الحل :

* نوجد ع بدلالة $ع_{٨}$ ، حيث :

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١ + \frac{٠,١٠}{٨}\right)^{٨} - ١ = ٠,١٠٤٤٨٦$

* نوجد $ع_{٢٤}$ بدلالة ع، حيث :

∴ معدل الفائده الإسمي = $ع_{٢٤}$ = $٢٤\left((١ + ٠,١٠٤٤٨٦)^{\frac{١}{٢٤}} - ١\right)$

= ٠,٠٩٩٥٨٦ = ٩,٩٦ ٪

تمرين (١٤)

إستثمر شخص مبلغ ٤٣٥٠ جنيه لمده معينه ، فبلغت جملته فى نهاية المده ٦٤٤٠ جنيه ، المطلوب تحديد المده علماً معدل الفائدة هو ٨ ٪ سنوياً والفائدة تُضاف ٥ مرات في السنة ؟٠

الحل :

الفائدة تُضاف ٥ مرات في السنة ، يعني أن $ع_{٥}$ = ٨٪

* نوجد ع بدلالة $ع_{٥}$ ، حيث :

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١ + \frac{٠,٠٨}{٥}\right)^{٥} - ١ = ٠,٠٨٢٦$

وعلى ذلك يكون :

أ = ٤٣٥٠ ، جـ = ٦٤٤٠

ع = ٨,٢٦٪ سنوياً ، ن = ؟؟؟؟٠

$\therefore$ $ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$

$\therefore$ $ن = \frac{لو\left(\frac{٦٤٤٠}{٤٣٥٠}\right)}{لو(١+٠,٠٨٢٦)} = \frac{لو(١,٤٨٠٤٥٩٧٧)}{لو(١,٠٨٢٦)}$

$= \frac{٠,١٧٠٣٩٦٦١}{٠,٠٣٤٤٦٨٠٢٢}$

= ٤,٩٤٣٦١٤ سنه

	يوم	شهر	سنه
$\therefore$ المدة = ن =	١٠	١١	٤

تمرين (١٥)

إذا كانت جملة ٧٠٠٠ جنيه بعد ٤ سنوات هى ٨٢٠٠ جنيه ، فاوجد معدل الفائدة علماً بأن الفائدة يتم إضافتها ثلاث مرات في السنة ؟.

الحل :

المطلوب هنا إيجاد معدل الفائدة الإسمي $ع_٣$ ، ولذلك :

• نوجد ع الحقيقى ، حيث :

$ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{١}{ن}} - ١ = \left(\frac{٨٢٠٠}{٧٠٠٠}\right)^{\frac{١}{٤}} - ١ = ٠,٠٤٠٣٤٨٧$

• نوجد $ع_٣$ بدلالة ع ، حيث :

$ع_٣ = ٣\left((١ + ٠,٠٤٠٣٤٨٧)^{\frac{١}{٣}} - ١\right)$

= ٠,٠٣٩٨١٧٩ = ٣,٩٨ ٪

تمرين (١٦)

إحســـب المعدل الحقيقي السنوي الذي يناظر معدل إسمي ١٦٪ وتضاف الفائدة الى الأصل كل نصف سنة .(أو علما بأن $ع_{٢}$ = ١٦٪)؟

الحل :

م = ٢ ∴ $ع_{٢} = ١٦\ \%$

∴ معدل الفائده الحقيقى = $ع = \left(١ + \frac{٠,١٦}{٢}\right)^{٢} - ١$

$= (١,٠٨)^{٢} - ١ = ٠,١٦٦٤$

$= ١٢,٦٤\ \%$

تمرين (١٧)

إذا علمـــت أن $ع_{٢}$ = ٦ ٪ ، أوجد معدل الفائدة الإسمي الذي بمقتضاه يتم تعلية الفائدة كل ربع سنة (أوجد $ع_{٤}$) ؟

الحل :

- نوجد ع بدلالة $ع_{٢}$ ، حيث :

∴ معدل الفائده الحقيقى = $ع = \left(١ + \frac{٠,٠٦}{٢}\right)^{٢} - ١$

$= (١,٠٣)^{٢} - ١ = ٠,٠٦٠٩$

- نوجد $ع_{٤}$ بدلالة ع ، حيث :

$ع_{٤} = ٤\left((١ + ٠,٠٦٠٩)^{\frac{١}{٤}} - ١\right)$

$= ٠,٠٥٩٦ = ٥,٩٦\ \%$

تمرين (١٨)

أوجد الفترة الزمنية اللازمة لتصبح جملة ٨٠٠٠ جنيه بعد استثمارها بمعدل فائدة ١٠ ٪ سنوياً هي ١٠٠٠٠ جنيه علماً بأن الفائدة يتم تعليتها كل ثلاثة أشهر ؟٠

الحل :

أ = ٨٠٠٠ ، جـ = ١٠٠٠٠ ، ع٤ = ١٠ ٪

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4} - 1 = 0.103813$

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{10000}{8000}\right)}{لو(1+0.103813)} = \frac{لو(1.25)}{لو(1.103813)}$$

$$= \frac{0.096910013}{0.0428955} = 2.2592114 \text{ سنه}$$

	يوم	شهر	سنه
∴ المدة = ن =	٣	٣	٢

تمرين (١٩)

أودع شخص مبلغ من النقود ليربح ربحاً مركباً وقد عرض البنك عليه العروض الآتية :

١. الإستثمار بمعدل ٥,٦٪ سنوياً على أن تضاف الفوائد في نهاية كل سنة ٠
٢. الإستثمار بمعدل ٥,٥٪ سنوياً على أن تضاف الفوائد مرتين في السنة ٠
٣. الإستثمار بمعدل ٥,٢٥٪ سنوياً على أن تضاف الفوائد ٣ مرات في السنة٠

والمطلوب تحديد أى العروض أفضل من وجهة نظرك كمستثمر ؟٠

الحل :

العرض الأول :

المعدل الحقيقي للإستثمار = ع = ٥,٦ ٪

العرض الثاني :

$ع_٢ = ٥,٥ \%$ ، م = ٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع $= \left(١ + \frac{٠,٠٥٥}{٢}\right)^{٢} - ١$

$= ٥,٥٧٦ \%$

العرض الثالث :

$ع_٣ = ٥,٢٥ \%$ ، م = ٣

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع $= \left(١ + \frac{٠,٠٥٢٥}{٣}\right)^{٣} - ١$

$= ٥,٣٤٢ \%$

وعلى ذلك :

بمقارنة المعدل الحقيقي للفائدة في العروض الثلاث نجد أنه من الأفضل للمستثمر أمام هذه العروض أن يختار الإستثمار على أساس العرض الأول.

تمرين (٢٠)

أودع شخص مبلغ ٨٣٦ جنيه في أحد البنوك على أساس معدل فائدة إسمي معين وعلى أساس أن الفوائد يتم تعليتها (إضافتها) في نهاية كل شهرين ، وبعد مضي ٢٠ شهر وجد أن جملة المستحق له ١١٠٥,٧٩ جنيه المطلوب إيجاد معدل الفائدة السنوي الإسمي ؟.

الحل :

أ = ٨٣٦ ، جـ = ١١٠٥,٧٩

ن = ٢٠ شهر = ١٠ وحدات زمنية كل منها شهرين

ع = ؟؟ وسوف يكون المعدل الناتج معدل مكافئ لشهرين لأن المدة ن بوحدات زمنية (شهرين) والفوائد تُضاف في نهاية كل شهرين ٠

$$\because ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{1}{ن}} - 1$$

$$\therefore \text{معدل الفائدة المكافئ لشهرين} = \left(\frac{1105.79}{836}\right)^{\frac{1}{10}} - 1$$

$$= (1.3227153311)^{0.1} - 1 = 0.0284$$

= ٢,٨٤ ٪ لكل شهرين ٠

∴ معدل الفائدة السنوي = ٢,٨٤ × ٦ = ١٧,٠٤ ٪

ملحوظة :

عند إيجاد المعدل السنوي هنا تم الضرب في ٦ لأن السنة تحتوي على ٦ وحدات زمنية كل منها شهران ٠

طريقة أخرى :

يمكن إيجاد معدل الفائدة الحقيقي السنوي (ع) بجعل ن = $\frac{20}{12}$

وبعد ذلك نوجد المعدل السنوي الإسمي وهو (ع٦)

خلاصة الفصل الأول

(١) جملة المبلغ على أساس الفائده المركبه = جـ = أ (١ + ع) ^{ن}

(٢) الفائده المركبه المستحقه عن مبلغ [أ] من الجنيهات في نهاية [ن] من السنوات = ف = جملة المبلغ بفائده مركبه – المبلغ المستثمر

= أ [(١+ع) ^{ن} – ١]

(٣) المبلغ المستثمر كمتغير في القانون الأساسى للفائده المركبه :

المبلغ المستثمر = أ = $\frac{جـ}{(١+ع)^{ن}}$

أو ، القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه [جـ] =

أ = جـ (١ + ع) $^{-ن}$

(٤) القيمه الحاليه لوحدة النقود التى تستحق السداد بعد [ن] من الوحدات الزمنيه هي :

ح ^{ن} = (١ + ع) $^{-ن}$

(٥) مدة الإستثمار كمتغير في القانون الأساسى للفائده المركبه :

مدة الإستثمار [ن] ن = $\frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$

وعند حساب المده [ن] نجد أنه حسب نوعية وحدة الزمن الخاصه بالمعدل تنتج [ن] المجهوله ، فإذا كان المعدل سنوى فإن [ن] الناتجة تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل نصف سنوي تكون [ن] الناتجه بالأنصاف سنوات ، وهكذا .

(٦) معدل الفائده المركبه كمتغير في القانون الأساسى للفائده المركبه :

$$\text{معدل الفائده المركبه} = ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{١}{ن}} - ١$$

وعند حساب المعدل [ع] نجد أنه حسب نوعية وحدة الزمن الخاصه بالمعدل المطلوب يتم تعديل وحدات زمن المده ، فإذا كان المعدل المطلوب معدل سنوى فإن [ن] يجب أن تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل المطلوب نصف سنوي يجب أن تكون [ن] بالأنصاف سنوات ، وهكذا ٠

(٧) $$\text{معدل الفائده الحقيقى} = ع = \left(١ + \frac{ع_م}{م}\right)^{م} - ١$$

(٨) $$\text{معدل الفائده الإسمي} = ع_م = م\left((١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١\right)$$

تمارين على الفصل الأول

(١) أوجد جملة المبالغ الآتية على أساس الفائدة المركبة :

أ - ١٥٦٠٠ جنيه تم إيداعها في مصرف لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً والفوائد تضافي في نهاية كل سنة .

ب - ٨٠٠٠ جنيه لمدة ١٥ سنة بمعدل فائدة مركبة ٧,٥٪ والفوائد تضاف في نهاية كل سنة .

جـ - ٢٥٠٠٠ جنيه لمدة ٩ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً .

(٢) أوجد الفوائد المركبة في التمرين السابق.

(٣) إحسب جملة ١٠٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة بمعدل ٨٪ سنوياً في نهاية ١٠سنوات و٥ شهور.

(٤) إحسب الجملة في التمرين رقم (١) إذا كان المعدل :

أ - ٨٪ ب - ٩,٦٪ جـ - ١٢٪

ثم قارن بين النتائج ؟.

(٥) ما مقدار الجملة في التمرين (٣) إذا كانت المدة ٦٠ سنة .

(٦) ما مقدار الجملة في التمرين (٣) إذا كانت المدة ٦٠ سنة وثلاثة شهور وعشرة أيام

(٧) إحسب جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه إستثمر لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة نصف سنوي ٤٪ .

(٨) ما مقدار الفائدة في التمرين (٧) إذا كانت المدة ١٠ سنوات وثلاثة شهور .

(٩) أودع شخص مبلغاً من المال بفائدة مركبة ، وبلغ رصيده في نهاية السنة الثانية ٢١٢١,٨ جنيه وفي نهاية السنة الثالثة ٢١٨٥,٤٥٤ جنيه ، المطلوب حساب :

(١) معدل الفائدة .

(٢) أصل المبلغ المستثمر .

(٣) الرصيد المستحق في نهاية السنة العاشرة .

(١٠) أوجد جملة ١٠٠٠٠ جنيه استثمرت لمدة ٥ سنوات و١٠ شهور بالفائدة المركبة بمعدل سنوي ٨٪ والفائدة تُضاف كل ثلاثة أشهر ؟.

(١١) استثمر شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات على أساس الفائدة المركبة ، وفي نهاية المدة وجد أن جملة المستحق له ٧٥٠٠ جنيه ، المطلوب حساب معدل الفائدة المركبة السنوي ؟.

(١٢) استثمر شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه لمدة معينة على أساس الفائدة المركبة ، وفي نهاية المدة وجد أن جملة المستحق له ٨٠٠٠ جنيه ، المطلوب حساب مدة الإستثمار علماً بأن معدل الفائدة المركبة السنوي المُستخدم في الإستثمار هو ٨٪ ؟.

(١٣) أوجد جملة ٨٠٠٠ جنيه استثمرت لمدة ١٦ شهر بالفائدة المركبة على أساس معدل الفائدة (ع٢ = ٩٪) ؟.

(١٤) أوجد جملة ٥٠٠٠ جنيه استثمرت لمدة ٥ سنوات بالفائدة المركبة على أساس معدل الفائدة (ع٢ = ٩٪) ؟.

(١٥) أوجد جملة ٥٠٠٠ جنيه استثمرت لمدة ٧ سنوات بالفائدة المركبة على أساس معدل الفائدة ($ع_{٢}$ = ٩٪) ، وذلك بطريقة معدل الفائدة الإسمي مره ، وبطريقة معدل الفائدة الحقيقي مرة أخرى ؟.

(١٦) إذا كان $ع_{٤}$ = ١٢ ٪ ، فاوجد المعدل الحقيقي ع ؟.

(١٧) إذا كان $ع_{٤}$ = ١٢ ٪ ، فاوجد $ع_{٣}$ ؟.

(١٨) أوجد معدل الفائدة الإسمي السنوي المركب الذي يكافئ معدل فائدة حقيقي ١٠٪ سنوياً ويُدفع كل ثلاثة أشهر ؟.

(١٩) أي الحالات التالية أفضل لك كمستثمر :

١- بنك يحسب الفائدة المركبة بمعدل ٥٪ والفائدة تُضاف كل نصف سنة

٢- بنك يحسب الفائدة المركبة بمعدل ٤٪ والفائدة تُضاف كل ثلث سنة .

٣- بنك يحسب الفائدة المركبة بمعدل ٣,٥٪ والفائدة تُضاف كل ربع سنة

٤- بنك يحسب الفائدة المركبة بمعدل ١٪ والفائدة تُضاف كل شهر .

(٢٠) ما هي الجملة التي يؤول اليها مبلغ ٨٦٥٠ جنيه بعد مضى عشرة سنوات ونصف إذا كان معدل الفائدة الاسمي ٨٪ والفوائد تضاف في نهاية كل ٣ شهور (أي $ع_{٤}$ = ٨ ٪) ؟.

(٢١) ما هو المعدل الحقيقي السنوي للفائدة المركبة والذي يقابل المعدلات :

- ٤٪ عن كل نصف سنة
- ٣٪ عن كل ربع سنة

(٢٢) أوجد جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه بعد ٥ سنوات إذا إحتسبت الفوائد بمعدل سنوي اسمي ١٢٪ علماً بأن الفوائد تضاف في نهاية كل شهر.

(٢٣) إحسب المعدل الحقيقي السنوي للفائدة التي يعادل معدل فائدة اسمي ١٠٪ يدفع ٤ مرات في السنة .

(٢٤) إحسب المعدل الاسمي السنوي الذي يدفع ٤ مرات في السنة والذي يقابل معدل حقيقي سنوي قدره ٨٪ .

(٢٥) ما مقدار الجملة التي يؤول اليها مبلغ ١٠٠٠ جنيه إذا إستثمر بمعدل فائدة اسمي سنوي ٩٪ يدفع ٤ مرات في السنة لمدة ١٠ سنوات .

(٢٦) ما مقدار الجملة في التمرين السابق إذا كانت المدة ١٠ سنوات وثلاثة شهور .

(٢٧) ما مقدار الجملـــة في التمرين الســـابق إذا كانت المدة ١٠ سنوات وثلاثة شهور وعشرة أيام .

(٢٨) ما مقدار الجملة في التمرين (٢٥) إذا كان المعدل السنوي الاسمي هو ٨٪ ويدفع على ٣ مرات في السنة .

(٢٩) ما مقدار الجملة في التمرين (٢٥) إذا كانت المدة ١٠ سنوات وثلاثة شهور وعشرة أيام .

(٣٠) إحسب المدة التي بعدها يصل رأس المال المستثمر الى الضعف على أساس معدل فائدة ٨٪ ، ٦٪ ، ٩٪

(٣١) إحسب معدل الفائدة الذي لو إستثمر به مبلغ ما لمدة ١٥ سنة فإن جملته تصل الى الضعف.

(٢٣) إستثمر أحد الأشخاص مبلغاً ما بمعدل فائدة سنوي اسمي قدره ٦٪ يدفع ١٢ مرة في السنة والمطلوب حساب المدة التي بعدها تصبح الفائدة المستحقة تعادل ضعف الأصل المستثمر .

(٢٤) إستثمر أحد الأشخاص مبلغ ١٠٠٠ جنيه بمعدل سنوي ١٠٪ يدفع ٤ مرات في السنة لمدة معلومة فوجد أن الجملة أصبحت ٦٧٢٧,٤٩٩٩ جنيه والمطلوب حساب مدة الإستثمار .

(٢٥) إستثمر أحد الأشخاص مبلغ ١٠٠٠ جنيه لمدة ١٠ سنوات بمعدل سنوي اسمي يدفع ٤ مرات في السنة فوجد أن جملة المبلغ أصبحت ٢٢٠٨,٠٣٩٧ جنيه ، فالمطلوب حساب المعدل المجهول .

(٢٦) إستثمر أحد الأشخاص مبلغ ١٠٠٠ جنيه لمدة معينة بمعدل معلوم فإذا كانت جملة المبلغ تزيد بمقدار ٦٨٩,٥٦٩٢ عن جملته لو كانت مدة الاستثمار تقل بمقدار ٥ سنوات وفي الوقت نفسه تقل بمقدار ١٠١٣,٢٤٤١١٧ عن جملته لو كانت مدة الإستثمار تزيد بمقدار خمس سنوات فأوجد المعدل ؟ ثم أوجد مدة الإستثمار (ن) .

الفصـــــل الثاني

جملة الإستثمارات بالفائدة المركبة

مقدمة :

عند إضافة الفوائد إلى الأصل المستثمر فى نهاية مدة الإستثمار ، فإن الناتج يسمى الجمله ، ويرمز للجمله المستحقه فى نهاية المده [ن] بالرمز [جـ] ، وطبقاً لنوعية الأصل المستثمر فإن الجمله إما أن تكون لمبلغ واحد وهو ما سبق دراسته عند دراسة القانون الأساسى للفائده المركبه ، وإما أن تكون الجمله المركبه لعدة مبالغ مختلفه فى المقدار وفى مدد الإستثمار أو تكون لعدة مبالغ متساويه فى المقدار وتدفع على فترات دوريه منتظمه وهى مايطلق عليها اسم (الدفعات) .

ونتناول في هذا الفصل كيفية حساب جمله الإستثمارات المختلفة فيما عدا جملة المبلغ الواحد والذي سبق دراسته في الفصل الأول ، وعلى ذلك سوف ندرس في هذا الفصل :

(١) جملة عدة مبالغ على أساس الفائدة المركبة .

(٢) جملة الدفعات المتساوية على أساس الفائدة المركبة .

جملة عدة مبالغ على أساس الفائدة المركبة :

باستخدام الرموز والقواعد السابق دراستها والخاصه بحساب جملة مبلغ واحد بالفائده المركبه ، نجد أن :

جملة عدة مبالغ بالفائده المركبه = جملة المبلغ الأول + جملة المبلغ الثانى + جملة المبلغ الثالث + ...

وفيما يلي أمثلة تطبيقية على حساب جملة عدة مبالغ .

مثال (١)

إقترض محمد جمال الديون التاليه من أحد المصارف التجاريه على أساس معدل فائده مركبه ١٢٪ سنوياً :

٢٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٨ .

١٥٠٠ جنيه فى أول يوليو ١٩٩٨ .

٣٠٠٠ جنيه فى أول يناير ٢٠٠٠ .

والمطلوب حساب جملة المستحق على المقترض فى ٢٠٠٣/١٢/٣١م ؟ .

الحــل :

٩٨/١/١	٩٨/٧/١	٢٠٠٠/١/١	٢٠٠٣/١٢/٣١
٢٠٠٠	١٥٠٠	٣٠٠٠	

مدة المبلغ الأول = ٦ سنوات   مدة المبلغ الثانى = ٥,٥ سنه

مدة المبلغ الثالث = ٤ سنوات

جملة المبالغ فى ٢٠٠٣/١٢/٣١م = جملة الأول + جملة الثانى + جملة الثالث

$= ٢٠٠٠(١,١٢)^{٦} + ١٥٠٠(١,١٢)^{٥,٥} + ٣٠٠٠(١,١٢)^{٤}$

= ٣٩٤٧,٦٤٥ + ٢٧٩٧,٦٣١ + ٤٧٢٠,٥٥٨ = **١١٤٦٥,٨٣٤** ج

مثال (٢)

إقترض عضو هيئة تدريس المبالغ التاليه من البنك الأهلي (فرع جامعة المنصورة) على أساس معدل فائده مركبه ١٠٪ سنوياً ، والفائدة تُضاف أربع مرات في السنة :

٣٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٧م ٠

٢٠٠٠ جنيه فى أول يوليو ١٩٩٧م ٠

٥٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٩م ٠

والمطلوب حساب جملة المستحق على المقترض فى ٢٠٠٣/١٢/٣١م؟ ٠

الحـــل :

٢٠٠٣/١٢/٣١	٩٩/١/١	٩٧/٧/١	٩٧/١/١
	٥٠٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠

حيث أن الفوائد تُضاف أربع مرات في السنة ، والمعدل الإسمي السنوي ١٠٪ ، فإن المعدل المستخدم يكون ٢,٥٪ وتكون المدد بالأرباع سنوات ٠

مدة المبلغ الأول = ٧ سنوات = ٧ × ٤ = ٢٨ ربع سنة

مدة المبلغ الثانى = ٦,٥ سنه = ٦,٥ × ٤ = ٢٦ ربع سنة

مدة المبلغ الثالث = ٥ سنوات = ٥ × ٤ = ٢٠ ربع سنة

جملة المبالغ فى ٢٠٠٣/١٢/٣١ = جملة الأول + جملة الثانى + جملة الثالث

= ٣٠٠٠(١,٠٢٥)^{٢٨} + ٢٠٠٠(١,٠٢٥)^{٢٦} + ٥٠٠٠(١,٠٢٥)^{٢٠}

= ٨١٩٣,٠٨٢ + ٣٨٠٠,٥٨٥ + ٥٩٨٩,٤٨٥

= ١٧٩٨٣,١٥٣ جنيه ٠

مثال (٣)

أودع تاجر المبالغ التاليه فى أحد البنوك التجاريه على أساس معدل فائده مركبه :

٨٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٤م .

١٢٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٦م .

وعند إيداعه المبلغ الثالث وقدره ٤٠٠٠ جنيه أخطره البنك كتابياً أنه يمكنه الحصول على مبلغ وقدره ٣٥٧٦٠,٦٤ جنيه فى ٢٠٠٣/١٢/٣١م ، حيث أن هذا المبلغ يمثل جملة ما للتاجر لدى البنك ، والمطلوب تحديد تاريخ إيداع المبلغ الثالث علماً بأن معدل الفائده المركبه هو ٥ ٪ سنوياً ؟ .

الحل :

٢٠٠٣/١٢/٣١	؟؟؟	٩٦/١/١	٩٤/١/١
	٤٠٠٠	١٢٠٠٠	٨٠٠٠

مدة المبلغ الأول = ١٠ سنوات   مدة المبلغ الثانى = ٨ سنوات

جملة المبلغين الأول والثانى فى ٢٠٠٣/١٢/٣١

= ٨٠٠٠ $(١,٠٥)^{١٠}$ + ١٢٠٠٠ $(١,٠٥)^{٨}$

= ١٣٠٣١,١٥٧ + ١٧٧٢٩,٤٦٥ = ٣٠٧٦٠,٦٢٢ جنيه

∴ جملة المبلغ الثالث = ٣٥٧٦٠,٦٤ - ٣٠٧٦٠,٦٢٢ = ٥٠٠٠ جنيه

وعلى ذلك يكون :

أ = ٤٠٠٠ ، جـ = ٥٠٠٠   ع = ٥٪ سنوياً   ، ن = ؟؟.

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{لو}\left(\frac{٥٠٠٠}{٤٠٠٠}\right)}{\text{لو}(١+٠,٠٥)} = \frac{\text{لو}(١,٢٥)}{\text{لو}(١,٠٥)}$$

$$= \frac{٠,٠٩٦٩١}{٠,٠٢١١٨٩٢٩٩}$$

= ٤,٥٧٣٥٣٦ سنه ٠

	يوم	شهر	سنه
=	٢٧	٦	٤

∴ تاريخ إيداع المبلغ الثالث هو :   ٣ / ٦ / ١٩٩٩

مثال (٤)

أودع محمود محمود الديون التاليه في أحد القنوات الإستثمارية على أساس معدل فائده مركبه ٩ ٪ سنوياً والفائدة تُضاف مرتين في السنة :

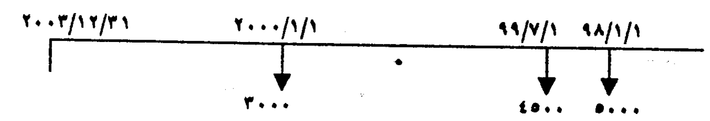
٥٠٠٠ جنيه فى أول يناير ١٩٩٨م ٠

٤٥٠٠ جنيه فى أول يوليو ١٩٩٩م ٠

٣٠٠٠ جنيه فى أول يناير ٢٠٠٠م ٠

والمطلوب حساب جملة هذه الإستثمارات فى ٢٠٠٣/١٢/٣١م ؟ ٠

الحـــل



حيث أن المعدل المستخدم هو $ع_٢$ =٩ ٪ سنوياً، فيكون لدينا طريقتين لحساب جملة الإستثمارات ، وهما :

الطريقة الأولى:

نوجد معدل الفائدة النصف سنوي = ٤,٥٪ وتكون المدد بالأنصاف سنوات ،حيث :

مدة المبلغ الأول = ٦ سنوات = ١٢ نصف سنة

مدة المبلغ الثانى = ٤,٥ سنه = ٩ أنصاف سنوات

مدة المبلغ الثالث = ٤ سنوات = ٨ أنصاف سنوات

جملة المبالغ فى ٢٠٠٠/١٢/٣١م = جملة الأول + جملة الثانى + جملة الثالث

$= ٥٠٠٠(١,٠٤٥)^{١٢} + ٤٥٠٠(١,٠٤٥)^{٩} + ٣٠٠٠(١,٠٤٥)^{٨}$

= ٨٤٧٩,٤٠٧ + ٦٦٨٧,٤٢٨ + ٤٢٦٦,٣٠٢

= **١٩٤٣٣,١٣٧** جنيه .

__الطريقة الثانية:__

نستخدم المعدل الحقيقي ع ، والذي نوجده بدلالة المعدل الإسمي $ع_٢$ =٩٪ ، وتكون المدد بالسنوات ،حيث :

مدة المبلغ الأول = ٦ سنوات

مدة المبلغ الثانى = ٤,٥ سنه

مدة المبلغ الثالث = ٤ سنوات

* نوجد ع بدلالة $ع_٢$ ، حيث :

معدل الفائده الحقيقى = $ع = \left(١ + \frac{٠,٠٩}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,٠٩٢٠٢٥$

جملة المبالغ فى ٢٠٠٠/١٢/٣١م = جملة الأول + جملة الثانى + جملة الثالث

$= ٥٠٠٠(١,٠٩٢٠٢٥)^{٦} + ٤٥٠٠(١,٠٩٢٠٢٥)^{٤,٥}$

$+ ٣٠٠٠(١,٠٩٢٠٢٥)^{٤}$

= ٨٤٧٩,٤٠٧ + ٦٦٨٧,٤٢٨ + ٤٢٦٦,٣٠٢

= **١٩٤٣٣,١٣٧** جنيه .

جملة الدفعات المتساويه على أساس الفائدة المركبة :

يقصد بالدفعات *Annuities* المبالغ التي تسدد أو تستثمر بشكل منتظم والدفعات ، ويوجد في الحياة العملية نوعين أساسيين من الدفعات :

١- دفعات احتمالية : وهي الدفعات التي يدخل في حسابها نظرية الاحتمالات وتكون غير مؤكدة الدفع ، ومن أمثلة هذه الدفعات دفعات المعاش والتي نجدها منتشرة في بعض أنواع تأمينات الحياة ٠

٢- دفعات مؤكدة وهي الدفعات مؤكدة الحدوث والتي تكون عادة في حالة دفعات السداد أو دفعات الاستثمار ، وبالنسبة للدفعات المؤكدة فبعضها يكون دفعات متساوية المبالغ ، وبعضها يكون دفعات متغيرة المبالغ ، وسوف نقتصر على دراسة الدفعات المتساوية فقط ٠

الدفعات المتساوية :

ويقصد بالدفعات المتساوية بأنها مجموعة من الأقساط المتساوية التي تدفع أو تستثمر في نهاية أو بداية فترات زمنية متساوية إما وفاءً لقرض ذو قيمة محددة سلمت قيمته في بداية المدة او استثمار لمبالغ تتراكم بفائدة مركبة حتى تصل في نهاية المدة الى قيمة محددة٠

وتستخدم الدفعات المتساوية في مجالات شتى مثل الأنواع المختلفة من التأمين والصور المختلفة من المعاش والقروض طويلة الأجل وتمليك الأراضي والمساكن والعقارات والمباني وغيرها من الأصول الرأسمالية والسلع المعمرة ٠

فقد يتم الحصول على الأصل أو القرض في البداية ثم تستخدم الدفعات المتساوية لسداد الثمن أو القرض مع الفوائد المركبة وعلى ذلك فان مشترى

الأصل أو المقترض الذي يتعهد بالسداد على أقساط متساوية ليس الا بائعا لدفعات متساوية يشتريها منه بائع الأصل أو المقترض وقد يحدث العكس أن يتعهد الشخص بتقديم دفعات في بداية أو نهاية فترات زمنية متساوية إما لمدة محددة أو حتى يحل حادث محدد ، فيحصل هو أو من يوصى اليه على مبلغ محدد مرة واحدة أو يحصل على سلسلة من المبالغ المتساوية القيمة والتي تدفع بشكل منتظم .

أنواع الدفعات المتساوية :

وكنتيجة لتعدد استخدامات الدفعات المتساوية في الحياة العملية فقد احتلت رياضيات الدفعات المتساوية دوراً أساسياً في الرياضة المالية والتأمين، ويدخل الزمن عاملاً أساسياً في تحديد الأنواع المختلفة من الدفعات المتساوية بفائدة مركبة كالآتي :-

(أ) ميعاد الدفعات : اذا أتفق على تحديد موعد الدفعات المتساوية في بداية كل فترة عُرفت الدفعات المتساوية على أنها دفعات فورية أو دفعات استثمار . أما اذا حُدد موعد الدفعات المتساوية في نهاية كل فترة عُرفت الدفعات المتساوية بأنها دفعات عادية أو دفعات سداد .

(ب) أجل الدفعات : اذا تحدد الزمن الذي تسدد فيه الدفعات بأجل محدد عرفت الدفعات بأنها دفعات مؤكدة أو محددة . أما اذا كانت مدة سداد الدفعات لأجل غير مسمى ، عُرفت الدفعات بأنها دفعات متساوية دائمة .أما اذا كانت مدة سداد الدفعات متوقفه على حدوث حادث معين عُرفت الدفعات بأنها دفعات متساوية احتمالية. ويدخل الزمن مرة أخرى ليحدد تعريف الدفعات المحدودة والدفعات الدائمة على أساس ميعاد السداد . فاذا سددت الدفعات المحدودة في

بداية كل فترة عُرفت بأنها دفعات استثمار مؤقته . أما اذا سددت الدفعات في نهاية كل فترة عُرفت بأنها دفعات سداد مؤقته . كذلك اذا سددت الدفعات الدائمة في بداية كل فترة عُرفت بأنها دفعات استثمار لانهائيه ، أما اذا دُفعت في نهاية كل فترة عُرفت بأنها دفعات سداد لانهائيه.

(جـ) موعد سداد الدفعة الأولى: قد يتم الاتفاق على سداد الدفعات المتساوية بصورة فورية – حسب الاتفاق – أى مع بداية الفترة الأولى فتعرف بأنها دفعات استثمار فورية عاجلة ، أو مع نهاية الفترة الأولى فتعرف بأنها دفعات سداد عادية عاجلة ، وفي أحيان أخرى قد يتم الاتفاق على تأجيل سداد الدفعات لأجل معين وبمعنى آخر فأن أول الدفعات تستحق حسب الاتفاق بعد مدة معينة ولتكن عشر سنوات أو أقل أو أكثر فتضفي على الدفعات المتساوية صفة التأجيل. فاذا استحقت الدفعات مع بداية كل فترة بعد مدة تأجيل عرفت الدفعات المتساوية بأنها دفعات استثمار فورية مؤجلة . واذا استحقت في نهاية كل فترة بعد مدة التأجيل عرفت بأنها دفعات سداد عادية مؤجلة .

ويعاد تقسيم كلا من دفعات الاستثمار والسداد العاجلة ودفعات الاستثمار والسداد المؤجلة تبعاً لأجل كل نوع من الدفعات الذي قد يكون محدداً أو غير محدد . بإختصار تقسم الدفعات المتساوية الى :

(١) الدفعات الفورية العاجلة المحدودة : وهي الدفعات المتساوية التي تدفع دون تأجيل في بداية كل فترة ولأجل محدد .

(٢) الدفعات الفورية المؤجلة المحدودة: وتبدأ أو تستحق بعد انقضاء مدة تأجيل محددة وتدفع مع بداية كل فترة ويستمر سدادها لأجل محدد.

(٣) الدفعات الفورية العاجلة اللانهائية : وهي الدفعات المتساوية التي تدفع دون تأجيل في بداية كل فترة ولأجل غير مسمى .

(٤) الدفعات الفورية المؤجلة اللانهائية :وهي الدفعات التي يتفق على أن تسدد مع بداية كل فترة بعد انقضاء مدة تأجيل محدودة ولكن يستمر سدادها لأجل غير مسمى

(٥) الدفعات العادية العاجلة المحدودة : وهي الدفعات المتساوية التي تستحق في نهاية كل فترة ولأجل محدد .

(٦) الدفعات العادية المؤجلة المحدودة : وهي الدفعات التي تستحق بعد انقضاء مدة تأجيل محدودة وتدفع في نهاية كل فترة زمنية ويستمر سدادها لأجل محدد .

(٧) الدفعات العادية العاجلة اللانهائية : وهي الدفعات المتساوية التي تستحق دون تأجيل في نهاية كل فترة و لأجل غير مسمى .

(٨) الدفعات العادية المؤجلة اللانهائية : وهي الدفعات المتساوية التي تستحق بعد انقضـــاء مدة تأجيل مـــحددة وتـــدفع في نهاية كل فترة زمنية ويستمر سدادها لأجل غير مسمى .

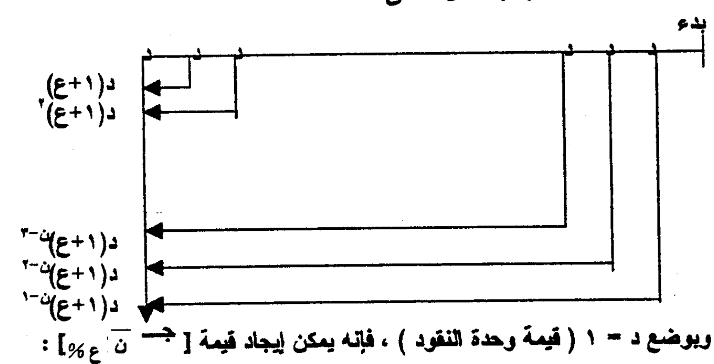
وجملة الدفعه أياً كان نوعها هى مجموع مبالغ الدفعه فى وقت الحساب مضافاً إليه الفوائد المستحقه ، ولذلك لا بد أن يكون هناك نهاية للدفعه التى نرغب فى حساب جملتها ، أى أن الدفعه لابد أن تكون محدوده ، أما الدفعات اللانهائية فلا يمكن حساب جملتها لعدم إمكانية تحديد تاريخ استحقاق تلك الجمله ، وسوف نركز عند حساب جملة الدفعات على الدفعات المؤقتة المعجله لأن التأجيل لا يؤثر على حساب جملة الدفعات .

**** <u>جملة الدفعة العادية</u> :**

لحساب جملة الدفعات العاديه نستخدم الرمز ، [$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$] ، حيث :

- **$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$: تمثل جملة دفعه محدوده معجله عاديه مبلغها جنيه واحد**

يُدفع فى نهاية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪ فإذا رمزنا لمبلغ الدفعه بالرمز [د] ، وعدد الدفعات بالرمز [ن] ، يمكن تمثيل الدفعات العاديه بالشكل التالى :



وبوضع د = ١ (قيمة وحدة النقود) ، فإنه يمكن إيجاد قيمة [$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$] :

$$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%} = ١ + (١+ع) + (١+ع)^{٢} + (١+ع)^{٣} + \cdots + (١+ع)^{ن-١}$$

= مجموع متواليه هندسيه حدها الأول ١ وأساسها (١+ع)

$$= \frac{(١+ع)^{ن} - ١}{ع}$$

ويمكن حساب قيمة الداله ($\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$) باستخدام الآله الحاسبه بالتطبيق فى العلاقه السابقه وبالتالى فإن جملة دفعه مبلغها (د) بمعدل فائده مركبه هي :

$$= د \times \overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%} = \frac{د\left[(١+ع)^{ن} - ١\right]}{ع}$$

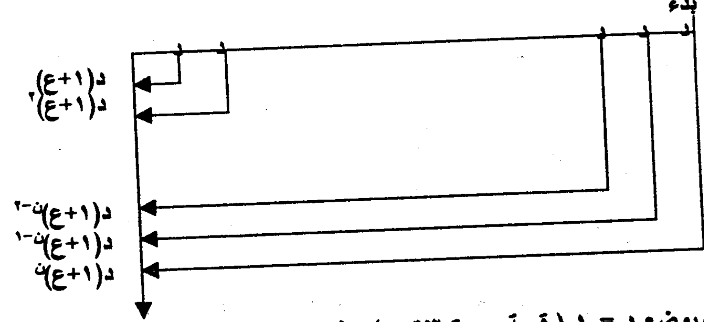
ويمكن استخدام الجدول الثالث من جداول الفائدة المركبة فى حســاب قيمة (جـ ن|ع%) وبضربها فى قيمة الدفعه (د) نحصل على جملة الدفعه ذات المبلغ الدورى د .

** <u>جملة الدفعة الفوريه</u> :

لحساب جملة الدفعات الفوريه نستخدم الرمز ، $\ddot{\text{جـ}}$ ن|ع% ، حيث :

- $\ddot{\text{جـ}}$ ن|ع% : تمثل جملة دفعه محدوده معجله فوريه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى بداية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪

و يمكن تمثيل الدفعات الفوريه بالشكل التالى :



وبوضع د = ١ (قيمة وحدة النقود) ، فإن :

$\ddot{\text{جـ}}$ ن|ع% = (١+ع) + $(١+ع)^{٢}$ + $(١+ع)^{٣}$ + ... + $(١+ع)^{ن}$

= مجموع متواليه هندسيه حدها الأول (١+ع) وأساسها (١+ع)

$$= \frac{(١+ع)\left[(١+ع)^{ن} - ١\right]}{ع}$$

وبالتطبيق فى العلاقه السابقه باستخدام الآله الحاسبه ويمكن حساب ($\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) وبالتالى فإن جملة دفعه مبلغها الدوري (د) بمعدل فائده مركبه هي :

$$= \text{د} \times \ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{\text{د}(١+\text{ع})\left[(١+\text{ع})^{\text{ن}}-١\right]}{\text{ع}}$$

ويمكن استخدام الجدول الثالث فى حساب قيمة ($\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) من خلال العلاقه التى تربط بينها وبين الداله ($\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) ، حيث :

$$\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \text{جـ}_{\overline{\text{ن}+١}|\text{ع}\%} - ١$$

وبالتالى يمكن استخدام الجدول الثالث من الجداول الماليه فى حساب جملة الدفعه الفوريه ($\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) بعد تحويلها إلى دفعه عاديه .

مثال (٥)

أوجد الجملة لدفعات عادية متساوية ذات القيمة ١٠٠٠ جنيه اذا كانت تدفع في نهاية كل سنة ولمدة خمس سنوات بفائدة مركبة بمعدل ٥٪ .

الحـــل :

الدفعة سنوية ، والمعدل سنوي

$$\text{جملة الدفعه العاديه} = \frac{\text{د}\left[(١+\text{ع})^{\text{ن}}-١\right]}{\text{ع}} = \frac{١٠٠٠\left[(١+٠,٠٥)^{٥}-١\right]}{٠,٠٥}$$

$$= ١٠٠٠ \times ٥,٥٢٥٦٣١ = ٥٥٢٥,٦٣١ \text{ جنيه}$$

وباستخدام الجداول المالية :

جملة الدفعه العاديه = د × $\overrightarrow{جـ}$ ن| ع%

= ١٠٠٠ × $\overrightarrow{جـ}$ ٥| ٥%

= ١٠٠٠ × مستخرج الجدول الثالث

= ١٠٠٠ × ٥,٥٢٥٦٣١ = ٥٥٢٥,٦٣١ جنيه ٠

حيث بالبحث في الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ٥٪ وأمام المدة ٥ نجد أن $\overrightarrow{جـ}$ ٥| ٥% = ٥,٥٢٥٦٣١

مثال (٦)

أوجد جملة الدفعات الشهرية العادية الناتجة من ايداع مبلغ ٢٥٠ جنيه لمدة ٤ سنوات بمعدل إسمي ١٢٪ سنوياً والفائدة تُضاف ١٢ مرة في السنة ؟

الحـــل :

* د = ٢٥٠ جنيه   * الفتره الزمنيه = ١ شهر

* مدة الدفعات = ٤ سنوات = ٤٨ شهر

* ن = مدة الدفعات ÷ طول الفتره الزمنيه = ٤٨ ÷ ١ = ٤٨ فتره (دفعه)

معدل الفائده الشهري = ١٢٪ ÷ ١٢ = ١ ٪

$$\text{جملة الدفعه العاديه} = \frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$$

$$= \frac{٢٥٠\left[(١+٠,٠١)^{٤٨}-١\right]}{٠,٠١}$$

= ٢٥٠ × ٦١,٢٢٢٦١

= ١٥٣٠٥,٦٥٢ جنيه ٠

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ جملة الدفعه العاديه = د × $\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$ = ٢٥٠ × $\overrightarrow{ج}_{\overline{٤٨}|١\%}$

= ٢٥٠ × مستخرج الجدول الثالث

= ٢٥٠ × ٦١,٢٢٢٦١ = ١٥٣٠٥,٦٥٢ جنيه ٠

حيث بالبحث في الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ١٪ وأمام المدة ٤٨ نجد أن $\overrightarrow{ج}_{\overline{٤٨}|١\%}$ = ٦١,٢٢٢٦١

مثال (٧)

يودع شخص فى بنك الأسكندريه مبلغ ٥٠٠٠ جنيه وبصفة دوريه ومنتظمه كل نصف سنه ولمدة ١٠ سنوات ، على أساس معدل فائده إسمى ٦٪ سنوياً ، وتُضاف الفوائد مرتين فى السنه ، والمطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية المده إذا كانت الدفعه: -

(أ) عاديه (سداد) ٠ (ب) فوريه (استثمار) ٠

الحــل :

أولاً : <u>الدفعه العاديه</u> : -

- مبلغ الدفعه = د = ٥٠٠٠ جنيه • الفتره الزمنيه = ٦ شهور
- مدة الدفعات = ١٠ سنوات = ١٢٠ شهر
- ن = مدة الدفعات ÷ طول الفتره الزمنيه = ١٢٠ ÷ ٦ = ٢٠ فتره (دفعه)
- وحيث أن الفتره الزمنيه نصف سنه ، فإنه لابد من وجود معدل نصف سنوى ، حيث :

معدل الفائده النصف سنوى = ٦٪ ÷ ٢ = ٣ ٪

∴ جملة الدفعه العاديه = $\frac{\text{د}\left[(1+\text{ع})^{\text{ن}}-1\right]}{\text{ع}} = \frac{5000\left[(1+0.03)^{20}-1\right]}{0.03}$

= ٥٠٠٠ × ٢٦,٨٧٠٣٧ = ١٣٤٣٥١,٨٧٢ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ جملة الدفعه العاديه = د × جـ $\overline{\text{ن}|}$ ع% = ٥٠٠٠ × جـ $\overline{20|}$ ٣%

=٥٠٠٠ × مستخرج الجدول الثالث

= ٥٠٠٠ × ٢٦,٨٧٠٣٧ = ١٣٤٣٥١,٨٧٢ جنيه .

حيث بالبحث في الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ٣٪ وأمام المدة ٢٠ نجد أن جـ $\overline{20|}$ ٣% = ٢٦,٨٧٠٣٧

ثانياً : الدفعه الفورية :-

∵ جملة الدفعه الفوريه = $\frac{\text{د}(1+\text{ع})\left[(1+\text{ع})^{\text{ن}}-1\right]}{\text{ع}}$

= $\frac{5000(1+0.03)\left[(1+0.03)^{20}-1\right]}{0.03}$

= ٥٠٠٠ × ٢٧,٦٧٦٤٨٦ = ١٣٨٣٨٢,٤٢٩ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∵ جملة الدفعه الفوريه = د × جـ̈ $\overline{\text{ن}|}$ ع% = ٥٠٠٠ × جـ̈ $\overline{20|}$ ٣%

= ٥٠٠٠ (جـ $\overline{21|}$ ٣% −١)

= ٥٠٠٠ (٢٨,٦٧٦٤٨٦ − ١)

= ٥٠٠٠ × ٢٧,٦٧٦٤٨٦ = ١٣٨٣٨٢,٤٢٩ جنيه

حيث تم استخراج قيمة جـ $\overline{21|}$ ٣% مباشرةً من الجدول الثالث من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٣ ٪ وأمام الفتره ٢١ ، فنجدها = ٢٨,٦٧٦٤٨٦

مثال (٨)

ما هي جملة دفعة سنوية مبلغها ١٠٠٠ جنيه ومدتها ٨ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٨٪ اذا كانت الدفعة : (أ) عادية ، (ب) فورية .

الحـــل :

أولاً : الدفعه العاديه : -

• مبلغ الدفعه = د = ١٠٠٠ جنيه • الفتره الزمنيه = سنة

• مدة الدفعات = ٨ سنوات • ن = ٨ ÷ ١ = ٨ دفعات

• وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، والمعدل سنوى ، فإن

∴ جملة الدفعه العاديه = $\frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$

$= \frac{١٠٠٠\left[(١+٠,٠٨)^{٨}-١\right]}{٠,٠٨}$

= ١٠٠٠ × ١٠,٦٣٦٦٢٨ = ١٠٦٣٦,٦٢٨ جنيه .

وباستخدام الجداول المالية :

∴ جملة الدفعه العاديه = د × $\overrightarrow{ج}\ _{\overline{ن}|ع\%}$

=١٠٠٠ × $\overrightarrow{ج}\ _{\overline{٨}|٨\%}$

=١٠٠٠ × مستخرج الجدول الثالث

= ١٠٠٠ × ١٠,٦٣٦٦٢٨ = ١٠٦٣٦,٦٢٨ جنيه

حيث :

بالبحث في الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ٨٪ وأمام المدة ٨ نجد أن $\overrightarrow{ج}\ _{\overline{٨}|٨\%}$= ١٠,٦٣٦٦٢٨

ثانياً : الدفعه الفورية : -

∵ جملة الدفعه الفوريه = $\frac{د(١+ع)\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$

$= \frac{١٠٠٠(١+٠,٠٨)\left[(١+٠,٠٨)^{٨}-١\right]}{٠,٠٨}$

= ١٠٠٠ × ١١,٤٨٧٥٥٧٨ = ١١٤٨٧,٥٥٨ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∵ جملة الدفعه الفوريه = د × $\ddot{جـ}_{\overline{ن}|ع\%}$ = ١٠٠٠ × $\ddot{جـ}_{\overline{٨}|٨\%}$

$= ١٠٠٠ \left(جـ_{\overline{٩}|٨\%} - ١\right)$

= ١٠٠٠ (١٢,٤٨٧٥٥٧٨ − ١)

= ١٠٠٠ × ١١,٤٨٧٥٥٧٨ = ١١٤٨٧,٥٥٨ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $جـ_{\overline{٩}|٨\%}$ مباشرةً من الجدول الثالث من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٨ ٪ وأمام الفتره ٩ ، فنجدها = ١٢,٤٨٧٥٥٧٨

مثال (٩)

احسب جملة ما يستحق لشخص أودع مبلغ ٣٥٠٠ جنيه في بداية كل نصف سنة ولمدة ١٨ سنة بمعدل فائدة ٩٪ سنوياً ، والفائدة تضاف مرتين في السنة ؟.

الحـــل :

* مبلغ الدفعه = د = ٣٥٠٠ جنيه * الفتره الزمنيه = ٦ شهور
* مدة الدفعات = ١٨ سنة = ٢١٦ شهر * ن = ٢١٦ ÷ ٦ = ٣٦ دفعة

* وحيث أن الفتره الزمنيه نصف سنة نستخدم المعدل النصف سنوى ٤,٥٪ ويكون :

$$\therefore \text{جملة الدفعه الفوريه} = \frac{\text{د}(1+\text{ع})\left[(1+\text{ع})^{\text{ن}}-1\right]}{\text{ع}}$$

$$= \frac{٣٥٠٠(١+٠,٠٤٥)\left[(١+٠,٠٤٥)^{٣٦}-١\right]}{٠,٠٤٥}$$

= ٣٥٠٠ × ٩٠,٠٤١٣٤٤ = ٣١٥١٤٤,٧٠٥ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore \text{جملة الدفعه الفوريه} = \text{د} \times \ddot{\overrightarrow{\text{جـ}}}\,_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = ٣٥٠٠ \times \ddot{\overrightarrow{\text{جـ}}}\,_{\overline{٣٦}|٤,٥\%}$$

$$= ٣٥٠٠\left(\overrightarrow{\text{جـ}}\,_{\overline{٣٧}|٤,٥\%}-١\right)$$

= ٣٥٠٠ (٩١,٠٤١٣٤٤ − ١)

= ٣٥٠٠ × ٩٠,٠٤١٣٤٤ = ٣١٥١٤٤,٧٠٥ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $\overrightarrow{\text{جـ}}\,_{\overline{٣٧}|٤,٥\%}$ مباشرةً من الجدول الثالث من الجداول ، وذلك فى صفحة المعدل ٤,٥ ٪ وأمام الفتره ٣٧ ، فنجدها ٩١,٠٤١٣٤٤

مثال (١٠)

اشترى شخص قطعة أرض ودفع جزءاً من قيمتها مقدماً ثم تعهد بسداد الجزء الباقي على ١٥ دفعة سنوية قدر كل منها ٢٠٠٠ جنيه تدفع في أول كل سنة من السنوات الخمسة عشر التي تلي ٣ سنوات تأجيل من تاريخ الشراء فاذا كان معـــدل الفائدة المركبة ٨٪ سنوياً ، احسب جملة ما سدده المشتري كجزء باقي في نهاية ١٥ سنة التي تم فيها سداد الدفعات ؟٠

الحــل :

جملة الدفعات للباقي من ثمن قطعة الأرض = جملة الدفعة الفورية ، حيث

* مبلغ الدفعه = ٢٠٠٠ جنيه　　　　* الفتره الزمنيه = سنة

* مدة الدفعات = ١٥ سنة　　　　* ن = ١٥ ÷ ١ = ١٥ دفعة

* وحيث أن الفتره الزمنيه سنة نستخدم المعدل السنوى = ٨٪ ويكون :

$$\because \text{جملة الدفعه الفوريه} = \frac{د(١+ع)\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$$

$$= \frac{٢٠٠٠(١+٠,٠٨)\left[(١+٠,٠٨)^{١٥}-١\right]}{٠,٠٨}$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٢٩,٣٢٤٢٨٣$$

$$= ٥٨٦٤٨,٥٦٦ \text{ جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\because \text{جملة الدفعه الفوريه} = د \times \ddot{\overrightarrow{جـ}}_{\overline{ن|}ع\%}$$

$$= ٢٠٠٠ \times \ddot{\overrightarrow{جـ}}_{\overline{١٥|}٨\%}$$

$$= ٢٠٠٠ \left(\overrightarrow{جـ}_{\overline{١٦|}٨\%}-١\right)$$

$$= ٢٠٠٠ \left(٣٠,٣٢٤٢٨٣-١\right)$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٢٩,٣٢٤٢٨٣ = ٥٨٦٤٨,٥٦٦ \text{ جنيه}$$

حيث تم استخراج قيمة $\overrightarrow{جـ}_{\overline{١٦|}٨\%}$ مباشرةً من الجدول الثالث من الجداول الماليه وذلك فى صفحة المعدل ٨ ٪ وأمام الفتره ١٦ ، فكانت = ٣٠,٣٢٤٢٨٣

مثال (١١)

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ ٢٠٠٠ جنيه في أول كل سنة ولمدة ١٥ سنة فبلغ المستحق له في نهاية المدة ٣٥٢٧٨,٥٤٠ جنيه ، احسب معدل الفائدة المركبة المُستخدم .

الحـــل :

- مبلغ الدفعه = ٢٠٠٠ جنيه
- مدة الدفعات = ١٥ سنة
- الفتره الزمنيه = سنة
- ن = (١٥ ÷ ١) = ١٥ دفعة
- وحيث أن الفتره الزمنيه سنة ، فيكون المعدل المستخدم هو المعدل السنوي وهو مجهول ٠

∵ جملة الدفعه الفوريه = د × $\ddot{\rightarrow}_{\overline{ن}|ع\%}$

$$= ٢٠٠٠ \times \ddot{\rightarrow}_{\overline{١٥}|ع\%}$$

$$= ٢٠٠٠ \left(\rightarrow_{\overline{١٦}|ع\%} - ١ \right)$$

$$\therefore ٣٥٢٧٨,٥٤٠ = ٢٠٠٠ \left(\rightarrow_{\overline{١٦}|ع\%} - ١ \right)$$

$$\therefore \rightarrow_{\overline{١٦}|ع\%} - ١ = ١٧,٦٣٩٢٧$$

$$\therefore \rightarrow_{\overline{١٦}|ع\%} = ١٨,٦٣٩٢٧$$

وبالبحث في الجدول الثالث من جداول الفائدة المركبة أمام المدة ١٦ وفي صفحات المعدلات المختلفة عن الرقم ١٨,٦٣٩٢٧ نجده في صفحة المعدل ٢٪ ، وعلى ذلك فإن المعدل المستخدم هو (٢ ٪ سنوياً) ٠

مثال (١٢)

يودع إبراهيم سعيد فى بنك المهندس مبلغ ١٠٠٠ جنيه وبصفة دوريه ومنتظمه كل ٣ شهور ولمدة ٥ سنوات ، على أساس معدل فائده ٦٪ سنوياً ، وتُضاف الفوائد في نهاية كل ٣ شهور ، والمطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية المده إذا كانت الدفعه: -

(أ) عاديه (سداد) ٠

(ب) فوريه (استثمار) ٠

الحـــل :

أولاً : الدفعه العاديه : -

* مبلغ الدفعه = د = ١٠٠٠ جنيه • الفتره الزمنيه = ٣ شهور
* مدة الدفعات = ٥ سنوات = ٦٠ شهر
* ن = ٦٠ ÷ ٣ = ٢٠ فتره (دفعه)
* وحيث أن الفتره الزمنيه ربع سنه ، فإنه لابد من وجود معدل ربع سنوي ، حيث :

معدل الفائده الربع سنوي = ٦٪ ÷ ٤ = ١,٥ ٪

$$\therefore \text{جملة الدفعه العاديه} = \frac{\text{د}\left[(1+\text{ع})^{\text{ن}}-1\right]}{\text{ع}}$$

$$= \frac{1000\left[(1+0.015)^{20}-1\right]}{0.015}$$

= ١٠٠٠ × ٢٣,١٢٣٦٧

= ٢٣١٢٣,٦٧ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∵ جملة الدفعه العاديه = د × $\overrightarrow{ج}$ ن| ع% = ١٠٠٠ × $\overrightarrow{ج}$ ٢٠| ١,٥%

= ١٠٠٠ × مستخرج الجدول الثالث

= ١٠٠٠ × ٢٣,١٢٣٦٧ = ٢٣١٢٣,٦٧ جنيه .

حيث بالبحث في الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ١,٥٪ وأمام المدة ٢٠ نجد أن $\overrightarrow{ج}$ ٢٠| ١,٥% = ٢٣,١٢٣٦٧

ثانياً : الدفعه الفورية :-

∵ جملة الدفعه الفوريه = $\frac{د(١+ع)\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$

= $\frac{١٠٠٠(١+٠,٠١٥)\left[(١+٠,٠١٥)^{٢٠}-١\right]}{٠,٠١٥}$

= ١٠٠٠ × ٢٣,٤٧٠٥٢٢ = ٢٣٤٧٠,٥٢٢ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∵ جملة الدفعه الفوريه = د × $\ddot{\overrightarrow{ج}}$ ن| ع% = ١٠٠٠ × $\ddot{\overrightarrow{ج}}$ ٢٠| ١,٥%

= ١٠٠٠ ($\overrightarrow{ج}$ ٢١| ١,٥% − ١)

= ١٠٠٠ (٢٤,٤٧٠٥٢٢ − ١)

= ١٠٠٠ × ٢٣,٤٧٠٥٢٢

= ٢٣٤٧٠,٥٢٢ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $\overrightarrow{ج}$ ٢١| ١,٥% مباشرةً من الجدول الثالث من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ١,٥ ٪ وأمام الفتره ٢١ ، فنجدها = ٢٤,٤٧٠٥٢٢

مثال (١٣)

أوجد جملة ما يستحق لشخص قام بإيداع مبلغ ١٠٠٠ جنيه في نهاية كل سنة لمدة ١٠ سنوات ثم أودع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه في نهاية كل سنة لمدة ١٠ سنوات أخرى اذا حسبت الفائدة المركبة بمعدل ٨٪ .

الحـــل :

جملة المستحق لهذا الشخص يتمثل في المجموع الجبري لجملة الدفعتين :

** الدفعة الأولى:

* د = ١٠٠٠ جنيه — * الفتره الزمنيه = سنة

* مدة الدفعات = ١٠ سنوات — * ن = (١٠ ÷ ١) = ١٠ دفعات

* وحيث أن الفتره الزمنيه سنة ، والمعدل سنوي ،فيكون:

$$\therefore \text{جملة الدفعه} = \frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع} = \frac{١٠٠٠\left[(١+٠,٠٨)^{١٠}-١\right]}{٠,٠٨}$$

= ١٠٠٠ × ١٤,٤٨٦٥٦٢٤٧ = ١٤٤٨٦,٥٦٣ جنيه

∴ جملة الدفعة الأولى في نهاية المدة = ١٤٤٨٦,٥٦٣ $(١,٠٨)^{١٠}$

=٣١٢٧٥,٤٠٢ جنيه

** الدفعة الثانية :

* د = ٢٠٠٠جنيه — * ن = (١٠ ÷ ١) = ١٠ دفعات

* وحيث أن الفتره الزمنيه سنة ، والمعدل سنوي ، فيكون:

$$\therefore \text{جملة الدفعه} = \frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع} = \frac{٢٠٠٠\left[(١+٠,٠٨)^{١٠}-١\right]}{٠,٠٨}$$

= ٢٠٠٠ × ١٤,٤٨٦٥٦٢٤٧ = ٢٨٩٧٣,١٢٥ جنيه .

∴ جملة الدفعة الثانية في نهاية المدة =٢٨٩٧٣,١٢٥ جنيه

∴ جملة المستحق للمودع في نهاية المدة =

= ٣١٢٧٥,٤٠٢ + ٢٨٩٧٣,١٢٥ = ٦٠٢٤٨,٥٢٧ جنيه

مثال (١٤)

أوجد جملة ما يستحق لمدخر أودع ١٠٠٠ جنيه في نهاية كل ربع سنة ولمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة ٩٪ سنوياً والفائدة تضاف كل ربع سنة ثم أودع ٢٠٠٠ جنيه في نهاية كل نصف سنة ولمدة ٥ سنوات أخرى عندما تغير معدل الفائدة بالبنك فأصبح ١٢٪ سنويا والفائدة تضاف كل ٦ شهور؟ .

الحـــل :

يتمثل المستحق لهذا المدخر في نهاية المدة في نهاية الثمان سنوات في المجموع الجبري لجملة الدفعتين :

** **الدفعة الأولى:**

* د = ١٠٠٠ جنيه   * الفتره الزمنيه = ربع سنة = ٣شهور

* مدة الدفعات = ٣ سنوات = ٣٦ شهر   * ن = (٣٦ ÷ ٣) = ١٢ دفعة

* وحيث أن الفتره الزمنيه ربع سنة ، يُستخدم المعدل الربع سنوي = ٢,٢٥ ٪

∴ جملة الدفعه العاديه = د × $\overrightarrow{جـ}_{\overline{ن}|ع\%}$ = $\frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$

∴ جملة الدفعه = $\frac{١٠٠٠\left[(١+٠,٠٢٢٥)^{١٢}-١\right]}{٠,٠٢٢٥}$

= ١٠٠٠ × ١٣,٦٠٢٢٢١٧٧ = ١٣٦٠٢,٢٢٢ جنيه .

∴ جملة الدفعة الأولى في نهاية المدة = ١٣٦٠٢,٢٢٢ $(١,١٢)^{٥}$

=<u>٢٣٩٧١,٧٦٣ جنيه</u>

** **الدفعة الثانية:**

* د = ٢٠٠٠جنيه   * الفتره الزمنيه = نصف سنة = ٦شهور

* مدة الدفعات = ٥ سنوات = ٦٠ شهر   * ن = (٦٠ ÷ ٦) = ١٠ دفعات

* وحيث أن الفتره الزمنيه نصف سنة ، نستخدم المعدل النصف سنوي = ٦ ٪

∴ جملة الدفعه العاديه = د × جـ $\overline{ن|}$ ع% = $\frac{د[(١+ع)^{ن}-١]}{ع}$

∴ جملة الدفعه الثانية = $\frac{٢٠٠٠[(١+٠,٠٦)^{١٠}-١]}{٠,٠٦}$

= ٢٠٠٠ × ١٣,١٨٠٧٩٥ = ٢٦٣٦١,٥٩ جنيه

∴ جملة الدفعة الثانية في نهاية المدة = ٢٦٣٦١,٥٩ جنيه

∴ جملة المستحق للمودع في نهاية المدة =

= ٢٣٩٧١,٧٦٣ + ٢٦٣٦١,٥٩ = **٥٠٣٣٣,٣٥٣** جنيه

مثال (١٥)

أوجد جملة ما يستحق لمستثمر أودع مبلغ ٣٠٠ جنيه في أول كل ثلث سنة لمدة ٥ سنوات ثم أودع ٥٠٠ جنيه في أول كل ثلث سنة من السنوات الخمس التالية ، فاذا علم أن معدل الفائدة المركبة كان ١٢٪ سنوياً طوال مدة الايداع ، فأوجد جملة ما يستحق في نهاية ١٠ سنوات .

الحـــل :

يتمثل المستحق لهذا المستثمر في في نهاية العشر سنوات في جملة الدفعتين :

** الدفعة الأولى:

* مبلغ الدفعه = ٣٠٠ جنيه * الفتره الزمنيه = ثلث سنة = ٤شهور

* مدة الدفعات = ٥ سنوات = ٦٠ شهر * ن = (٦٠ ÷ ٤) = ١٥ دفعة

* وحيث أن الفتره الزمنيه ثلث سنة ، فيكون المعدل المستخدم هو المعدل الثلث سنوي = ٤ ٪

∵ جملة الدفعه الفوريه = د × $\ddot{جـ}_{\overline{ن}|ع\%}$ = $\frac{د(١+ع)\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع}$

∴ جملة الدفعه الأولى = $\frac{٣٠٠(١+٠,٠٤)\left[(١+٠,٠٤)^{١٥}-١\right]}{٠,٠٤}$

= ٣٠٠ × ٢٠,٨٢٤٥٣١ = ٦٢٤٧,٣٥٩ جنيه .

∴جملة الدفعة الأولى في نهاية المدة = ٦٢٤٧,٣٥٩ $(١,١٢)^{٥}$

=<u>١١٠٠٩,٩٨٢ جنيه</u>

** <u>الدفعة الثانية</u>: (تُستخدم نفس البيانات السابقة ، إلا أن : د = ٥٠٠ج)

∴ جملة الدفعه الثانية = $\frac{٥٠٠(١+٠,٠٤)\left[(١+٠,٠٤)^{١٥}-١\right]}{٠,٠٤}$

= ٥٠٠ × ٢٠,٨٢٤٥٣١ = <u>١٠٤١٢,٢٦٦ جنيه</u> .

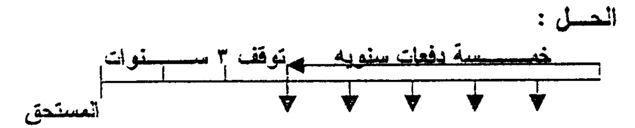
∴ جملة المستحق للمستثمر في نهاية المدة =

= ١١٠٠٩,٩٨٢ + ١٠٤١٢,٢٦٦ = ٢١٤٢٢,٢٤٨ جنيه

مثال (١٦)

يودع شخص فى بنك مصر مبلغ ١٠٠٠ جنيه وبصفة دوريه ومنتظمه فى نهاية كل سنه ولمدة ٥ سنوات ، على أساس معدل فائده إسمى ٦٪ سنوياً ، وتُضاف الفوائد مرة واحده فى السنه ، فإذا لم يسحب الشخص رصيده فى نهاية المدة بل تركه ليُستثمر لمدة ٣ سنوات أخرى ،بمعدل فائده إسمى ٧٪ سنوياً والمطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية الثمانية سنوات ؟.

الحـل :



** نوجد جملة الدفعات العاديه التى مبلغها ١٠٠٠ جنيه ، وذلك فى نهاية ٥ سنوات على أساس :

* د = ١٠٠٠ جنيه　　　　* الفتره الزمنيه = سنه

* مدة الدفعات = ٥ سنوات　* ن = ٥ ÷ ١ = ٥ فترات (دفعات)

وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، والمعدل سنوى = ٦٪

$$\therefore \text{جملة الدفعه} = \frac{د\left[(١+ع)^{ن}-١\right]}{ع} = \frac{١٠٠٠\left[(١+٠,٠٦)^{٥}-١\right]}{٠,٠٦}$$

أو

جملة الدفعه = د × جـ ن⏋ع% = ١٠٠٠ × جـ ٥⏋٦%

= ١٠٠٠ × ٥,٦٣٧٠٩٣ = ٥٦٣٧,٠٩٣ جنيه .

حيث :

من الجدول الثالث (الفائدة المركبة) في صفحة المعدل ٦٪ وأمام المدة ٥ نجد أن جـ ٥⏋٦% = ٥,٦٣٧٠٩٣

وهذه الجمله كمبلغ يُستثمر لمدة ٣ سنوات . بمعدل فائده إسمى ٧٪ سنوياً ، وعلى ذلك فإن جملة هذا المبلغ بعد ٣ سنوات يمثل رصيد الشخص فى نهاية المده كلها :

∴ الرصيد فى نهاية ال ٨ سنوات = ٥٦٣٧,٠٩٣ $(١,٠٧)^{٣}$

= ٥٦٣٧,٠٩٣ × ١,٢٢٥٠٤٣

= **٦٩٠٥,٦٨١ جنيه** .

مثال (١٧)

يريد شخص أن يتكون له مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه بعد ٥ سنوات لشراء سيارة فإذا كان معدل الفائدة ٦٪ سنوياً والفائدة تضاف في نهاية كل شهر ، المطلوب تحديد المبلغ الذي يجب إستثماره في آخر كل شهر لتحقيق ذلك ؟.

الحـــل :

* د = ؟؟؟ * الفتره الزمنيه = شهر * مدة الدفعات = سنة = ١٢ شهر
* ن = ١٢ ÷ ١ = ١٢ دفعه

معدل الفائده الشهري = ٦٪ ÷ ١٢ = ٠,٥ ٪ = ٠,٠٠٥

ونعتبر المبلغ المراد تكوينه يمثل جملة الدفعات ، وعلى ذلك :

∵ جملة الدفعه العادية = $\frac{\text{د}\left[(1+\text{ع})^{\text{ن}}-1\right]}{\text{ع}}$

∴ $50000 = \frac{\text{د}\left[(1+0.005)^{12}-1\right]}{0.005}$

∴ ٥٠٠٠٠ = ٦٩,٧٧٠٠٣١ د

∴ المبلغ المستثمر شهرياً = د = $\frac{50000}{69.770031}$ = ٧١٦,٦٤ جنيه

<u>أو باستخدام الجداول</u>

$50000 = \text{د} \times \overrightarrow{\text{ج}}\ \overline{12|}\, 0.5\%$

∴ ٥٠٠٠٠ = ٦٩,٧٧٠٠٣١ د

حيث من واقع الجدول الثالث $\overrightarrow{\text{ج}}\ \overline{12|}\, 0.5\% = 69.770031$

∴ المبلغ المستثمر شهرياً = د = ٧١٦,٦٤ جنيه

خلاصة الفصل الثاني

(١) جملة عدة مبالغ بالفائده المركبه =

= جملة المبلغ الأول + جملة المبلغ الثانى + جملة المبلغ الثالث + . .

(٢) جملة الدفعه العادية التي مبلغها الدوري (د) بمعدل فائده مركبه (ع ٪) هي :

$$= \frac{\text{د}\left[(١+\text{ع})^{\text{ن}} - ١\right]}{\text{ع}}$$ [باستخدام الآلة الحاسبة]

أو بطريقة أخرى :

$$= \text{د} \times \overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$ [باستخدام الجداول]

حيــث يمكن إستخراج قيمة الداله ($\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) من الجدول الثالث من الجداول المالية .

(٣) جملة الدفعه الفورية التي مبلغها الدوري (د) بمعدل فائده مركبه (ع ٪) هي :

$$= \frac{\text{د}(١+\text{ع})\left[(١+\text{ع})^{\text{ن}} - ١\right]}{\text{ع}}$$ [باستخدام الآلة الحاسبة]

أو بطريقة أخرى :

$$= \text{د} \times \ddot{\overrightarrow{\text{جـ}}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$ [باستخدام الجداول]

حيث يُستخدم الجدول الثالث فى حساب قيمة ($\ddot{\overrightarrow{\text{جـ}}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) من خلال العلاقه التى تربط بينها وبين الداله ($\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) ، حيث :

$$\ddot{\overrightarrow{\text{جـ}}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}+١}|\text{ع}\%} - ١$$

تمارين على الفصل الثاني

(١) يودع شخص فى مصرف تجاري مبلغ ٢٥٠٠ جنيه وبصفة دوريه ومنتظمه فى نهاية كل سنه ولمدة ١٠ سنوات ، على أساس معدل فائده إسمى ٦٪ سنوياً ، وتُضاف الفوائد مرة واحده فى السنه ، والمطلوب حساب جملة المستحق للشخص المودع فى نهاية المدة ؟٠

(٢) في التمرين السابق إحسب جملة المستحق للمودع في نهاية المدة إذا كان الإيداع في بداية كل سنة ؟٠

(٣) دين قيمته الإسمية ١٣٦٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ٦ سنوات من الآن فإذا رغب المدين سداد هذا الدين بموجب ١٠ دفعات سنوية يُدفع كل منها فى نهاية كل سنه ، على أساس معدل فائده إسمى ٥٪ سنوياً ، وتُضاف الفوائد مرة واحده فى السنه ، والمطلوب حساب قيمة الدفعة ؟٠

(٤) تاجر مدين بالديون التاليه :

٢٠٠٠ جنيه فى بنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل ٧٪ كل نصف سنة

١٠٠٠ جنيه فى بنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل ٤٪ كل ربع سنة

٢٥٠٠ جنيه فى بنك يحسب الفوائد المركبة بمعدل ٢٪ كل شهرين

وبعد مرور ٥ سنوات أراد المدين سداد المستحق عليه قبل هذه البنوك الثلاث مرةً واحدة ، والمطلوب حساب جملة المستحق على هذا التاجر ؟

(٥) تاجر مدين بالديون التاليه :

٢٠٠٠ جنيه فى بنك مصر تستحق بعد سنتين من الآن ٠

٣٠٠٠ جنيه فى بنك الأسكندرية تستحق بعد ٥ سنوات من الآن ٠

والمطلوب حساب جملة المستحق على هذا التاجر بعد ١٠ سنوات من الآن على أساس معدل فائدة ($ع_{١٢}$ = ٨٪) ؟ ٠

(٦) أوجد جملة أقساط عادية ربع سنوية تُدفع بعد سنة من الآن وتستمر لمدة ٥ سنوات علماً بأن مبلغ الدفعة هو ٥٠٠ جنيه ومعدل الفائدة الشهري الحقيقي هو ١٪

(٧) أوجد جملة أقساط فورية شهرية تستمر لمدة ٣ سنوات علماً بأن مبلغ الدفعة هو ٨٠٠ جنيه ومعدل الفائدة هو ($ع_{١٢}$ = ٦٪) ؟.

(٨) أوجد معدل الفائدة الشهري الذي يؤول بموجبه مبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه إلى ٦٠٠٠٠ جنيه بعد ٤ سنوات ؟.

(٩) اتفق مواطن مع أحد المصارف على أن يودع في المصرف دفعة عادية سنوية مقدارها ٢٠٠٠ دولار آخر كل سنة ابتداء من سنة ١٩٨٤ ليمكنه شراء قطعة أرض في آخر سنة ١٩٩٤ وكان ثمن قطعة الأرض ٢٨٠٠٠ دولار حينئذ فاذا علمت أن العميل قام بايداع الثمانية دفعات الأولى في مواعيدها وتوقف عن سداد باقي الدفعات المتفق عليها مكتفياً بالحصول على رصيده في آخر عام ١٩٩٤ فاذا كان معدل الفائدة المركبة ٥٪ سنوياً فالمطلوب ايجاد الفرق الذي يتعين على العميل سداده ليتمكن من شراء قطعة الأرض .

(١٠) إتفق أحد الأفراد مع إحدى شركات التأمين على أن يودع لديها مبلغ ٥٠٠٠ جنيه أول كل سنة ابتداء من الآن ولحين بلوغه سن الخمسين وعلى أن يصرف له مبلغ التأمين عند بلوغه سن الخامسة والستين فاذا فرض أن المؤمن عليه يبلغ من العمر الآن ٤٠ سنه وان معدل الفائدة المركبة ٩٪ سنويا، فالمطلوب ايجاد المبلغ المستحق له طرف شركة التأمين حسب الاتفاق اذا بلغ سن الخامسة والستين .

(١١) أوجد قيمة ما يلي على أساس معدل فائدة اسمى سنوي ١٢٪ يدفع مرتين في السنة :

١- جملة دفعة عادية نصف سنوية مبلغها النصف سنوي ١٠٠٠ جنيه ومدتها ١٠ سنوات .

٢- جملة دفعة عادية نصف سنوية مبلغها النصف السنوي ١٠٠٠ جنيه ومدتها ١٠ سنوات ومؤجلة ٢٠ سنة .

(١٢) إتفق أحد الأفراد مع احدى شركات الادخار على أن يدفع لها مبلغ ١٠٠٠ جنيه سنوياً في نهاية كل سنة لمدة ١٠ سنوات على أن تدفع له الشركة جملة مدخراته في نهاية ١٥ سنة من الآن بمعدل ٥٪ سنوياً ، والمطلوب حساب مقدار ما تدفعه الشركة .

(١٣) ما مقدار ما تدفعه الشركة في التمرين السابق اذا كانت المبالغ تسدد في بدء كل سنة ؟

(١٤) أوجد جملة دفعة مقدارها السنوي ١٠٠٠ جنيه تدفع في آخر كل سنة لمدة ٢٠ سنة على أساس معدل فائدة ٩٪ سنوياً .

(١٥) ما مقدار جملة دفعة عادية مقدارها النصف سنوي ٦٠٠ جنيه ومدتها ٢٠ سنة على أساس معدل فائدة اسمي ٨٪ يدفع مرتين في السنة ؟

(١٦) احسب جملة دفعة فورية مقدارها السنوي ٣٠٠٠ جنيه ومدتها ١٥ سنة اذا كان معدل الفائدة السنوي ٨٪ .

(١٧) انشأت احدى الشركات صندوق ادخار لموظفيها شروطه كالآتي :

١- يودع لكل موظف في الصندوق مبلغ ٥٠٠ جنيه فى آخر كل سنة من سنوات خدمته

٢- تستثمر المبالغ المودعة بفائدة مركبة بمعدل ٩٪ ،

٣- عند خروج الموظف من الخدمة يعطى له المبالغ المدخرة مع فوائدها

والمطلوب حساب المبلغ الذي تسلمه موظف قضى في الخدمة ٢٠ سنة كاملة . و ما مقدار المبلغ المستحق اذا كان الايداع في أول كل سنة من سنوات الخدمة ؟

(١٨) ما مقـدار المستحق للموظف في الحالة الأخيرة من المثال السابق اذا كانت الدفعة تسدد كل نصف سنة واذا كان معدل الفائدة هو معدل اسمي سنوي ٩٪ يدفع مرتين في السنة ؟

الفصـــــل الثالث

القيم الحالية والخصم بالفائدة المركبة

مقدمة :

إذا كانت جملة المبلغ المستثمر أو القرض تأخذ في التزايد مع الزمن فإن القيمة الحالية للمبلغ الذي لم يحل موعد استحقاقه بعد يأخذ في التناقص مع الزمن ، فإذا حصل أحد الأشخاص على مبلغ من النقود كقرض ذو أجل محدود للسداد فإن هذا المبلغ يعرف بالمبلغ الأصلي وبعد إنقضاء أجل الدين فإن ما يستحق عليه في تاريخ السداد يعرف إما بالجملة أو القيمة الاسمية للدين وهذه القيمة هي بلا شك أكبر من قيمة المبلغ الأصلي ٠

وقد يتمكن المدين اليوم من تدبير المبلغ اللازم لسداد ما يستحق عليه في تاريخ مقبل . في هذه الحالة فإن المبلغ الذي يجب الوفاء به يقل عن الجملة أو القيمة الاسمية ، ويعرف بالقيمة الحالية . وهذه القيمة تتحدد بمعلومية الجملة أو القيمة الاسمية والمدة الباقية من اليوم الى تاريخ الإستحقاق وطول الفترة التي تعلى عنها الفائدة المركبة ومعدل الفائدة ، وينبغي الأشارة الى أنه لا يشترط سريان شروط عقد الدين على السداد المبكر من حيث طول فترة الفائدة أو معدلها ..

وعلى ذلك ، وباستخدام الرموز والدوال السابق دراستها يتضح أنه إذا وُجد دين أو مبلغ يستحق السداد فى نهاية المده [ن] فإن القيمه الإسميه لهذا الدين يُرمز له بالرمز [جـ] ، وإذا أردنا حساب قيمة هذا الدين فى تاريخ سابق لموعد الإستحقاق فإن هذه القيمه تمثل القيمه الحاليه ويمكن أن نرمز لها بالرمز [أ]

وكما سبق دراسته فى الفائده البسيطه ، يُوجد نوعان من الخصم ، وهما الخصم التجارى والخصم الصحيح ، وفى الفائده المركبه يُستخدم

النوعين من الخصم إلا أن الخصم الشائع استخدامه هو الخصم الصحيح ، لأنه عند استخدام الخصم التجاري قد نجد أن مقدار الخصم التجاري يفوق القيمه الإسميه للدين .

** <u>مثال توضيحي</u> :

دين قيمته الإسميه ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات من الآن والمطلوب على أساس معدل خصم ٨٪ سنوياً ، أوجد الخصم التجاري ؟

الحل :

جـ = القيمه الإسميه = ١٠٠٠٠   ع = ٨ ٪ (سنوي)

ن = ١٠ سنوات .

$\therefore$ غ$_{ت}$ = جـ [(١ + ع)^{ن} – ١]

$\therefore$ غ$_{ت}$ = ١٠٠٠٠ [(١ + ٠,٠٨)^{١٠} – ١] = ١١٥٨٩,٢٥ جنيه .

ومن هنا نجد فى المثال السابق أن الخصم التجارى يفوق القيمه الإسميه للدين ، ولذلك فإن الخصم الصحيح هو الأكثر تطبيقاً عند خصم الديون (أو التعامل مع الإستثمارات) طويلة الأجل .

وتوجد عدة طرق لحساب القيمة الحالية منها ما يلي :

وطبقاً لنوعية الأصل موضع التعامل ، فإن القيمه الحاليه إما أن تكون لمبلغ واحد ، وإما أن تكون لعدة مبالغ مختلفه فى المقدار وفى مدد الإستثمار أو تكون لعدة مبالغ متساويه فى المقدار وتدفع على فترات دوريه منتظمه وهى مايطلق عليها اسم (الدفعات) ، ونتناول فيما يلى كيفية حســاب القيمه الحاليه للإستثمارات (سواء كانت مبلغ واحد أو عدة مبالغ أو دفعات) بفائده مركبه .

القيمه الحاليه لمبلغ واحد :

من القانون الأساسي للفائده المركبه يمكن التعبير عن المتغيرات الخاصه به فى ظل وجود دين أو مبلغ يستحق السداد بعد مرور [ن] من الفترات الزمنيه ، وذلك على النحو التالى :

١- جـ : وتمثل القيمه الإسميه لدين يستحق بعد [ن] من وحدات الزمن .

٢ - ن : وتمثل مدة الخصم .

وكما سبق يجب وجود توافق بين وحدات زمن المده [ن] من ناحيه ووحدة زمن معدل الفائده المركبه من ناحية أخرى ، فإذا كان المعدل سنوى فإن [ن] يجب أن تكون بالسنوات ، وإذا كان المعدل نصف سنوي يجب أن تكون [ن] بالأنصاف سنوات ، وهكذا .

٣ - ع : ويمثل معدل الفائده المركبه .

٤- أ : القيمه الحاليه لدين يستحق بعد [ن] من وحدات الزمن .

ومن خلال القانون الأساسي للفائده المركبه يمكن حساب القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه [جـ] يستحق بعد [ن] من الوحدات الزمنيه ، وعلى أساس معدل خصم [ع] ، حيث :

القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه [جـ] =

$$أ = جـ (١ + ع)^{-ن}$$

وهنا نجد أن القيمه الحاليه لوحدة النقود التى تستحق بعد [ن] من الوحدات الزمنيه هي :

$$ح^{ن}_{ع٪} = (١ + ع)^{-ن}$$

ويمكن إيجاد قيمة (١ + ع)$^{-ن}$ باستخدام الآله الحاسبه أو بالجداول الماليه ، وتُعتبر الآله الحاسبه الأفضل فى الإستخدام • ومن ناحية أخرى يمكن استخراج قيمة ح ^{ن} من الجداول الماليه وذلك باستخدام الجدول الثانى مقابل (ن) من وحدات الزمن وفى صفحة معدل الفائده المركبه المحدد

والأمثلة التالية توضح الجوانب التطبيقية لكيفية حساب القيمة الحالية لمبلغ واحد وكذلك مجموعة المتغيرات الأخرى المكونة لها•

مثال (١)

محمد الهادي مدين بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات من الآن والمطلوب على أساس الفائده المركبه بمعدل ٨٪ سنوياً ، أوجد القيمه الحاليه للدين ؟

الحل :

جـ =القيمه الإسميه =١٢٠٠٠ ع = ٨ ٪ (سنوي)

ن = ١٠ سنوات •

∵ القيمة الحالية = أ = جـ (١ + ع)$^{-ن}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)$^{-١٠}$

= ١٢٠٠٠ × ٠,٤٦٣١٩٣٥ = ٥٥٥٨,٣٢ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∵ القيمة الحالية = أ = جـ × ح$^{ن}_{ع٪}$ = ١٢٠٠٠ × ح$^{١٠}_{٨٪}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٢٠٠٠ × ٠,٤٦٣١٩٣٥ = ٥٥٥٨,٣٢ ج

حيث أنه باستخدام الجدول الثاني من الجداول المالية نجد أن ح$^{١٠}_{٨٪}$ = ٠,٤٦٣١٩٣٥

مثال (٢)

أوجد القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه ١٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٥,٥ سنة من الآن وذلك على أساس الفائده المركبه بمعدل سنوي إسمى ٨٪ علما بأن الفوائد يتم تعليتها على الأصل فى نهاية كل ٣ شهور ؟

الحل :

* جـ = القيمه الإسميه = ١٥٠٠٠

* ع = ٨ ٪ (سنوي)

وحيث أن الفوائد تضاف كل ربع سنه يُستخدم المعدل الربع سنوى ، حيث :

$$\text{المعدل الربع سنوى} = \frac{٨٪}{٤} = ٢٪$$

* ن = ٥,٥ سنه = ٥,٥ × ٤ = ٢٢ فتره ربع سنويه .

∴ القيمة الحالية = أ = جـ (١ + ع)$^{-ن}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٥٠٠٠ (١ + ٠,٠٢)$^{-٢٢}$

= ١٥٠٠٠ × ٠,٦٤٦٨٣٩ = ٩٧٠٢,٥٩ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية = أ = جـ × $ح^{ن}_{ع٪}$ = ١٥٠٠٠ × $ح^{٢٢}_{٢٪}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٥٠٠٠ × ٠,٦٤٦٨٣٩

= ٩٧٠٢,٥٩ جنيه

حيث أنه باستخدام الجدول الثاني من الجداول المالية نجد أن $ح^{٢٢}_{٢٪}$ = ٠,٦٤٦٨٣٩ وذلك في صفحة المعدل ٢٪ وأمام المدة (ن = ٢٢) ، وهذا الجدول خاص بالقيمة الحالية لوحدة النقود .

مثال (٣)

حُسبت القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه ٢٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٦ سنوات من الآن فوُجدت أنها تبلغ ١٣٢٦٣,٦٦ جنيه ، وذلك على أساس الفائده المركبه وأن الفوائد يتم تعليتها على الأصل فى نهاية كل ٣ شهور ، فالمطلوب حساب المعدل المستخدم فى عملية الخصم ؟

الحل :

* جـ =القيمه الإسميه = ٢٠٠٠٠

* حيث أن الفوائد تضاف كل ربع سنه يلزم تحويل المدة إلى وحدات زمنيه ربع سنويه ويكون المعدل الناتج معدل ربع سنوى ، حيث :

* ن = ٦سنوات = ٢٤ فتره ربع سنويه .

$$\therefore ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{١}{ن}} - ١$$

$$\therefore \text{المعدل الربع سنوي} = \left(\frac{٢٠٠٠٠}{١٣٢٦٣,٦٦}\right)^{\frac{١}{٢٤}} - ١$$

= ٠,٠١٧٢٦ = ١,٧٢٦ ٪

∴ المعدل الإسمى السنوى = ١,٧٢٦ ٪ × ٤ = ٦,٩ ٪ تقريباً

مثال (٤)

حُسبت القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه ٢٠٠٠٠ جنيه فوُجدت أنها تبلغ ١١٦٧٤,٩٦ جنيه ، وذلك على أساس الفائده المركبه بمعدل ٤ ٪ سنوياً وأن الفوائد يتم تعليتها على الأصل فى نهاية كل ثلاثة شهور ، فالمطلوب حساب مدة الخصم ؟

الحل :

- جـ =القيمه الإسميه = ٢٠٠٠٠
- أ = ١١٦٧٤,٩٦
- المعدل الربع سنوى = $\frac{٤\%}{٤}$ = ١ ٪

وباستخدام المعدل الربع سنوي في القواعد الرياضية ستتكون المده الناتجه بالأرباع سنوات ثم نحولها إلى سنوات ، وذلك على النحو التالي :

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$$

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٢٠٠٠٠}{١١٦٧٤,٩٦}\right)}{لو(١+٠,٠١)}$$

$$= \frac{لو(١,٧١٣٠٦٨)}{لو(١,٠١)}$$

$$= \frac{٠,٢٣٣٧٧٤٥٩٤}{٠,٠٠٤٣٢١٣٧٤} = ٥٤ \text{ (ربع سنه)}$$

$$= \frac{٥٤}{٤} = ١٣,٥ \text{ سنه .}$$

مثال (٥)

إذا أرادت شركة للغزل والنسيج التعجيل بسداد دين مستحق عليها للبنك السعودي الأمريكي قبل موعده بأربعة سنوات ، وإذا علمت أن البنك يقبل استرداد هذا الدين بمعدل ٩٪ على أن يتم تغطية الفوائد ثلاث مرات في السنة وأن القيمة الاسمية للدين ١٤١٢٦٨,٥٥ ، فأوجد القيمة الحالية للدين .

الحـــل :

* جـ =القيمه الإسميه = ١٤١٢٦٨,٥٥

* ع = ٩ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف كل ثلث سنه يلزم إيجاد المعدل الإسمى الثلث سنوى ، حيث :

المعدل الثلث سنوى = $\frac{٩٪}{٣}$ = ٣ ٪

* ن = ٤ سنوات = ٤ × ٣ = ١٢ فتره ثلث سنويه ٠

∵ القيمة الحالية = أ = جـ $(١ + ع)^{-ن}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٤١٢٦٨,٥٥ $(١ + ٠,٠٣)^{-١٢}$

= ١٤١٢٦٨,٥٥ × ٠,٧٠١٣٧٩٩ = ٩٩٠٨٢,٩١٩ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∵ القيمة الحالية = أ = جـ × $ح^{ن}_{ع٪}$ = ١٤١٢٦٨,٥٥ × $ح^{١٢}_{٣٪}$

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٤١٢٦٨,٥٥ × ٠,٧٠١٣٧٩٩

= ٩٩٠٨٢,٩١٩ جنيه

حيث أنه باستخدام الجدول الثاني من الجداول المالية نجد أن $ح^{١٢}_{٣٪}$ = ٠,٧٠١٣٧٩٩ وذلك في صفحة المعدل ٣٪ وأمام المدة (ن = ١٢) ٠

القيمه الحاليه لعدة مبالغ مختلفة القيم :

باستخدام الرموز والقواعد السابق دراستها والخاصه بحساب القيمه الحاليه لمبلغ واحد بالفائده المركبه ، نجد أن :

القيمه الحاليه لعدة مبالغ بالفائده المركبه =

= القيمه الحاليه للمبلغ الأول + القيمه الحاليه للمبلغ الثانى + القيمه الحاليه للمبلغ الثالث + ٠٠٠٠

مثال (٦)

إقترض تاجر الديون التاليه من أحد المصارف التجاريه :

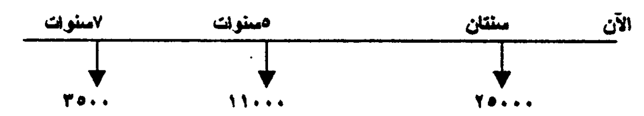
٢٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد سنتين من الآن ٠

١١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات من الآن ٠

٣٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ سنوات من الآن ٠

والمطلوب حساب القيمه الحاليه لهذه الديون الآن على أساس معدل خصم مركب ٦٪ سنويا ، والفوائد تُعلى مره واحده على الأصل فى السنه ؟

الحل :



مدد الخصم تظل كما هى لأنها محسوبه من الآن ، وهو تاريخ الحساب :

∴ القيمه الحاليه للديون =

= ٢٥٠٠٠(١,٠٦)

$= 25000(1.06)^{-2} + 11000(1.06)^{-5} + 3500(1.06)^{-7}$

$= (0.88999644 \times 25000) + (0.74725817 \times 11000)$

$+ (0.6650571 \times 3500)$

= **٣٢٧٩٧,٤٥١** جنيه ٠

مثال (٧)

تاجر مدين لآخر بالديون الآتية :

٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات ،

٣٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات ،

٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٦ سنوات .

فما هي القيمة الحالية للديون إذا أراد المدين سداد هذه الديون فوراً علماً بأن معدل الخصم المركب ١٠٪ سنويا ، والفوائد يتم تعليتها أربع مرات على الأصل في السنه ؟ .

الحل :

☒ ع = ١٠ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف ٤ مرات في السنة يلزم إيجاد المعدل الربع سنوي ، حيث :

المعدل الربع سنوي = $\frac{١٠٪}{٤}$ = ٢,٥ ٪

☒ ويتم تعديل مدد خصم الديون ، حيث :

مدة الدين الأول = ٣ سنوات = ١٢ فترة ربع سنوية

مدة الدين الثاني = ٥ سنوات = ٢٠ فترة ربع سنوية

مدة الدين الثالث = ٦ سنوات = ٢٤ فترة ربع سنوية

∴ القيمه الحاليه للديون =[٢٠٠٠ × $ح^{١٢}$ ٢,٥٪] +[٣٠٠٠ × $ح^{٢٠}$ ٢,٥٪]
+ [٥٠٠٠ × $ح^{٢٤}$ ٢,٥٪]

∴ القيمه الحاليه للديون =

= ٢٠٠٠$(١,٠٢٥)^{-١٢}$ + ٣٠٠٠$(١,٠٢٥)^{-٢٠}$ + ٥٠٠٠$(١,٠٢٥)^{-٢٤}$

=٢٠٠٠×٠,٧٤٣٥٥٦+٣٠٠٠×٠,٦١٠٢٧٠٩٤+٥٠٠٠×٠,٥٥٢٨٧٥

= ٦٠٨٢,٣ جنيه .

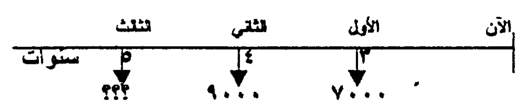
مثال (٨)

تاجر مدين بالديون التاليه على أساس الفائدة المركبة بمعدل ٦ ٪ سنوياً :

- ٧٠٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات ٠
- ٩٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات ٠
- مبلغ ما لمدة ٥ سنوات ٠

فإذا علمت أن القيمة الحالية لهذه الديون تبلغ ١٩٣٥٧,٨٧٢ جنيه ، المطلوب حساب القيمة الإسمية للدين الثالث ؟٠

الحل :



** حيث أن معدل الفائدة المركبة سنوي والفائدة تُضاف مرة واحدة ، فإن المدد تكون بالسنوات وتبقى كما هي ٠

** <u>بالنسبه للدينين الأول والثانى</u> :

∴ القيمه الحاليه للديون =[٧٠٠٠ × ح^{٣} ٦٪] +[٩٠٠٠ × ح^{٤} ٦٪]

∴ القيمه الحاليه للديون = ٧٠٠٠(١,٠٦)$^{-٣}$ + ٩٠٠٠(١,٠٦)$^{-٤}$

=٧٠٠٠×٠,٨٣٩٦١٩+٩٠٠٠×٠,٧٩٢٠٩٤

= ١٣٠٠٦,١٧٨ جنيه ٠

∴القيمة الحالية للدين الثالث = ١٩٣٥٧,٨٧٢ – ١٣٠٠٦,١٧٨

= ٦٣٥١,٦٩٤ جنيه ٠

∴القيمة الإسمية للدين الثالث = جـ = أ (١ + ع)^{ن}

= ٦٣٥١,٦٩٤ (١,٠٦)^{٥} = ٨٥٠٠ جنيه ٠

مثال (٩)

تاجر بالمنصورة مدين بالديون التاليه في بداية عام ٢٠٠٣م لأحد البنوك :

٢٥٠٠ جنيه تستحق في ١ /١ / ٢٠٠٦م٠

٣٥٠٠ جنيه تستحق في ٣١ /٣ / ٢٠٠٨م٠

٤٠٠٠ جنيه تستحق في ١ /٧ / ٢٠١١م٠

فما هي القيمة الحالية لهذه الديون إذا أراد المدين سداد هذه الديون جميعها فوراً ، علماً بأن معدل الحطيطه الداخليه المركبه ١٢٪ سنويا ، والفوائد تضاف أربع مرات على الأصل فى السنه ؟ ٠

الحل

٢٠٠٣/١/١ — ٢٠٠٦/١/١ (٢٥٠٠) — ٢٠٠٨/٣/٣١ (٣٥٠٠) — ٢٠١١/٧/١ (٤٠٠٠)

☒ ع = ١٢ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف ٤ مرات في السنة يلزم إيجاد المعدل الربع سنوي ، حيث :

المعدل الربع سنوي = $\frac{١٢٪}{٤}$ = ٣ ٪

☒ ويتم تعديل مدد خصم الديون ، حيث :

مدة الدين الأول = ٣ سنوات = ١٢ فترة ربع سنوية

مدة الدين الثاني = ٥ سنوات و٣ شهور = ٦٣ شهر ÷٣ =٢١ فترة ربع سنوية

مدة الدين الثالث = ٨,٥ سنوات = ٣٤ فترة ربع سنوية

ما يسدده المدين فوراً يمثل القيمة الحالية للديون :

∴ القيمه الحاليه للديون = [٢٥٠٠ × $ح^{١٢}_{٣٪}$] + [٣٥٠٠ × $ح^{٢١}_{٣٪}$]

+ [٤٠٠٠ × $ح^{٣٤}_{٣٪}$]

∴ القيمه الحاليه للديون =

=٢٥٠٠(١,٠٣)^-١٢ + ٣٥٠٠(١,٠٣)^-٢١ + ٤٠٠٠(١,٠٣)^-٣٤

=٠,٧٠١٣٨×٢٥٠٠+٠,٥٣٧٥٤٩٣×٣٥٠٠+٠,٣٦٦٠٤٤٩×٤٠٠٠

= ١٧٥٣,٤٥ + ١٨٨١,٤٢٢ + ١٤٦٤,١٨

= ٥٠٩٩,٠٥٢ جنيه ٠

مثال (١٠)

إقترض تاجر الديون التاليه من أحد المصارف التجاريه

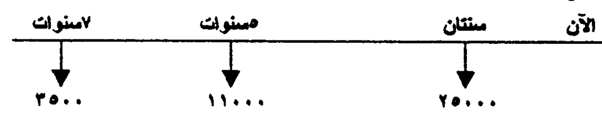
٢٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد سنتين من الآن ٠

١١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات من الآن ٠

٣٥٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ سنوات من الآن ٠

والمطلـــوب حســـاب القيمه الحاليه لهذه الديون الآن على أساس معدل خصم مركب ٦٪ سنويا ، والفوائد تُعطى مره واحده على الأصل فى السنه ؟

الحل :



مدد الخصم تظل كما هى لأنها محسوبه من الآن ، وهو تاريخ الحساب :

∴ القيمه الحاليه للديون= [٢٥٠٠٠ ×ح^٢ ٦٪] + [١١٠٠٠ × ح^٥ ٦٪]

+ [٣٥٠٠ × ح^٧ ٦٪]

∴ القيمه الحاليه للديون =

= ٢٥٠٠٠(١,٠٦)^-٢ + ١١٠٠٠(١,٠٦)^-٥ + ٣٥٠٠(١,٠٦)^-٧

=٠,٨٨٩٩٩٦٤٤×٢٥٠٠٠+٠,٧٤٧٢٥٨١٧×١١٠٠٠+٠,٦٦٥٠٥٧١×٣٥٠٠

= ٣٢٧٩٧,٤٥١ جنيه ٠

القيمه الحاليه للدفعات المتساوية :

القيمة الحالية للدفعة عبارة عن مجموع القيم الحالية لمبالغ الدفعة في وقت التقرير ، فاذا كانت الدفعة محدودة فان عدد مبالغها = ن ، أما اذا كـــانت الدفعة دائمة (غير محدودة) فان عدد مـــبالغها عدداً لانهائى.

وتنقسم الدفعات المتساويه المؤكده من حيث مدة الدفعه إلى دفعات محدوده (مؤقته) ودفعات لانهائيه ، وتنقسم تلك الدفعات المتساويه من حيث تاريخ دفعها إلى دفعات عاديه (مؤخرة الدفع) تُدفع فى نهاية كل فتره ، ودفعات فوريه (مقدمـــة الدفع) ، ومن ناحية أخرى فإن كل من الدفعات العاديه والفوريه إما أن تكون معجله (أى تبدأ من تاريخ التعاقد) أو تكون مؤجله (أى تسرى بعد مرور فترة تأجيل محدده فى الإتفاق بين طرفى العمليه التجاريه) .

ويمكن حساب القيمه الحاليه للدفعه أياً كان نوعها سواء كانت محدوده أو لانهائية وسواء كانت معجله أو مؤجله.وفيما يلى تقدير القيم الحاليه للدفعات المؤكده المتساويه أياً كان نوعها .

القيمه الحاليه للدفعات المؤقته المعجله :

والدفعة المؤقتة المعجلة إما أن تكون عادية أو فورية، حيث :

١ القيمه الحاليه للدفعة المؤقته المعجله العادية :

إذا رغبت في ايجاد ما يجب دفعه اليوم مقابل الحصول على مبلغ ثابت يدفع في شكل أقساط دورية في نهاية كل فترة ولمدة محددة وبمعدل متفق عليه للفائدة المركبة فان هذه الرغبة تتحقق بايجاد مجموع القيم الحالية لهذه

الدفعات ، ولحساب القيمه الحاليه للدفعات المؤقته (ن) من الفترات الزمنيه والمعجله العاديه نستخدم الرمز $\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$ ، حيث :

• $\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه محدوده معجله عاديه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى نهاية كل فتره ولمدة ن من الفترات وبمعدل فائده مركبه ع ٪ فإذا رمزنا لمبلغ الدفعه بالرمز [د] ، وعدد الدفعات بالرمز [ن] ، وبوضع د = ١ (قيمة وحدة النقود) ، فإنه يمكن إيجاد قيمة $\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$:

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = (1+\text{ع})^{-1} + (1+\text{ع})^{-2} + (1+\text{ع})^{-3} + \cdots\cdots + (1+\text{ع})^{-\text{ن}}$$

= مجموع متواليه هندسيه حدها الأول $(1+\text{ع})^{-1}$ وأساسها $(1+\text{ع})$ ، وحدها الأخير $(1+\text{ع})^{-\text{ن}}$ ، وبالتالي يكون :

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{\left[1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

وبالتالى فإن القيمه الحاليه لدفعه معجلة مؤقته عاديه مبلغها د بمعدل فائده مركبه (ع٪) هي :

$$= \text{د} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{\text{د}\left[1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

ويمكن حساب قيمة الداله ($\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) من الجدول الرابع مباشرة إذا كان معدل الفائدة ومدة الدفعة متوافق بما هو متاح في الجدول المذكور ، كما يمكن حساب هذه الدالة باستخدام الآله الحاسبه بالتطبيق فى العلاقه السابقه ، حيث يمكن استخدام الجدول الرابع فى حساب قيمة ($\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$) وبضربها فى قيمة الدفعه (د) نحصل على القيمه الحاليه للدفعه ذات المبلغ الدورى (د) .

٢٠ القيمه الحاليه للدفعة المؤقته المعجله الفوريه :

لحساب القيمه الحاليه للدفعات المؤقته (ن) من الفترات الزمنيه والمعجله الفوريه نستخدم الرمز ، [$\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%}$] ، حيث :

- $\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه محدوده معجله فوريه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى بداية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪ .

وباستخدام نفس الأسس السابقه نجد أن :

$$\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%} = 1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \cdots + (1+i)^{-n+1}$$

= مجموع متواليه هندسيه حدها الأول ١ وأساسها (١+ع) ، وحدها الأخير $(1+i)^{-n+1}$

$$= \frac{(1+i)\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

ويمكن حساب قيمة الداله ($\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%}$) باستخدام الآله الحاسبه بالتطبيق فى العلاقه السابقه وبالتالى فإن القيمه الحاليه لدفعه فورية مؤقته مبلغها (د) بمعدل فائده مركبه (ع ٪) هي :

$$= D \times \ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%} = \frac{D(1+i)\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

ويمكن استخدام الجدول الرابع فى حساب قيمة ($\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%}$) من خلال العلاقه التى تربط بينها وبين الداله ($a_{\overline{n|}\,i\%}$) ، حيث :

$$\boxed{\ddot{a}_{\overline{n|}\,i\%} = a_{\overline{n-1|}\,i\%} + 1}$$

مثال (١١)

إتفق رجل أعمال مع بنك الأسكندريه فرع المنصوره على دفع مبلغ ٥٠٠٠ دولار أمريكى لإبنه الذى يدرس بالخارج وبصفة دوريه ومنتظمه فى أول كل سنه ولمدة ٥ سنوات ، فما هو المبلغ الذى يجب على الأب أن يدفعه فور الإتفاق للبنك حتى يفى البنك بهذا الإلتزام إذا كان البنك يحسب فوائد مركبه على مثل هذه المعاملات على أساس معدل فائده إسمى ٨٪ سنوياً ؟

الحل :

المبلغ الذي يجب على الأب أن يودعه فى البنك لكى يفى البنك بإلتزامه تجاه الإبن الذى يدرس فى الخارج يمثل القيمه الحاليه للدفعه ، حيث :

- د = ٥٠٠٠ جنيه   • الفتره الزمنيه = سنه
- مدة الدفعات = ٥ سنوات   • ن = ٥ دفعات
- معدل الفائده السنوى = ٨ ٪ (سنوي)

∵ القيمه الحاليه للدفعه الفورية = $\frac{د(١+ع)\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = $\frac{٥٠٠٠(١+٠,٠٨)\left[١-(١+٠,٠٨)^{-٥}\right]}{٠,٠٨}$

$= ٥٠٠٠ \times ٤,٣١٢١٢٧$

$= ٢١٥٦٠,٦٣٤$ $ = المبلغ الواجب دفعه للبنك فوراً لتنفيذ الإتفاق

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة $= د \times \ddot{ت}_{\overline{ن}|ع\%} = ٥٠٠٠ \times \ddot{ت}_{\overline{٥}|٨\%}$

$= ٥٠٠٠ \times (ت_{\overline{٥-١}|٨\%} + ١)$

$= ٥٠٠٠ \times (ت_{\overline{٤}|٨\%} + ١)$

$= ٥٠٠٠ \times ٤,٣١٢١٢٧ = ٢١٥٦٠,٦٣٤$

حيث تم استخراج قيمة $^{د}\overline{٤}|_{٨٪}$ مباشرةً من الجدول الرابع من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٨ ٪ وأمام الفتره ٤ ، فنجدها = ٣,٣١٢١٢٧

مثال (١٢)

دين قيمته الحاليه ٤٠٠٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ١٥ سنه ، وأراد المدين أن يسدده على دفعات سنويه يُدفع كل منها فى نهاية كل سنه خلال المدة المذكورة ، فاوجد قيمة الدفعة إذا كانت الفائدة المركبه معدلها ٣,٥٪ كل نصف سنه ؟.

الحل :

- د = ؟؟ الفتره الزمنيه = سنه مدة الدفعات = ١٥ سنه
- ن = ١٥ فتره (دفعه) القيمة الحالية للدفعة = ٤٠٠٠٠
- وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، فإن المعدل السنوى = ٣,٥٪ × ٢ = ٧ ٪

∵ القيمه الحاليه للدفعه العادية = $\frac{د\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

∴ $٤٠٠٠٠ = \frac{د\left[١-(١+٠,٠٧)^{-١٥}\right]}{٠,٠٧}$

∴ مبلغ الدفعة = د = $\frac{٤٠٠٠٠ \times ٠,٠٧}{\left[١-(١+٠,٠٧)^{-١٥}\right]}$ = ٤٣٩١,٧٨٥ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × $^{د}\overline{ن}|_{ع٪}$ = د × $^{د}\overline{١٥}|_{٧٪}$

∴ ٤٠٠٠٠ = د × ٩,١٠٧٩١٤

∴ مبلغ الدفعة = د = $\frac{٤٠٠٠٠}{٩,١٠٧٩١٤}$ = ٤٣٩١,٧٨٥ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $a_{\overline{15}|7\%}$ مباشرةً من الجدول الرابع من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٧ ٪ وأمام الفتره ١٥ ، فوجدنا أنها = ٩,١٠٧٩١٤

مثال (١٣)

أوجد القيمة الحالية لعدد من الدفعات بلغت قيمة كل منها ١٠٠٠ جنيه تدفع في نهاية كل ٦ أشهر لمدة ٣ سنوات بمعدل اسمي ٨٪ والفائدة يتم تعليتها مرتين في السنة ؟ .

الحـــل :

* د = ١٠٠٠   * الفتره الزمنيه = نصف سنة

* مدة الدفعات = ٣ سنوات   * ن = ٦ فترات (دفعات)

الدفعة نصف سنويه ، يُستخدم المعدل النصف سنوى = ٨٪ ÷ ٢ = ٤ ٪

∴ القيمه الحاليه للدفعه العادية = $\frac{د\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = $\frac{١٠٠٠\left[١-(١+٠,٠٤)^{-٦}\right]}{٠,٠٤}$

= ١٠٠٠ × ٥,٢٤٢١٣٧ = ٥٢٤٢,١٣٧ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × $a_{\overline{ن}|ع\%}$

= ١٠٠٠ × $a_{\overline{6}|4\%}$

= ١٠٠٠ × ٥,٢٤٢١٣٧ = ٥٢٤٢,١٣٧ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $a_{\overline{6}|4\%}$ مباشرةً من الجدول الرابع من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٤ ٪ وأمام الفتره ٦ ، فوجدنا أنها = ٥,٢٤٢١٣٧

مثال (١٤)

أوجد القيمة الحالية لدفعات ثلث سنوية تستحق في آخر كل ٤ شهور قيمة كل منها ٥٠٠ جنيه علما بأن معدل الفائدة الإسمي ١٢٪ سنوياً والفائدة تُضاف ثلاث مرات في السنة ، ومدة الدفعات ١٠ سنوات ؟.

الحل :

* د = ٥٠٠   * الفتره الزمنيه = ثلث سنة

* مدة الدفعات =١٠ سنوات   * ن = ١٠×٣ = ٣٠ فترة (دفعة)

وحيث أن الفتره الزمنيه ثلث سنه ، فإن :

$$\text{المعدل الثلث سنوى} = \frac{١٢}{٣}\% = ٤\,\%$$

$$\therefore \text{القيمه الحاليه للدفعه العادية} = \frac{د\left[١ - (١ + ع)^{-ن}\right]}{ع}$$

$$\therefore \text{القيمه الحاليه للدفعه} = \frac{٥٠٠\left[١ - (١ + ٠{,}٠٤)^{-٣٠}\right]}{٠{,}٠٤}$$

= ٥٠٠ × ١٧,٢٩٢٠٣٣٣ = ٨٦٤٦,٠١٧ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

$$\therefore \text{القيمة الحالية للدفعة} = د \times \,^{ـد}\overline{ن|}ع\%$$

$$= ٥٠٠ \times \,^{ـد}\overline{٣٠|}٤\%$$

= ٥٠٠ × ١٧,٢٩٢٠٣٣٣ = ٨٦٤٦,٠١٧ جنيه

حيث تم استخراج قيمة $^{ـد}\overline{٣٠|}٤\%$ مباشرةً من الجدول الرابع من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٤ ٪ وأمام الفتره ٣٠ ، فوجدنا أنها = ١٧,٢٩٢٠٣٣٣

القيمه الحاليه للدفعات المؤقته المؤجلة :

والدفعة المؤقتة المؤجلة إما أن تكون عادية أو فورية، حيث :

١* القيمه الحاليه للدفعة المؤقته المؤجلة العادية :

من الناحية الرياضية لايوجد خلاف في طريقة حساب جملة الدفعات العادية العاجلة عن طريقة حساب جملة الدفعات العادية المؤجلة – ولكن هذا التأجيل سوف يؤثر على القيمة الحالية – فالقيمة الحالية للدفعات العادية العاجلة تختلف عن القيمة الحالية لنفس الدفعات اذا كانت مؤجلة ٠

ولحساب القيمه الحاليه للدفعات المؤقته (ن) من الفترات والمؤجلة (م) من الفترات ، العاديه نستخدم الرمز $_{م|}د_{\overline{ن}|ع\%}$ ، حيث :

- **$_{م|}د_{\overline{ن}|ع\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى نهاية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه التالية لفترة التأجيل (م) وبمعدل فائده مركبه ع ٪ ٠**

وتكون القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها الدوري (د) يُدفع فى نهاية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه التالية لفترة التأجيل (م) وبمعدل فائده مركبه ع ٪ =

$$= \frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$$

ويمكن حساب قيمة الداله $_{م|}د_{\overline{ن}|ع\%}$ باستخدام الجداول المالية على أنها تمثل الفرق بين القيمه الحاليه لدفعه معجله مؤقته عاديه عدد دفعاتها (ن+م)

دفعه والقيمه الحاليه لدفعه معجله مؤقته عاديه عدد دفعاتها (م) دفعه ، ومن هنا فإن :

$$_{م|}\text{د}_{\overline{ن}|ع\%} = \text{د}_{\overline{ن+م}|ع\%} - \text{د}_{\overline{م}|ع\%}$$

وفي هذه الحالة يمكن استخدام الجدول الرابع فى حساب قيمة ($_{م|}\text{د}_{\overline{ن}|ع\%}$) ،

وتكون القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها الدوري (د) يُدفع فى نهاية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه التالية لفترة التأجيل (م) وبمعدل فائده مركبه ع ٪ =

$$= \text{د} \left(\text{د}_{\overline{ن+م}|ع\%} - \text{د}_{\overline{م}|ع\%} \right)$$

حيث يتم حساب كل من الدفعتين باستخدام نفس المعادلة الخاصه بحساب القيمة الحالية للدفعة العادية باستخدام الآله الحاسبه ، أو باستخدام الجدول الرابع من الجداول المالية

٢ <u>القيمه الحاليه للدفعة المؤقته المؤجلة الفوريه</u> :

تعتبر القيمة الحالية للدفعات الفورية (استثمار) المؤجلة هي القيمة التي ينبغي أن تدفع اليوم مقابل دفعات متساوية عددها (ن) دفعة متساوية تؤدي في بداية كل فترة دورية بعد انقضاء مدة التأجيل (م) فترة زمنية .

ولحساب القيمه الحاليه للدفعات المؤقته (ن) من الفترات والمؤجلة (م) من الفترات ، الفورية نستخدم الرمز $_{م|}\text{ة}_{\overline{ن}|ع\%}$ ، حيث :

* $_{م|}\text{ة}_{\overline{ن}|ع\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة فوريه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى بداية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه التالية لفترة التأجيل (م) وبمعدل فائده مركبه ع ٪ .

وتكون القيمه الحاليه لدفعه مؤقتة مؤجلة فورية مبلغها الدوري (د) يُدفع فى بداية كل فتره ولمدة (ن) من الفترات الزمنيه التالية لمدة التأجيل (م) من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪ تعادل =

$$= \text{د} \times {}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$= \frac{\text{د}(\text{١}+\text{ع})^{-\text{م}+\text{١}}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

ويمكن حساب قيمة الداله ${}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$ على أنها تمثل الفرق بين القيمه الحاليه لدفعه معجله مؤقته فوريه عدد دفعاتها (ن + م) دفعه والقيمه الحاليه لدفعه معجله مؤقته فوريه عدد دفعاتها (م) دفعه ، ومن هنا فإن :

$${}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}+\text{م}}|\text{ع}\%} - \ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{م}}|\text{ع}\%}$$

$$= \text{د}_{\overline{\text{ن}+\text{م}-\text{١}}|\text{ع}\%} - \text{د}_{\overline{\text{م}-\text{١}}|\text{ع}\%}$$

وفي هذه الحالة يمكن استخدام الجدول الرابع فى حساب قيمة $\left({}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}\right)$ ،

وتكون القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها الدوري (د) يُدفع فى بداية كل فتره ولمدة ن من الفترات الزمنيه التالية لفترة التأجيل (م) وبمعدل فائده مركبه ع ٪ =

$$= \text{د}\left(\text{د}_{\overline{\text{ن}+\text{م}-\text{١}}|\text{ع}\%} - \text{د}_{\overline{\text{م}-\text{١}}|\text{ع}\%}\right)$$

حيث يتم حساب كل من الدفعتين باستخدام نفس المعادلة الخاصه بحساب القيمة الحالية للدفعة العادية باستخدام الآله الحاسبه ، أو باستخدام الجدول الرابع من الجداول المالية.

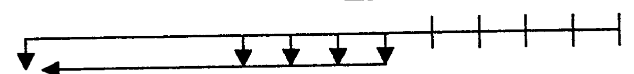
مثال (١٥)

أودع شخص ١٠٠٠ سنوياً ولمدة ١٢ سنه ، وأول مبالغ هذه الإيداعات بعد ٥ سنوات ، فما هى القيمه الحاليه لهذه الدفعات إذا كان معدل الفائده المركبة ٤٪ سنوياً ، وذلك بفرض أن الدفعه :

(أ) عاديه ؟. (ب) فوريه ؟.

الحل :

(أ) إذا كانت الدفعه عاديه :



وفى هذه الحاله تكون فترة التأجيل = م = ٤ سنوات .

∴ القيمه الحاليه للدفعه العادية = $\frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$= \frac{١٠٠٠(١+٠,٠٤)^{-٤}\left[١-(١+٠,٠٤)^{-١٢}\right]}{٠,٠٤}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ١٠٠٠ × ٨,٠٢٢٤ = ٨٠٢٢,٤ جنيه .

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × م| د $_{\overline{ن}|ع٪}$

$= د \left(د_{\overline{ن+م}|ع٪} - د_{\overline{م}|ع٪} \right)$

$= ١٠٠٠ \left(د_{\overline{١٢+٤}|٤٪} - د_{\overline{٤}|٤٪} \right)$

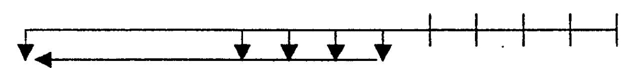
$= ١٠٠٠ \left(د_{\overline{١٦}|٤٪} - د_{\overline{٤}|٤٪} \right)$

= ١٠٠٠ (١١,٦٥٢٢٩٥ - ٣,٦٢٩٨٩٥)

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ١٠٠٠ × ٨,٠٢٢٤ = ٨٠٢٢,٤ جنيه .

حيث تم استخراج قيمة $\text{ت}_{\overline{١٦}|٤\%}$ ، $\text{ت}_{\overline{٤}|٤\%}$ من الجدول الرابع مباشرةً من الجدول الرابع من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٤ ٪ وأمام الفترات ١٦ ، ٤ ، فوجدنا أنهما على الترتيب ١١,٦٥٢٢٩٥ ، ٣,٦٢٩٨٩٥

(ب) إذا كانت الدفعه فوريه :



وفى هذه الحاله تكون فترة التأجيل = م = ٥ سنوات .

∵ القيمه الحاليه للدفعه الفورية = $\frac{\text{د}(١+\text{ع})^{-\text{م}+١}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

$= \frac{١٠٠٠(١+٠,٠٤)^{-٥+١}\left[١-(١+٠,٠٤)^{-١٢}\right]}{٠,٠٤}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ١٠٠٠ × ٨,٠٢٢٤ = ٨٠٢٢,٤ جنيه

وهى نفس النتيجه السابقه .

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × $_{\text{م}|}\text{ت}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

∴ القيمة الحالية للدفعة = د $\left(\text{ت}_{\overline{\text{ن}+\text{م}-١}|\text{ع}\%} - \text{ت}_{\overline{\text{م}-١}|\text{ع}\%}\right)$

$= ١٠٠٠\left(\text{ت}_{\overline{١٢+٥-١}|٤\%} - \text{ت}_{\overline{٥-١}|٤\%}\right)$

$= ١٠٠٠\left(\text{ت}_{\overline{١٦}|٤\%} - \text{ت}_{\overline{٤}|٤\%}\right)$

= ١٠٠٠ (١١,٦٥٢٢٩٥ - ٣,٦٢٩٨٩٥)

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ١٠٠٠ × ٨,٠٢٢٤

مثال (١٦)

فى ١٩٩٥/١/١ إتفق أستاذ جامعي مع بنك مصر على دفع مبلغ ٢٠٠٠ دولار أمريكى لإبنه الذى يدرس بالخارج وبصفة دوريه ومنتظمه فى أول كل سنه ولمدة ٦ سنوات بدءاً من ٢٠٠٠/١/١م ، فما هو المبلغ الذى يجب على الأب أن يدفعه للبنك فى١٩٩٥/١/١ حتى يفى البنك بهذا الإلتزام إذا كان البنك يحسب فوائد مركبه على أساس معدل فائده إسمى ٥٪ سنوياً ؟

الحل :

المبلغ الذي يجب على الأب أن يودعه فى البنك يمثل القيمه الحاليه لدفعه فوريه مؤجلة ٥ سنوات ومؤقته ٦ سنوات ومبلغها ٢٠٠٠ دولار ، معدل الفائده السنوى = ٥٪ والدفعة سنويه .

∴ المبلغ المدفوع من قبل الأب = $\frac{\text{د}(\text{١}+\text{ع})^{-\text{م}+\text{١}}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

$= \frac{\text{٢٠٠٠}(\text{١}+\text{٠,٠٥})^{-\text{٥}+\text{١}}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{٠,٠٥})^{-\text{٦}}\right]}{\text{٠,٠٥}}$

= ٢٠٠٠ × ٤,١٧٥٧٨ = ٨٣٥١,٦ جنيه .

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × $_{\text{٥}|}\text{ت}_{\overline{\text{٦}}|\text{٥}\%}$

∴ القيمة الحالية للدفعة = ٢٠٠٠ $\left(\text{د}_{\overline{\text{٦}+\text{٥}-\text{١}}|\text{٥}\%} - \text{د}_{\overline{\text{٥}-\text{١}}|\text{٥}\%}\right)$

= ٢٠٠٠ $\left(\text{د}_{\overline{\text{١٠}}|\text{٥}\%} - \text{د}_{\overline{\text{٤}}|\text{٥}\%}\right)$

= ٢٠٠٠ (٧,٧٢١٧٣٥ − ٣,٥٤٥٩٥١)

= ٨٣٥١,٥٦٩ $ = المبلغ الواجب دفعه للبنك فى ٩٥/١/١ لتنفيذ الإتفاق

القيم الحالية للدفعات اللانهائية المعجلة :

الدفعات اللانهائية هي تلك الدفعات التي تستمر الى ما لا نهاية ، وبطبيعة الحال لا يمكن ايجاد الجملة لها لأنه لا يوجد نهاية لاستمرار سداد الدفعات ، ولكن يمكن الحصول على القيمة الحالية لهذه الدفعات . وهذه الدفعات حسب وقت استحقاقها إما أن تكون عادية أو فورية أيضاً ، وبفرض أن مبلغ الدفعة يساوي وحدة النقود فانه يمكن الحصول على القيم الحالية للدفعات للانهائية المعجلة بنوعيها على النحو التالي .

١ القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المعجلة العادية :

وهنا نستخدم الرمز ، $\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$ ، حيث :

• $\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه معجله عاديه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى نهاية كل فتره ولعدد لانهائى من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪ . ومن الناحية الرياضية نجد أن :

$$\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \frac{\text{١}}{\text{ع}}$$

٢ القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المعجلة الفورية :

وهنا نستخدم الرمز ، $\text{ت}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$ ، حيث :

• $\text{ت}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه معجله فورية مبلغها جنيه واحد يُدفع فى بداية كل فتره ولعدد لانهائى من الفترات الزمنيه وبمعدل فائده مركبه ع ٪ . ومن الناحية الرياضية نجد أن :

$$\text{ت}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \text{١} + \text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \text{١} + \frac{\text{١}}{\text{ع}}$$

مثال (١٧)

مزارع مصرى يمتلك أرض زراعيه يُقدر ريعها السنوي بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه ، والمطلوب تحديد الثمن الذى يمكنه أن يقبله لبيع هذه الأرض بفرض أن القوه الشرائيه للنقود سيتم مقابلتها على أساس إستثمار الثمن بمعدل فائده مركبه ١٢٪ ، وذلك بفرض أن :

(أ) ريع الأرض يُستحق فى آخر كل سنه ؟.

(ب) ريع الأرض يُستحق فى أول كل سنه ؟.

الحل :

ثمن بيع الأرض يمثل القيمه الحاليه للريع المستقبلى لتلك الأرض ، أي = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مبلغها هو الريع السنوي للأرض ، وعلى ذلك :

(أ) إذا كان ريع الأرض يُستحق فى آخر كل سنه : (دفعة عادية لانهائية)

∴ ثمن الأرض = $٢٥٠٠٠ \times \text{د}_{\overline{\infty}|١٢\%}$

$$= ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٢} = ٢٠٨٣٣٣,٣٣ \text{ جنيه.}$$

(ب) إذا كان ريع الأرض يُستحق فى أول كل سنه : (دفعة فورية لانهائية)

∴ ثمن الأرض = $٢٥٠٠٠ \times \ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|١٢\%}$

$$= ٢٥٠٠٠ \times \left(١ + \frac{١}{\text{ع}}\right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times \left(١ + \frac{١}{٠,١٢}\right) = ٢٣٣٣٣٣,٣٣ \text{ جنيه.}$$

القيم الحاليه للدفعات اللانهائية المؤجلة:

وهذه الدفعات أيضا إما أن تكون عادية أو فورية ، ونتناول فيما يلي كيفية حساب القيمة الحالية لكل منها ،

١* القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المؤجلة العادية :

وهنا نستخدم الرمز ، $_{م|}د_{\overline{\infty}|ع\%}$ ، حيث :

* $_{م|}د_{\overline{\infty}|ع\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مؤجلة (م) من الفترات الزمنيه) عاديه مبلغها جنيه واحد يُدفع فى نهاية كل فتره ولعدد لانهائى من الفترات الزمنيه والتى تلى فترة التأجيل وبمعدل فائده مركبه ع ٪

ومن الناحية الرياضية نجد أن :

مدة التأجيل = م فتره

∞

ويمكن حساب القيمة الحالية لهذه الدفعة على أنها تمثل القيمة الحالية لمبلغ يستحق بعد (م) من الفترات الزمنية ، وهذا المبلغ يمثل القيمة الحالية لدفعة لانهائية عادية أي أن :

$$_{م|}د_{\overline{\infty}|ع\%} = (1+ع)^{-م} \times د_{\overline{\infty}|ع\%}$$

$$= (1+ع)^{-م} \times \frac{1}{ع}$$

وتكون القيمة الحالية للدفعة التي مبلغها الدوري (د) هي :

$$= د \times {}_{م|}د_{\overline{\infty}|ع\%}$$

$$\boxed{= د\,(1+ع)^{-م} \times \frac{1}{ع}}$$

٢* القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المؤجلة الفورية :

وهنا نستخدم الرمز ، $م|\ddot{د}_{\overline{\infty}|ع\%}$ ، حيث :

* $م|\ddot{د}_{\overline{\infty}|ع\%}$: تمثل القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مؤجلة (م) من الفترات الزمنيه) فورية مبلغها جنيه واحد يُدفع فى بداية كل فتره ولعدد لانهائى من الفترات الزمنيه والتى تلى فترة التأجيل وبمعدل فائده مركبه ع ٪ ويمكن تمثيل هذه الدفعة بالشكل التالى :

مدة التأجيل = م فتره

∞

ويمكن حساب القيمة الحالية لهذه الدفعة على أنها تمثل القيمة الحالية لمبلغ يستحق بعد (م) من الفترات الزمنية ، وهذا المبلغ يمثل القيمة الحالية لدفعة لانهائية فورية أي أن :

$$م|\ddot{د}_{\overline{\infty}|ع\%} = (١+ع)^{-م} \times \ddot{د}_{\overline{\infty}|ع\%}$$

$$= (١+ع)^{-م} \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)$$

وتكون القيمة الحالية للدفعة التي مبلغها الدوري (د) هي :

$$= د \times م|\ddot{د}_{\overline{\infty}|ع\%}$$

$$\boxed{= د\ (١+ع)^{-م} \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)}$$

وفيما يلي أمثلة تطبيقية على الدفعات اللانهائية المؤجلة .

مثال (١٨)

بفرض أن إحدى الشركات الصناعية ترغب فى شراء أصل ثابت دائم يُقدّر إيراده السنوى بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه ، ولكن هذا الإيراد لن تستطيع الشركه الحصول عليه إلا بعد ١٠ سنوات من تاريخ الشراء ٠

والمطلوب تحديد الثمن الذى يمكنه أن تدفعه الشركه لشراء هذا الأصل ، بفرض أن معدل الفائده المركبه ١٠٪ ، وذلك بفرض أن الإيراد يُستحق فى آخر كل سنه ؟٠

الحل :

ثمن الأصل يمثل القيمه الحاليه لدفعه لا نهائيه مؤجلة ٩ سنوات ومبلغها هو الإيراد السنوي للأصل ، وعلى ذلك :

<u>إذا كان إيراد الأصل يُستحق فى آخر كل سنه</u> : (دفعة عادية لانهائية مؤجله)

$\therefore$ ثمن الأصل $= \text{٢٠٠٠٠} \times {}_{\text{٩}|}\text{د}_{\overline{\infty}|\text{١٠\%}} = \text{د}\,(\text{١}+\text{ع})^{-\text{م}} \times \dfrac{\text{١}}{\text{ع}}$

$$= \text{٢٠٠٠٠} \times (\text{١}+\text{٠,١٠})^{-\text{٩}} \times \frac{\text{١}}{\text{٠,١٠}}$$

$$= \text{٢٠٠٠٠} \times \text{٤,٢٤٠٩٧٦} = \text{٨٤٨١٩,٥٢٤}\ \text{جنيه}$$ ٠

<u>ملحوظه</u> : من الممكن إفتراض أن فترة التأجيل ١٠ سنوات مع اعتبار أن الدفعه فى هذه الحالة (دفعة فورية لانهائية مؤجله) ، أي :

$\therefore$ ثمن الأصل $= \text{٢٠٠٠٠} \times {}_{\text{١٠}|}\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|\text{١٠\%}}$

$$= \text{ط}\,(\text{١}+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(\text{١}+\frac{\text{١}}{\text{ع}}\right)$$

$$= \text{٢٠٠٠٠}\,(\text{١}+\text{٠,١٠})^{-\text{١٠}} \times \left(\text{١}+\frac{\text{١}}{\text{٠,١٠}}\right) = \text{٨٤٨١٩,٥٢٤}\ \text{ج}$$

مثال (١٩)

فى ١/١/٢٠٠٠م قرر أحد الأثرياء بمدينة المنصوره تخصيص جائزة ماليه مقدارها ١٠٠٠٠ جنيه توزع على الأربعة الأوائل بالفرق المختلفة من طلبة كلية التجارة – جامعة المنصورة ، وذلك بدءاً من عام ٢٠٠٥م ، وقد عرض على البنك الأهلى المصرى (فرع الجامعة) تمويل هذه الجائزة ، والمطلوب تحديد المبلغ الذى يدفعه للبنك لتنفيذ هذا الغرض ، بفرض أن معدل الفائده المركبه ١٠٪ ؟٠

الحل :

الجوائز التي تُدفع فى آخر كل سنه ١٠٠٠٠ جنيه بمثابة دفعة لانهائية مؤجلة ٥ سنوات وعادية ، والمبلغ الذى يدفعه الثرى هو القيمه الحالية لهذه الدفعة

ما يدفعه الثرى للبنك $= 10000 \times {}_{5|}\text{د}_{\overline{\infty}|10\%}$

$$= \text{د}\,(1+\text{ع})^{-\text{م}} \times \frac{1}{\text{ع}}$$

$$= 10000 \times (1+0.10)^{-5} \times \frac{1}{0.10}$$

$$= 10000 \times 6.2092132 = 62092.132$$ جنيه٠

أو

ما يدفعه الثرى للبنك $= 10000 \times {}_{6|}\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|10\%}$

$$= \text{د}\,(1+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(1+\frac{1}{\text{ع}}\right)$$

$$= 10000\,(1+0.10)^{-6} \times \left(1+\frac{1}{0.10}\right)$$

$$= 10000 \times 6.2092132 = 62092.132$$ جنيه٠

القيمه الحاليه للدفعات اللانهائية التى تدفع فى نهاية كل عدد محدود وثابت من الفترات :

فى الصفحات السابقه تناولنا كيفية حساب القيمه الحاليه للدفعات المتساويه التى تُدفع كل فترة زمنية واحده (سنة أو ربع سنه أو ٠٠٠) ولكن توجد أنواع أخرى من الدفعات التى تُدفع كل عدد ثابت من الفترات الزمنيه ، فمثلاً تكاليف الصيانه الدوريه للمبانى أو للأصول ، وكذلك التجديدات الدوريه لبعض الأصول ، فنجد أن مثل هذه الدفعات يتم دفعها كل عدد من وحدات الزمن وبصفة مســـــتمره (دائمه) ٠

ولحساب القيمه الحاليه لمثل هذه الدفعات يجب التعرف على العلاقات الرياضية التاليه :

أولاً : مقلوب القيمة الحالية للدفعة = $\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$:

القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً لقرض مبلغه جنيه واحد مدته ك من السنوات

ثانياً : <u>العلاقة بين مقلوب جملة الدفعة ومقلوب القيمة الحالية للدفعه</u> :

نجد أن :

$$\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} = \text{ع}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} = \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

وهذه العلاقه الأخيره تستخدم فى حساب القيمه الحالية للدفعات التى تتصف بالتساوي والإنتظام فى الدفع كل [ك] من الفترات الزمنية .

فإذا كان مبلغ تلك الدفعة هو جنيه واحد فإن القيمة الحاليه للدفعة =

$$= \frac{1}{\text{ع}} \times \frac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

$$= \frac{1}{\text{ع}} \left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

ومن ناحية أخرى ، فإن القيمة الحالية للدفعة الدائمة التي مبلغها الدوري (د) والتي تُدفع كل (ك) من الفترات الزمنية المتساوية هي :

$$= \frac{\text{د}}{\text{ع}} \left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

ونجد أن $\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$ يمكن حسابها بالآله الحاسبة ، أو يمـــكن استخراجها مباشرة من الجدول الخامس من الجداول الماليه أمام المدة [ك] وفى صفحة المعدل ع ٪ .

مثال (٢٠)

إذا كان إستاد جامعة المنصوره الرياضي يحتاج إلى إصلاحات وترميمات ضرورية كل ٨ سنوات وبصفة دائمة ، ومن الخبرة السابقة تبين أن تلك الإصلاحات والترميمات تتكلف ٥٠٠٠٠ جنيه في كل مرة ، وكان معدل الفائده المركبة السائد هو ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب القيمة الحالية لتكاليف تلك الترميمات ؟.

الحل :

مبلغ الدفعة = ٥٠٠٠٠ ك = ٨ سنوات ع = ٨ ٪ سنوياً

وحيث أن الترميمات تتم كل ٨ سنوات (كل ك من الفترات الزمنية) ، وحيث أن القيمة الحالية للدفعة الدائمة التي مبلغها الدوري (د) والتي تُدفع كل (ك) من الفترات الزمنية المتساوية هي :

$$= \frac{\text{د}}{\text{ع}} \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

وعلى ذلك ، فإن القيمة الحالية للترميمات =

$$= \frac{٥٠٠٠٠}{٠,٠٨} \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{٨}|٨\%}} - ٠,٠٨ \right)$$

$$= \frac{٥٠٠٠٠}{٠,٠٨} (٠,١٧٤٠١٤٧٦ - ٠,٠٨) = ٥٨٧٥٩,٢٢٥ \text{ جنيه}$$

مثال (٢١)

شخص ثري يرغب في التبرع بمبلغ لعمل الترميمات والإصلاحات لأحد المساجد ، فإذا كان ذلك المسجد يحتاج إلى إصلاحات وترميمات ضرورية كل ٥ سنوات تتكلف ١٢٠٠٠ جنيه فإذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو ($\text{ع}_{٢}$ =٨ ٪) ، فما هو المبلغ الذي يجب على الثري إيداعه في البنك للوفاء بهذا الغرض ؟.

الحل :

المبلغ الذي يجب على الثري إيداعه في البنك = القيمة الحالية لتكاليف تلك الترميمات والإصلاحات

مبلغ الدفعة = ١٢٠٠٠ ك = ٥ سنوات

وحيث أن الفترة الزمنية تتكون من سنوات فيجب أن يكون معدل الفائدة سنوي ولذلك يجب حساب المعدل الحقيقي ع بدلالة المعدل الإسمي $\text{ع}_{\text{٢}}$ = ٨ ٪ ، حيث

∴ معدل الفائده الحقيقى = $\text{ع} = \left(\text{١} + \frac{\text{٠,٠٨}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}} - \text{١} = \text{٠,٠٨١٦}$

وحيث أن الترميمات تتم كل ٥ سنوات (كل ك من الفترات الزمنية) ، وحيث أن القيمة الحالية للدفعة الدائمة التي مبلغها الدوري (د) والتي تُدفع كل (ك) من الفترات الزمنية المتساوية هي

$$= \frac{\text{د}}{\text{ع}} \left(\frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

وعلى ذلك ، فإن المبلغ الذي يدفعه الثري = القيمة الحالية للترميمات =

$$= \frac{\text{١٢٠٠٠}}{\text{٠,٠٨١٦}} \left(\frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{٥}}|\text{٨,١٦}\%}} - \text{٠,٠٨١٦} \right)$$

$$= \frac{\text{١٢٠٠٠}}{\text{٠,٠٨١٦}} \left(\frac{\text{١}}{\text{٣,٩٧٥٩٢٩}} - \text{٠,٠٨١٦} \right)$$

$$= \frac{\text{١٢٠٠٠}}{\text{٠,٠٨١٦}} \left(\text{٠,٢٥١٥١٣٥٢٦} - \text{٠,٠٨١٦} \right)$$

= ٢٤٩٨٧,٢٨ جنيه

حيث :

$$\text{د}_{\overline{\text{٥}}|\text{٨,١٦}\%} = \frac{\text{١} - (\text{١} + \text{٠,٠٨١٦})^{-\text{٥}}}{\text{٠,٠٨١٦}} = \text{٣,٩٧٥٩٢٩}$$

تمارين محلولة على الفصل الثالث

(تمرين ١)

دين قيمته الإسمية ١٨٤٥٠ جنيه يستحق الدفع بعد $١٣\frac{١}{٤}$ سنة بمعدل فائدة مركبة ١٠ ٪ سنوياً ، أوجد القيمة الحالية للدين ؟

الحــل :

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٨٤٥٠ $(١ + ٠,١٠)^{-١٣,٢٥}$

= ١٨٤٥٠ × ٠,٢٨٢٨ = ٥٢١٨,٥ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

القيمة الحالية للدين = أ = ١٨٤٥٠ × $ع^{١٣}_{١٠٪}$ × $\frac{١}{(١,١)^{٠,٢٥}}$

= ١٨٤٥٠ × ٠,٢٨٩٦٦٤ × ٠,٩٧٦٥ = ٥٢١٨,٥ ج

(تمرين ٢)

دين قيمته الإسمية ١٨٤٥٠ جنيه يستحق الدفع بعد $١٣\frac{١}{٤}$ سنة بمعدل فائدة مركبة إسمي ٤ ٪ سنوياً والفوائد تُضاف في نهاية كل ٣ شهور ، بمعنى أن ($ع_{٤}$ = ٤٪) ، أوجد القيمة الحالية للدين ؟

الحــل :

معدل الفائدة الربع سنوي = $\frac{٤\%}{٤}$ = ١ ٪ ، ن = $١٣\frac{١}{٤}$ × ٤ = ٥٣ ربع

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٨٤٥٠ $(١ + ٠,٠١)^{-٥٣}$

= ١٨٤٥٠ × ٠,٥٩٠١٥٦ = ١٠٨٨٨,٣٨ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

القيمة الحالية للدين = أ = ١٨٤٥٠ × $ع^{٥٣}_{١٪}$ = ١٠٨٨٨,٣٨ جنيه

(تمرين ٣)

أوجد القيمة الحالية التي ينبغي أن تستثمر اليوم بمعدل فائدة مركبة قيمتها ٧,٥ ٪ يتم تعليتها ٦ مرات سنوياً حتى يمكن الحصول على مبلغ ١٨٠٠٠ جنيه بعد ٨ سنوات ؟

الحـــل :

• جـ =القيمه الإسميه = ١٨٠٠٠ • ع = ٧,٥ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف كل شهرين يلزم إيجاد المعدل الإسمى الذي يقابل شهرين ، حيث :

المعدل لشهرين = $\frac{٧,٥ ٪}{٦}$ = ١,٢٥ ٪

• ن = ٨ × ٦ = ٤٨ فتره طول كل منها شهرين .

∴ القيمه الحاليه للمبلغ = أ = ١٨٠٠٠ (١ + ٠,٠١٢٥)$^{-٤٨}$

= ١٨٠٠٠ × ٠,٥٥٠٨٥٦٥ = ٩٩١٥,٤١٧ جنيه

(تمرين ٤)

أراد مدين بمبلغ ٢٣٥٠٠ جنيه تستحق بعد عشر سنوات أن يسدد دينه فوراً ، وقد رحب الدائن بقبوله معاملة المدين بنفس شروط عقد الدين التي تقضي بأن تحتسب فائدة مركبة ٧٪ وتعلى ٤ مرات سنوياً ، فأوجد ما ينبغي أن يدفعه المدين وفاء لدينه .

الحـــل :

• جـ =القيمه الإسميه = ٢٣٥٠٠ • ع = ٧ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف أربع مرات يلزم إيجاد المعدل الذي يقابل ربع سنة ، حيث :

المعدل الربع سنوي = $\frac{7\%}{4}$ = ١,٧٥ ٪

• ن = ١٠ سنوات = ٤٠ فتره طول كل منها ربع سنة ٠

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ٢٣٥٠٠ $(1 + 0{,}0175)^{-40}$

= ٢٣٥٠٠ × ٠,٤٩٩٦٠١ = ١١٧٤٠,٦٢٣ جنيه

(تمرين ٥)

إحسب القيمة الحالية لمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣٠ سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١٢٪ والفائدة يتم تعليها مرتين في السنة

الحـــل :

• جـ = ٥٠٠٠٠ • ع = ١٢ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف مرتين في السنة يُستخدم المعدل النصف سنوي ، حيث :

المعدل النصف سنوي = $\frac{12\%}{2}$ = ٦ ٪

• ن = ٣٠ سنة = ٦٠ فتره طول كل منها نصف سنة ٠

∴ القيمه الحاليه للمبلغ = أ = ٥٠٠٠٠ $(1 + 0{,}06)^{-60}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٣٠٣١٤٣٣٧ = ١٥١٥٧,١٦٩ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

القيمة الحالية للمبلغ = أ = ٥٠٠٠٠ × $ح^{60}_{6\%}$

= ٥٠٠٠٠ × $ح^{50}_{6\%}$ × $ح^{10}_{6\%}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٥٤٢٩ × ٠,٥٥٨٣٩

= ١٥١٥٧,١٦٩ جنيه

(تمرين ٦)

ما هي القيمة الحالية لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ١٠ سنوات على أساس معدل فائدة ٥٪ عن كل نصف سنة ؟

الحـــل :

• جـ = ١٠٠٠٠   • ع = ٥ ٪ (نصف سنوي)

• ن = ١٠ سنوات = ٢٠ فتره طول كل منها نصف سنة .

∴ القيمه الحاليه للدين = أ = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٥)$^{-٢٠}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٣٧٦٨٨٩٥ = ٣٧٦٨,٨٩٥ جنيه

وباستخدام الجدول الثاني :

القيمة الحالية للمبلغ = أ = ١٠٠٠٠ × ع$_{٥٪}^{٢٠}$ = ٣٧٦٨,٨٩٥ جنيه

(تمرين ٧)

إحسب القيمة الحالية لمبلغ ٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد في نهاية ٦ سنوات وثلاثة شهور بمعدل اسمي سنوي ١٢٪ يدفع ٤ مرات في السنة .

الحـــل :

• جـ = ٢٠٠٠   • ع = ١٢ ٪ (سنوي) ، وحيث أن الفوائد تضاف ٤ مرات في السنة يلزم إيجاد المعدل الربع سنوي ، حيث :

المعدل الربع سنوي = $\frac{١٢٪}{٤}$ = ٣ ٪

• ن = ٦ سنوات و ٣ شهور = ٧٥ شهر ÷٣ =٢٥ فتره طول كل منها ربع سنة

∴ القيمه الحاليه للدين = أ =٢٠٠٠ × ع$_{٣٪}^{٢٥}$ = ٢٠٠٠ (١+ ٠,٠٣)$^{-٢٥}$

= ٢٠٠٠ × ٠,٤٧٧٦٠٥٦ = ٩٥٥,٢١ جنيه

(تمرين ٨)

حسبت القيمة الحالية لمبلغ ١٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات بمعدل سنوي للفائدة ووجد أنها تساوي ٧١٢,٩٨٦ جنيه ، فما هو مقدار المعدل المئوي للفائدة ؟

الحــل :

• حيث أن المدة بالسنوات سيكون المعدل الناتج معدل سنوى ، حيث :

• ن = ٥ سنوات ٠

$\because$ المعدل السنوي $= ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{1}{ن}} - ١$

$= \left(\frac{١٠٠٠}{٧١٢,٩٨٦}\right)^{\frac{1}{٥}} - ١$

= ٠,٠٧ = ٧ ٪

(تمرين ٩)

قُدمت كمبيالة استحقاق ٣ سنوات إلى أحد البنوك للخصم ، فبلغت قيمتها الحالية ٢٣٨١,٥ جنيه ، أوجد القيمة الإسمية للكمبيالة علماً بأن معدل الفائدة المركبة ٨ ٪ سنوياً ؟ .

الحــل :

$\because$ جـ = أ (١ + ع)^{ن}

$\therefore$ القيمة الإسمية للكمبيالة = ٢٣١٨,٥ (١ + ٠,٠٨)^{٣}

= ٢٣١٨,٥ × ١,٢٥٧٩

= ٣٠٠٠ جنيه ٠

(تمرين ١٠)

قُدمت كمبيالة قيمتها الإسمية ٢٢٠٠ جنيه استحقاق ٣ سنوات إلى أحد البنوك للخصم ، فبلغ الخصم الصحيح المركب ٥٤٧,١١ جنيه ، أوجد معدل الفائدة المركبة المستخدم ؟ .

الحـــل :

* حيث أن المدة بالسنوات سيكون المعدل الناتج معدل سنوى ، حيث :

* ن = ٣ سنوات .

* أ = القيمة الحالية للكمبيالة = ٢٢٠٠ – ٥٤٧,١١ = ١٦٥٢,٨٩ جنيه

$$\therefore \text{المعدل السنوي} = ع = \left(\frac{جـ}{أ}\right)^{\frac{١}{ن}} - ١ = \left(\frac{٢٢٠٠}{١٦٥٢,٨٩}\right)^{\frac{١}{٣}} - ١$$

$$= ٠,١٠ = ١٠ \%$$

(تمرين ١١)

إذا كانت القيمة الحالية لمبلغ ٩٠٠٠ جنيه على أساس معدل فائدة سنوي ٨٪ هي ٦١٢٥,٢٤٨٨ جنيه . فما هي المدة التي بعدها يستحق المبلغ الأصلي ؟

الحـــل :

* جـ =القيمه الإسميه = ٩٠٠٠   * أ = ٦١٢٥,٢٤٨٨

* المعدل السنوي = ع = ٨٪ ، وستكون المدة ن الناتجة بالسنوات .

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٩٠٠٠}{٦١٢٥,٢٤٨٨}\right)}{لو(١+٠,٠٨)} = \frac{لو(١,٤٦٩٣٢٨)}{لو(١,٠٨)}$$

$$= \frac{٠,١٦٧١١٨٧٧٥}{٠,٠٣٣٤٢٣٧٥٥} = ٥ \text{ سنوات}$$

(تمرين ١٢)

تاجر مدين لآخر بالديون الآتية :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات ،

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات ،

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧ سنوات .

فما هي القيمة الحالية للديون إذا أراد المدين سداد هذه الديون فوراً علماً بأن معدل الفائدة المركبة ١٢٪ سنويا ، ؟ .

الحل :

☒ ع = ١٢ ٪ (سنوي) ، والفوائد تضاف سنوياً

∴ القيمه الحاليه للديون =[١٠٠٠٠ × $\text{ح}^{٣}_{١٢\%}$] +[٢٠٠٠٠ × $\text{ح}^{٥}_{١٢\%}$]

+[٣٠٠٠٠ × $\text{ح}^{٧}_{١٢\%}$]

∴ القيمه الحاليه للديون =

= ١٠٠٠٠$(١,١٢)^{-٣}$ + ٢٠٠٠٠$(١,١٢)^{-٥}$ + ٣٠٠٠٠$(١,١٢)^{-٧}$

=١٠٠٠٠×٠,٧١١٧٨+٢٠٠٠٠×٠,٥٦٧٤٢٧+٣٠٠٠٠×٠,٤٥٢٣٤٩

= **٣٢٠٣٦,٨١٠** جنيه .

(تمرين ١٣)

اذا بلغ رصيد عميل لدي البنك ٥٧٢٠٦,٧٨ جنيه وأتفق مع البنك أن ينوب عنه البنك في شراء له قطعة أرض زراعية له نقداً على أن يقوم العميل بسداد الباقي في شكل أقساط شهرية للبنك وفاء للقرض قيمة كل منها ١٠٠٠ جنيه تدفع في بداية كل شهر ولمدة ٤ سنوات فاذا علم أن معدل الفائدة الإسمي ١٢٪ سنوياً والفائدة تُضاف في نهاية كل شهر ، فاوجد قيمة القرض الذي قدمه البنك للعميل وأوجد الثمن النقدي لقطعة الأرض الزراعية .

الحــل :

قيمة القرض تمثل القيمة الحالية لدفعات فورية عاجلة قيمة كل منها ١٠٠٠ جنيه عدد هذه الدفعات ن = ٤ × ١٢ = ٤٨ دفعة شهرية .

المعدل الشهري = $\frac{١٢\%}{١٢} = ١\ \%$

∵ القيمه الحاليه للدفعه الفورية = $\frac{\text{د}(١+\text{ع})\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = $\frac{١٠٠٠(١+٠,٠١)\left[١-(١+٠,٠١)^{-٤٨}\right]}{٠,٠١}$

= ١٠٠٠ × ٣٨,٣٥٣٦٩٩ = ٣٨٣٥٣,٦٩٩ جنيه = قيمة القرض

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = $\text{د} \times \ddot{\text{ت}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = ١٠٠٠ \times \ddot{\text{ت}}_{\overline{٤٨}|١\%}$

$= ١٠٠٠ \times (\text{ت}_{\overline{٤٧}|١\%} + ١)$

= ١٠٠٠ (٣٧,٣٥٣٦٩٩ + ١)

= ١٠٠٠ × ٣٨,٣٥٣٦٩٩ = ٣٨٣٥٣,٦٩٩ جنيه = قيمة القرض

حيث تم استخراج قيمة $\text{ت}_{\overline{٤٧}|١\%}$ **من الجدول الرابع أمام المده ن = ٤٧ ،**

وفى صفحة المعدل ١٪ فوجد انها = ٣٧,٣٥٣٦٩٩

ويتكون ثمن قطعة الأرض النقدي من مجموع قرض البنك البالغ ٣٨٣٥٣,٦٩٩ جنيه ومن رصيد العميل البالغ ٥٧٢٠٦,٠٨٠ جنيه

الثمن النقدي لقطعة الأرض الزراعية

= ٣٨٣٥٣,٦٩٩ + ٥٧٢٠٦,٠٨٠

= ٩٥٥٥٩,٧٧٩ جنيه

(تمرين ١٤)

أوجد القيمة الحالية لدفعة سنوية مبلغها السنوي ١٠٠٠ جنيه وعدد مبالغها ١٠ ومعدل الفائدة هو ($ع_٢$ = ١٠٪) وذلك اذا كانت الدفعة فورية .

الحل :

- د = ١٠٠٠
- الفتره الزمنيه = سنة
- مدة الدفعات = ١٠ سنوات
- ن = ١٠×١ = ١٠ (دفعات)
- وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، فإن المعدل يجب أن يكون سنوى ، وحيث أن المعدل المعطى معدل إسمي ، نوجد منه المعدل السنوي الحقيقى ع ، حيث :

$ع_٢$ = ١٠٪ ، م = ٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢}$ - ١ = ٠,١٠٢٥

∵ القيمه الحاليه للدفعه الفورية = $\frac{د(١+ع)\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = $\frac{١٠٠٠(١+٠,١٠٢٥)\left[١-(١+٠,١٠٢٥)^{-١٠}\right]}{٠,١٠٢٥}$

= ١٠٠٠ × ٦,٧٠٢٢٣٧٥

= ٦٧٠٢,٢٣٨ جنيه

(تمرين ١٥)

أوجد القيمة الحالية التي يمكن أن يحصل عليها مقترض لدين يريد سداده على أقساط ربع سنوية قيمة كل منها ١٠٠٠ جنيه تدفع في نهاية كل ربع سنة ولمدة ٥ سنوات اذا احتسبت الفوائد المركبة بمعدل (ع ٤ =١٠٪) علما بأن الفائدة المركبة تعلي ٤ مرات سنوياً في الحالات التالية :

١. على أن يبدأ السداد في نهاية الربع سنة التالي لإتفاق عقد القرض
٢. على أن يبدأ السداد في نهاية ربع السنة الذي يستحق بعد خمس سنوات من الاتفاق

الحل :

(١) اذا بدأ المقترض السداد في نهاية ربع السنة التالي للإتفاق فهذا يعني أنها دفعات عادية عاجلة حيث أن :

* د = ١٠٠٠   * الفتره الزمنيه = ربع سنة =٣ شهور
* مدة الدفعات = ٥ سنوات   * ن = (٥×١٢) ÷ ٣ = ٢٠ (دفعة)
* وحيث أن الفتره الزمنيه ربع سنه ، يُستخدم معدل ربع سنوى ، حيث :

المعدل الربع سنوى = $\frac{\text{١٠٪}}{\text{٤}}$ = ٢,٥ ٪

∴ القيمه الحاليه للدفعه = $\frac{\text{١٠٠٠}\left[\text{١} - (\text{١} + \text{٠,٠٢٥})^{-\text{٢٠}}\right]}{\text{٠,٠٢٥}}$

= ١٠٠٠ × ١٥,٥٨٩١٦٢ = ١٥٥٨٩,١٦٢ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × ـــ ن| ع٪ = ١٠٠٠ × ـــ ٢٠| ٢,٥٪

= ١٠٠٠ × ١٥,٥٨٩١٦٢ = ١٥٥٨٩,١٦٢ جنيه

لأن ـــ ٢٠| ٢,٥٪ من الجدول الرابع = ١٥,٥٨٩١٦٢

(٢) أما اذا أجل المدين سداد الأقساط ٥ سنوات ليبدأ بسداد القسط الأول في نهاية الربع الأول من السنة السادسة فان :

وهنا تكون فترة التأجيل = م = ٥ سنوات = ٥×٤ = ٢٠ فترة ربع سنوية

∴ القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة العادية $= \dfrac{\text{د}(١+\text{ع})^{-\text{م}}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

$$= \frac{١٠٠٠(١+٠,٠٢٥)^{-٢٠}\left[١-(١+٠,٠٢٥)^{-٢٠}\right]}{٠,٠٢٥}$$

$= ١٠٠٠ \times ٩,٥١٣٦١٣ = ٩٥١٣,٦١٣$ جنيه ٠

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة $= ١٠٠٠ \times {}_{٢٠|}\text{د}_{\overline{٢٠}|٢,٥\%}$

$$= ١٠٠٠\left(\text{د}_{\overline{٢٠+٢٠}|٢,٥\%} - \text{د}_{\overline{٤٠}|٢,٥\%}\right)$$

$$= ١٠٠٠\left(\text{د}_{\overline{٤٠}|٢,٥\%} - \text{د}_{\overline{٢٠}|٢,٥\%}\right)$$

$$= ١٠٠٠\ (٢٥,١٠٢٧٧٥ - ١٥,٥٨٩١٦٢)$$

$= ٩٥١٣,٦١٣$ جنيه ٠

حيث تم استخراج قيمة $\text{د}_{\overline{٤٠}|٢,٥\%}$ ، $\text{د}_{\overline{٢٠}|٢,٥\%}$ من الجدول الرابع مباشرةً من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ٢,٥ ٪ وأمام الفترات ٤٠ ، ٢٠ ، فوجدنا أنهما على الترتيب ٢٥,١٠٢٧٧٥ ، ١٥,٥٨٩١٦٢

ملحوظة :

يمكن حساب قيم الدفعات $\text{د}_{\overline{٤٠}|٢,٥\%}$ ، $\text{د}_{\overline{٢٠}|٢,٥\%}$ بالآلة الحاسبة ، حيث :

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}}{\text{ع}}$$

(تمرين ١٦)

أوجد جملة ما يحصل عليه المدين في المثال السابق اذا تضمن الاتفاق أن تؤجل دفعات السداد ١٠ سنوات وتحتسب الفائدة المركبة سنوياً في مدة التأجيل وربع سنوياً في مدة السداد .

الحـــل :

تستحق الدفعة الأولى من الدفعات العادية (السداد) المؤجلة هذه بعد انقضاء الربع الأول من السنة الحادية عشر ويراعي التطبيق لايجاد القيمة الحالية أن م = ١٠ سنوات وأن معدل الفائدة ١٠٪ سنوياً لأن الاتفاق يقضي بمعاملة مدة التأجيل من حيث احتساب الفائدة المركبة على أساس سنوي وليس على أساس فترات دورية ربع سنوية . أما دفعات السداد التي تدفع في نهاية كل ربع سنة ولمدة ٥ سنوات فيحافظ على صفتها الدورية ربع السنوية .

- **د = ١٠٠٠**
- **ع = ٢,٥٪ ربع سنوي**
- **الفتره الزمنيه = ربع سنة**
- **مدة الدفعات = ٥ سنوات أي أن : ن = ٢٠ فترة (دفعة)**

∴ القيمة الحالية للدفعة = د × $_{م|}$ د $_{\overline{ن}|ع٪}$

$$= (١+ع)^{-م} \times \frac{د\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$$

$$= (١+٠,١٠)^{-١٠} \times \frac{١٠٠٠\left[١-(١+٠,٠٢٥)^{-٢٠}\right]}{٠,٠٢٥}$$

$$= ١٠٠٠ \times ٠,٣٨٥٥٤٣ \times ١٥,٥٨٩١٦٢$$

= ٦٠١٠,٢٩٧ جنيه

(تمرين ١٧)

ماهي القيمة التي يدفعها مقترض أتفق على سداد القرض على دفعات ربع سنوية متساوية قيمة كل منها ٢٥٠٠ جنيه تدفع في نهاية كل ربع سنة لمدة ٥ سنوات على أن يتأخر السداد لمدة ٥ سنوات وتعلى الفائدة المركبة أربع مرات سنوياً طول مدة القرض بمعدل اسمي ٦٪ .

الحــل :

* د = ٢٥٠٠   * الفتره الزمنيه = ربع سنة
* مدة الدفعات = ٥ سنوات أي أن : ن = ٢٠ فترة (دفعة)

وبجعل الفتره الزمنيه ربع سنه ، فإن المعدل يجب أن يكون ربع سنوى

المعدل الربع سنوى = $\frac{٦\%}{٤}$ = ١,٥ ٪

فترة التأجيل = م = ٥ سنوات = ٥×٤ = ٢٠ فترة ربع سنوية

∴ القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة العادية = $\frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$$= \frac{٢٥٠٠(١+٠,٠١٥)^{-٢٠}\left[١-(١+٠,٠١٥)^{-٢٠}\right]}{٠,٠١٥}$$

= ٢٥٠٠ × ٠,٧٤٢٤٧٠٤ × ١٧,١٦٨٦٣٩ = ٣١٨٦٨,٠٢ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة = $٢٥٠٠ \times {}_{٢٠|}د_{\overline{٢٠}|١,٥\%}$

$$= ٢٥٠٠\left(د_{\overline{٤٠}|١,٥\%} - د_{\overline{٢٠}|١,٥\%}\right)$$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ٢٥٠٠ (٢٩,٩١٥٨٤٥٢ – ١٧,١٦٨٦٣٩)

= ٣١٨٦٨,٠١٦ جنيه ٠

(تمرين ١٨)

أوجد القيمة التي يدفعها البنك الآن لجمعية خيرية نيابة عن عميله الذي اتفق مع البنك على أن يسدد ما يستحق له من دفعات ثلث سنوية قيمة كل منها ٣٥٠٠ جنيه تدفع في أول كل ثلث سنة ولمدة ١٠ سنوات تبدأ بعد ٥ سنوات وعلى أن معدل الفائدة المركبة ٦٪ سنوياً والفائدة تُضاف كل أربع شهور ؟.

الحـــل :

ن = ١٠ × ٣ = ٣٠ فترة ثلث سنوية

م = ٥ × ٣ = ١٥ فترة ثلث سنوية

ع =٦٪ ÷ ٣ = ٢٪ ثلث سنوي .

المبلغ الذي يتولى البنك دفعة للجمعية الخيرية عبارة عن القيمة الحالية لدفعات متساوية عددها ٣٠ دفعة ثلث سنوية تدفع في أول كل ثلث سنة على أن يؤجل السداد لمدة ٥ سنوات أى ١٥ فترة ثلث سنوية .

∴ المبلغ المدفوع من قبل البنك = القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة الفورية =

$$= \frac{٣٥٠٠(١+٠,٠٢)^{-١٥+١}\left[١-(١+٠,٠٢)^{-٣٠}\right]}{٠,٠٢}$$

= ٣٥٠٠ × ٠,٧٥٧٨٧٥ × ٢٢,٣٩٦٤٥٦ = ٥٩٤٠٨ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة = ٣٥٠٠ × ١٥|ت $\overline{٣٠}|$ ٢٪

= ٣٥٠٠ (د $\overline{٤٤}|$ ٢٪ − د $\overline{١٤}|$ ٢٪)

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ٣٥٠٠ (٢٩,٠٧٩٩٦٣ − ١٢,١٠٦٢٤٩)

= ٥٩٤٠٨ جنيه

(تمرين ١٩)

أودع شخص مبلغ ٣٥٠٠ جنيه سنوياً لمدة ١٢ سنة وأول مبلغ مودع بعد ٥ سنوات من الاتفاق على الايداع – فما هي القيمة الحالية لهذه الدفعات اذا كان معدل الفائدة المركبة ($ع_٢$ = ١١,٦٦ ٪) ، وذلك :

(أ) اذا كانت الدفعة عادية

(ب) اذا كانت الدفعة فورية .

الحـــل :

• د = ٣٥٠٠   • الفتره الزمنيه = سنة

• ن = ١٢×١ = ١٢ (دفعة)

• وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، فإن المعدل يجب أن يكون سنوى ، وحيث أن المعدل المعطى معدل إسمي ، نوجد منه المعدل السنوي الحقيقى ع، حيث :

• $ع_٢$ = ١١,٦٦٪   ، م = ٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = $ع = \left(١ + \frac{٠,١١٦٦}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,١٢$

(أ) اذا كانت الدفعة عادية :

اذا كانت الدفعة عادية نجد أن مدة التأجيل = ٤ سنوات ونجد أن:

∴ القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة العادية = $\frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$= \frac{٣٥٠٠(١+٠,١٢)^{-٤}\left[١-(١+٠,١٢)^{-١٢}\right]}{٠,١٢}$

= ٣٥٠٠ × ٠,٦٣٥٥١٨ × ٦,١٩٤٣٧٤

= ١٣٧٧٨,٢٣ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = ٣٥٠٠ × ٤| د $\overline{١٢}|$ ١٢٪

= ٣٥٠٠ [د $\overline{١٦}|$ ١٢٪ − د $\overline{٤}|$ ١٢٪]

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ٣٥٠٠ (٦,٩٧٣٩٨٦ − ٣,٠٣٧٣٤٩٣)

= ١٣٧٧٨,٢٢٩ جنيه .

(ب) القيمة الحالية للدفعة الفورية :

اذا كانت الدفعة فورية نجد أن مدة التأجيل = ٥ سنوات ونجد أن:

القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة الفورية = $\frac{د (١ + ع)^{-م+١} [١ - (١ + ع)^{-ن}]}{ع}$

= $\frac{٣٥٠٠ (١ + ٠,١٢)^{-٥+١} [١ - (١ + ٠,١٢)^{-١٢}]}{٠,١٢}$

= ٣٥٠٠ × ٠,٦٣٥٥١٨ × ٦,١٩٤٣٧٤ = ١٣٧٧٨,٢٣ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = ٣٥٠٠ × ٥| ت $\overline{١٢}|$ ١٢٪

= ٣٥٠٠ (د $\overline{١٦}|$ ١٢٪ − د $\overline{٤}|$ ١٢٪)

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ٣٥٠٠ (٦,٩٧٣٩٨٦ − ٣,٠٣٧٣٤٩٣)

= ١٣٧٧٨,٢٢٩ جنيه .

وهي نفس النتيجة السابقة للدفعة العادية .

حيث تم استخراج قيمة د $\overline{١٦}|$ ١٢٪ ، د $\overline{٤}|$ ١٢٪ من الجدول الرابع مباشرةً من الجداول الماليه ، وذلك فى صفحة المعدل ١٢ ٪ وأمام الفترات ١٦ ، ٤ ، فوجدنا أنهما على الترتيب ٦,٩٧٣٩٨٦ ، ٣,٠٣٧٣٤٩٣

(تمرين ٢٠)

في ٢٠٠٠/١/١ اتفق شخص مع أحد البنوك على أن ينوب عنه في سداد دفعة مقدارها ١٥٠٠ جنيه سنوياً ولمدة ٥ سنوات وتدفع لأول مرة في ٢٠٠٥/١/١ أوجد ما يجب دفعه للبنك في ٢٠٠٠/١/١ مقابل هذه العملية اذا كانت الفوائد المركبة تحسب بمعدل (ع ٢ = ٨,٨١ ٪) .

الحــل :

* د = ١٥٠٠ * الفتره الزمنيه = سنة * ن = ٥×١ = ٥ (دفعات)

وحيث أن الفتره الزمنيه سنه ، فإن المعدل يجب أن يكون سنوى ، وحيث أن المعدل المعطى معدل إسمي ، نوجد منه المعدل السنوي الحقيقى ع، حيث :

ع ٢ = ٨,٨١٪ ، م = ٢

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{0.0881}{2}\right)^{2} - 1 = 0.09$

(أ) اذا كانت الدفعة عادية : تكون مدة التأجيل = ٤ سنوات

∴ القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة العادية = $\frac{د(1+ع)^{-م}\left[1-(1+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$= \frac{1500(1+0.09)^{-4}\left[1-(1+0.09)^{-5}\right]}{0.09}$

= ١٥٠٠ × ٠,٧٠٨٤٢٥ × ٣,٨٨٩٦٥١ = ٤١٣٣,٢٩ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القيمة الحالية للدفعة = ١٥٠٠ × ٤| د ٥| ٩٪

= ١٥٠٠ (د ٩| ٩٪ − د ٤| ٩٪)

= ١٥٠٠ (٥,٩٩٥٢٤٧ − ٣,٢٣٩٧٢) = ٤١٣٣,٢٩ جنيه

(ب) <u>القيمة الحالية للدفعة الفورية :</u>

اذا كانت الدفعة فورية نجد أن مدة التأجيل = ٥ سنوات ونجد أن:

$$\text{القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة الفورية} = \frac{\text{د}(١+\text{ع})^{-\text{م}+١}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$= \frac{١٥٠٠(١+٠,٠٩)^{-٥+١}\left[١-(١+٠,٠٩)^{-٥}\right]}{٠,٠٩}$$

= ١٥٠٠ × ٠,٧٠٨٤٢٥ × ٣,٨٨٩٦٥١ = ٤١٣٣,٢٩ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة = ١٥٠٠ × ٥| $\text{ت}_{\overline{٥}|٩\%}$

$= ١٥٠٠ \left(\text{د}_{\overline{٩}|٩\%} - \text{د}_{\overline{٤}|٩\%} \right)$

= ١٥٠٠ (٥,٩٩٥٢٤٧ – ٣,٢٣٩٧٢) = ٤١٣٣,٢٩ جنيه

وبالتالي سنصل لنفس النتيجة السابقة للدفعة العادية .

(تمرين ٢١)

أوجد القيمة الحالية لأقساط عادية ربع سنوية تُدفع بعد سنة من الآن وتستمر لمدة ٣ سنوات علماً بأن مبلغ القسط ٢٠٠ جنيه ومـــــعدل الفائدة $\text{ع}_{١٢}$ = ٦ ٪ ٠٤.

الحـــل :

لأن الأقساط ربع سنوية يلزم وجود المعدل الربع سنوي ، ولذلك نوجد معدل الفائدة الحقيقي (ع) ، ومنه نوجد ($\text{ع}_{٤}$) ثم نقسمه على ٤ ، فنحصل على المعدل الربع سنوي ، وذلك على النحو التالي :

$$\text{معدل الفائده الحقيقى} = \text{ع} = \left(١+\frac{٠,٠٦}{١٢}\right)^{١٢} - ١ = ٠,٠٦١٦٧٧٨$$

∴ معدل الفائده الإسمي = $ع_٤$

$$= ٤\left((١ + ٠,٠٦١٦٧٧٨)^{\frac{١}{٤}} - ١\right) = ٠,٠٦٠٣$$

∴ معدل الفائدة الربع سنوي = $\frac{٠,٠٦٠٣}{٤}$ = ٠,٠١٥٠٧٥

وفى هذه الحاله تكون فترة التأجيل = م = سنة = ٤ فترات ربع سنوية ٠

∴ القيمه الحاليه للدفعه المؤجلة العادية = $\frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$$= \frac{٢٠٠(١+٠,٠١٥٠٧٥)^{-٤}\left[١-(١+٠,٠١٥٠٧٥)^{-١٢}\right]}{٠,٠١٥٠٧٥}$$

= ٢٠٠ × ٠,٩٤١٩٠٦ × ١٠,٩٠٢٤١١

= ٢٠٥٣,٨١ جنيه

<u>وبطريقة أخرى</u> :

∴ القيمة الحالية للدفعة = ٢٠٠ × ${}_{٤|}د_{\overline{١٢}|٪١,٥٠٧٥}$

= ٢٠٠ $\left(د_{\overline{١٦}|٪١,٥٠٧٥} - د_{\overline{٤}|٪١,٥٠٧٥}\right)$

حيث :

- $د_{\overline{١٦}|٪١,٥٠٧٥} = \frac{١-(١+٠,٠١٥٠٧٥)^{-١٦}}{٠,٠١٥٠٧٥} = ١٤,١٢٢٨٣$
- $د_{\overline{٤}|٪١,٥٠٧٥} = \frac{١-(١+٠,٠١٥٠٧٥)^{-٤}}{٠,٠١٥٠٧٥} = ٣,٨٥٣٦٧٨$

∴ القيمه الحاليه للدفعه = ٢٠٠ (١٤,١٢٢٨٣ – ٣,٨٥٣٦٧٨)

= ٢٠٥٣,٨٢٩ جنيه ٠

(تمرين ٢٢)

أرض زراعية صافي ريعها السنوي ٢٠٠٠٠ جنيه . ما هو الثمن الواجب دفعه لشرائها الآن اذا كان ($ع_٢$ = ١٠ ٪) في الحالتين التاليتين :

(أ) اذا كان ريعها الأرض يستحق في آخر السنة (عادية) .

(ب) اذا كان ريعها الأرض يستحق فور استلامها (فورية) .

الحــل :

* الدفعة لا نهائية   * د = ٢٠٠٠٠   * الفتره الزمنيه = سنة

* يجب أن يكون المعدل سنوى ، وحيث أن المعدل المعطى معدل إسمي ، نوجد منه المعدل السنوي الحقيقى ع ، حيث :

$ع_٢$ = ١٠٪ ، م = ٢

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢}$ − ١ = ٠,١٠٢٥

(أ) اذا كان ريع الأرض يستحق في آخر السنة.

∴ ثمن الأرض = ٢٠٠٠٠ × $د_{\overline{\infty}|١٠,٢٥٪}$ = ٢٠٠٠٠ × $\frac{١}{ع}$

= ٢٠٠٠٠ × $\frac{١}{٠,١٠٢٥}$ = ١٩٥١٢١,٩٥ جنيه.

(ب) ريع الأرض يستحق في أول كل سنه : (دفعة فورية لانهائية)

∴ ثمن الأرض = ٢٠٠٠٠ × $\ddot{د}_{\overline{\infty}|١٠,٢٥٪}$ = ٢٠٠٠٠ × $\left(١+\frac{١}{ع}\right)$

= ٢٠٠٠٠ × $\left(١+\frac{١}{٠,١٠٢٥}\right)$

= ٢١٥١٢١,٩٥ جنيه.

(تمرين ٢٣)

تقدر احدى الشركات أنه من الممكن أن تحصل على ايراد قدره ١٢٠٠٠ جنيه لمدى الحياة من أحد أصولها وذلك في نهاية كل ستة أشهر ، ما هو الثمن الذي يمكن ان تدفعه الشركة مقابل هذا الأصل اذا كانت الفوائد المركبة تحسب على أساس معدل (ع = ١٠٪) ؟

الحـــل :

• د = ١٢٠٠٠   • الفتره الزمنيه = نصف سنة

• يجب أن يكون المعدل نصف سنوى ، ولذلك نوجد $ع_2$ ثم نقسمه على ٢ لنحصل على المعدل المطلوب على النحو التالي :

∴ معدل الفائده الإسمي = $ع_2 = ٢\left((١+٠,١٠)^{\frac{١}{٢}} - ١\right)$

$= ٠,٠٩٧٦$

∴ معدل الفائدة النصف سنوي = $\frac{٠,٠٩٧٦}{٢} = ٠,٠٤٨٨$

وحيث أن ريع الأصل يستحق في آخر كل فترة نصف سنوية وبصفة دائمة ، يكون :

∴ ثمن شراء الأصل $= ١٢٠٠٠٠ \times د_{\overline{\infty}|٤,٨٨\%}$

$= ١٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع}$

$= ١٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٠٤٨٨}$

$=$ ٢٤٥٩٠١,٦٤ جنيه.

(تمرين ٢٤)

ثري بالمنصورة يريد أن يخصص مبلغ ٩٠٠٠٠ جنيه تدفع في نهاية كل سنة بصورة دائمة (حال حياته ومن بعد مماته) لتكون بمثابة مكافآت تفوق للطلبة المتفوقين في أحدى الجامعات ، ما هي قيمة هذا التبرع اذا كانت الفوائد المركبة تحسب بمعدل ($ع_٢$ = ٨,٨١ ٪) .

الحـــل :

- د = ٩٠٠٠٠
- الفتره الزمنيه = سنة
- حيث أن الفتره الزمنيه سنه ، فإن المعدل يجب أن يكون سنوى ، وحيث أن المعدل المعطى معدل إسمي ، نوجد منه المعدل السنوي الحقيقى ع، على النحو التالي :

$ع_٢$ = ٨,٨١٪ ، م = ٢

$$\text{معدل الفائده الحقيقى} = ع = \left(١ + \frac{٠,٠٨٨١}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,٠٩$$

وحيث أن مكافآت التفوق تُصرف في آخر كل سنة وبصفة دائمة ، يكون مبلغ التبرع بمثابة القيمة الحالية لدفعة دائمة عادية معجله :

∴ مبلغ التبرع $= ٩٠٠٠٠ \times د_{\overline{\infty}|٩٪}$

$$= ٩٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع}$$

$$= ٩٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,٠٩}$$

= ١٠٠٠٠٠٠ جنيه.

(تمرين ٢٥)

أصل ثابت يُقدر إيراده السنوي بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه يتم الحصول عليه في نهاية كل سنة . ما هو الثمن الواجب دفعه لشرائه الآن اذا كان معدل الفائدة المركبة ($\text{ع}_{٤}$ = ١٢ ٪) ، علما بأن إيراد الأصل لن يتمكن من الحصول عليه إلا بعد ٥ سنوات من الآن ؟

الحـــل :

* د = ١٥٠٠٠   * الفتره الزمنيه = سنة

* يجب أن يكون المعدل سنوى ، ولذلك نوجد المعدل الحقيقى السنوي ع

$\text{ع}_{٤}$ = ١٢٪ ، م = ٤

$$\text{معدل الفائده الحقيقى} = \text{ع} = \left(١ + \frac{٠,١٢}{٤}\right)^{٤} - ١ = ٠,١٢٥٥$$

وحيث أن إيراد الأصل يتم الحصول عليه في آخر كل سنة.

$$\therefore \text{ثمن الأصل} = ١٢٠٠٠ \times {}_{٥|}\text{د}_{\overline{\infty}|١٢,٥٥\%} = \text{د}\,(١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$= ١٢٠٠٠ \times (١ + ٠,١٢٥٥)^{-٥} \times \frac{١}{٠,١٢٥٥}$$

$$= ٥٢٩٤٣,١٨ \text{ جنيه.}$$

أو

$$\text{ثمن الأصل} = ١٢٠٠٠ \times {}_{٦|}\text{ت}_{\overline{\infty}|١٢,٥٥\%} = \text{د}\,(١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(١ + \frac{١}{\text{ع}}\right)$$

$$= ١٢٠٠٠\,(١ + ٠,١٢٥٥)^{-٦} \times \left(١ + \frac{١}{٠,١٢٥٥}\right)$$

$$= ٥٢٩٤٣,١٨ \text{ جنيه .}$$

(تمرين ٢٦)

أمام احدى الشركات عرض بشراء أصل ثابت يدر ايراد قدره ٥٠٠٠ جنيه لمدى الحياة في نهاية كل ستة أشهر ، وبصفتك خبير في رياضيات الإستثمار ما هو الثمن الذي يمكن ان تدفعه الشركة مقابل هذا الأصل اذا كانت الفوائد المركبة تحسب على أساس معدل (ع = ٩,٥٪) ، علماً بأن إيراد الأصل لن يتأتى إلا بعد ٥ سنوات من تاريخ الشراء ؟

الحــل :

* د = ٥٠٠٠   * الفتره الزمنيه = نصف سنة

يجب أن يكون المعدل نصف سنوى ، ولذلك نوجد المعدل السنوي الإسمي $\text{ع}_{٢}$ ثم نقسمه على ٢ لنحصل على المعدل المطلوب على النحو التالي :

$$\therefore \text{معدل الفائده الإسمي} = \text{ع}_{٢} = ٢\left((١ + ٠,٠٩٥)^{\frac{١}{٢}} - ١\right) = ٠,٠٩٢٨$$

$$\therefore \text{معدل الفائدة النصف سنوي} = \frac{٠,٠٩٢٨}{٢} = ٠,٠٤٦٤$$

وحيث أن إيراد الأصل يتم في آخر كل سنة.

$$\therefore \text{ثمن الأصل} = ٥٠٠٠ \times {}_{٥|}\text{د}_{\overline{\infty}|٤,٦٤\%} = \text{د}\ (١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$= ٥٠٠٠ \times (١ + ٠,٠٤٦٤)^{-٥} \times \frac{١}{٠,٠٤٦٤} = ٨٥٨٩٤,١١ \text{ ج}$$

أو

$$\text{ثمن الأصل} = ٥٠٠٠ \times {}_{٦|}\text{ت}_{\overline{\infty}|٤,٦٤\%} = \text{د}\ (١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(١ + \frac{١}{\text{ع}}\right)$$

$$= ٥٠٠٠\ (١ + ٠,٠٤٦٤)^{-٦} \times \left(١ + \frac{١}{٠,٠٤٦٤}\right) = ٨٥٨٩٤,١١$$

(تمرين ٢٧)

ثري يريد أن يخصص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تدفع في نهاية كل سنة بصورة دائمة كوقف لأحد المساجد بدءاً من ١٠ سنوات من الآن ، فما هو المبلغ الذي يجب أن يودعه في أي جهة إستثمارية للوفاء بهذا الغرض اذا كانت الفوائد المركبة تحسب بمعدل ($ع_٢$ = ٨ ٪)

الحـــل :

* د = ١٠٠٠٠   * الفتره الزمنيه = سنة

** يجب أن يكون المعدل سنوى ، ولذلك نوجد المعدل الحقيقى ع، حيث :

$ع_٢$ = ٨٪   ، م = ٢

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,٠٨}{٢}\right)^{٢}$ − ١ = ٠,٠٨١٦

∴ المبلغ الواجب إيداعه = ١٠٠٠٠ × $_{١٠|}د_{\overline{\infty}|٨,١٦٪}$

$$= ١٠٠٠٠ \times (١+٠,٠٨١٦)^{-١٠} \times \frac{١}{٠,٠٨١٦}$$

= ٥٥٩٢٩,٧٧ جنيه

أو

المبلغ الواجب إيداعه = ١٠٠٠٠ × $_{١١|}\ddot{د}_{\overline{\infty}|٨,١٦٪}$

$$= د\ (١+ع)^{-م} \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)$$

$$= ١٠٠٠٠\ (١+٠,٠٨١٦)^{-١١} \times \left(١+\frac{١}{٠,٠٨١٦}\right)$$

= ٥٥٩٢٩,٧٧ جنيه

(تمرين ٢٨)

قطعة أرض زراعية يُقدر ريعها في نهاية كل سنة بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه ، فإذا كان شرط عقد الشراء أن لا يحصل المشتري على ريع تلك الأرض إلا بعد مرور ٥ سنوات من تاريخ الإتفاق ، فما هو الثمن المناسب لتلك الأرض علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد هو ٨ ٪ سنوياً ؟.

الحــل :

* د = ١٠٠٠٠   * الفتره الزمنيه = سنة
* المعدل سنوى = ٨٪

ثمن شراء الأرض = القيمة الحالية لإيرادها

∴ ثمن شراء الأرض $= \text{٥٠٠٠٠} \times \text{٥}|\text{د}_{\overline{\infty}|\text{٨٪}}$

$$= \text{٥٠٠٠٠} \times (\text{١}+\text{٠,٠٨})^{-\text{٥}} \times \frac{\text{١}}{\text{٠,٠٨}}$$

$$= \text{٥٠٠٠٠} \times \text{٨,٥٠٧٣}$$

$$= \text{٤٢٥٣٦٤,٥} \text{ جنيه}$$

أو

ثمن شراء الأرض $= \text{٥٠٠٠٠} \times \text{٦}|\text{ت}_{\overline{\infty}|\text{٨٪}}$

$$= \text{د} \, (\text{١}+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(\text{١} + \frac{\text{١}}{\text{ع}}\right)$$

$$= \text{٥٠٠٠٠} \, (\text{١}+\text{٠,٠٨})^{-\text{٦}} \times \left(\text{١} + \frac{\text{١}}{\text{٠,٠٨}}\right)$$

$$= \text{٥٠٠٠٠} \times \text{٨,٥٠٧٣}$$

$$= \text{٤٢٥٣٦٤,٥} \text{ جنيه}$$

خلاصة الفصل الثالث

(١) القيمة الحالية لمبلغ = أ = جـ (١ + ع)$^{-ن}$

(٢) القيمة الحالية لمبلغ = أ = جـ × ح$^{ن}_{ع ٪}$

(٣) القيمه الحاليه لعدة مبالغ بالفائده المركبه =

= القيمه الحاليه للمبلغ الأول + القيمه الحاليه للمبلغ الثانى + القيمه الحاليه للمبلغ الثالث + ...

(٤) $د_{\overline{ن}|ع٪} = \frac{\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

(٥) القيمه الحاليه لدفعه معجلة مؤقته عاديه =

$= د \times د_{\overline{ن}|ع٪} = \frac{د\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

(٦) $\ddot{د}_{\overline{ن}|ع٪} = \frac{(١+ع)\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

(٧) القيمه الحاليه لدفعه فورية مؤقته مبلغها (د) بمعدل فائده مركبه (ع ٪) =

$= د \times \ddot{د}_{\overline{ن}|ع٪} = \frac{د(١+ع)\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

(٨) $\ddot{د}_{\overline{ن}|ع٪} = د_{\overline{ن-١}|ع٪} + ١$

(٩) القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها الدوري (د) =

$= \frac{د(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

(١٠) $_{م|}د_{\overline{ن}|ع٪} = د_{\overline{ن+م}|ع٪} - د_{\overline{م}|ع٪}$

(١١) القيمه الحاليه لدفعه محدوده مؤجلة عاديه مبلغها الدوري (د) =

$$= د \left[^{د}\overline{ن+م}|_{ع٪} - ^{د}\overline{م}|_{ع٪} \right]$$

(١٢) $$م|\ddot{ت}\ \overline{ن}|_{ع٪} = ^{د}\overline{ن+م-١}|_{ع٪} - ^{د}\overline{م-١}|_{ع٪}$$

(١٣) القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المعجلة العادية $= ^{د}\overline{\infty}|_{ع٪} = \frac{١}{ع}$

(١٤) القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المعجلة الفورية =

$$\ddot{ت}\ \overline{\infty}|_{ع٪} = ١ + ^{د}\overline{\infty}|_{ع٪} = ١ + \frac{١}{ع}$$

(١٥) القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المؤجلة العادية =

$$م|د\ \overline{\infty}|_{ع\%} = (١+ع)^{-م} \times \frac{١}{ع}$$

$$\therefore د \times م|د\ \overline{\infty}|_{ع\%} = د\ (١+ع)^{-م} \times \frac{١}{ع}$$

(١٦) القيمه الحاليه للدفعة اللانهائية المؤجلة الفورية =

$$م|\ddot{ت}\ \overline{\infty}|_{ع\%} = (١+ع)^{-م} \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)$$

$$\therefore د \times م|\ddot{ت}\ \overline{\infty}|_{ع\%} = د\ (١+ع)^{-م} \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)$$

(١٧) $$\frac{١}{^{د}\overline{ك}|_{ع\%}} - ع = \frac{١}{\overrightarrow{ج}\ \overline{ك}|_{ع\%}}$$

(١٨) القيمة الحالية للدفعة الدائمة التي تُدفع كل (ك) من الفترات هي :

$$= \frac{د}{ع} \left(\frac{١}{^{د}\overline{ك}|_{ع\%}} - ع \right)$$

تمارين على الفصل الثالث

(١) إحسب القيمة الحالية لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات بمعدل فائدة حقيقي سنوي ٨٪. وما مقدار الخصم في هذه الحالة ؟

(٢) إحسب القيمة الحالية لمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ سنوات بمعدل خصم سنوي ٨٪ . وما مقدار الخصم في هذه الحالة ؟

(٣) ما مقدار القيمة الحالية والخصم في التمرين (١) إذا كان ع٤ = ١٢٪؟

(٤) ما مقدار القيمة الحالية في التمرين (٢) إذا كان المعدل السنوي الاسمي يدفع ثلاث مرات في السنة ؟

(٥) ما مقدار القيمة الحالية في التمرين رقم (١) إذا كانت المدة ٥ سنوات وثلاثة شهور ؟

(٦) أوجد القيمة الحالية لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ سنوات وربع وإذا كان المعدل السنوي الاسمي ٩٪ والفوائد تضاف في نهاية كل ثلاث شهور .

(٧) إذا كانت القيمة الحالية لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ سنوات ونصف هي ٧٣٠٦,٤٧ جنيه ، أوجد المعدل الاسمي السنوي المستخدم إذا كانت الفوائد تضاف شهرياً .

(٨) كمبيالة قيمتها الإسمية ١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد فى ٢٠٠٣/٧/١ قطعت في بنك مصر في ٢٠٠٠/١/١على أساس الفائده المركبه بمعدل ٥٪ نصف سنوي ، أوجد القيمه الحاليه للكمبيالة ؟

(٩) أوجد القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه ١٢٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٧ سنوات من الآن وذلك على أساس الفائده المركبه بمعدل ع٢ = ٩٪

(١٠)حُسبت القيمه الحاليه لسند إذنى يستحق السداد بعد ١٠ سنوات من الآن فوُجدت أنها تبلغ ٢٤٠٩,٠٣ جنيه ، وذلك على أساس معدل خصم مركب قدره ١٠٪ سنوياً ، فالمطلوب حساب القيمة الإسمية للسند الإذني ؟

(١١)حُسبت القيمه الحاليه لدين قيمته الإسميه ٢٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات فوُجدت أنها تبلغ ١١٩٣٦٢,٤٧٣ جنيه ، وذلك على أساس الفائده المركبه وأن الفوائد يتم تعليتها على الأصل فى نهاية كل ٣ شهور ، فالمطلوب حساب معدل الخصم ؟

(١٢) تاجر مدين بالديون التاليه لأحد المصارف التجاريه :

٢٠٠٠ جنيه تسنحق بعد ٥ سنوات من الآن .

٤٠٠٠ جنيه تسنحق بعد ٧ سنوات من الآن .

٦٠٠٠ جنيه تسنحق بعد ١٠ سنوات من الآن .

والمطلوب حساب القيمه الحاليه لهذه الديون الآن على أساس معدل الفائدة المركبة ($ع_٢$ = ٨ ٪) ؟ .

(١٣) تاجر مدين بالديون التاليه في بداية عام ١٩٩٩م لأحد الأشخاص :

٣٠٠٠ جنيه تستحق في ١ /١/ ٢٠٠٠م.

٥٠٠٠ جنيه تستحق في ٣١ /١٢/ ٢٠٠٥م.

٤٥٠٠ جنيه تستحق في ١ /٧/ ٢٠٠٦م.

فما هي القيمة الحالية لهذه الديون على أساس معدل الفائدة المركبة ($ع_٢$ = ١٠٪) ؟ .

(١٤) إقترض تاجر الديون التاليه على أساس الفائدة المركبة بمعدل فائدة ٩ ٪ سنوياً ، والفائدة يتم تعليتها على الأصل كل ثلث سنة :

٥٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات ٠

٦٠٠٠ جنيه لمدة ٥ سنوات ٠

مبلغ ما لمدة ٦ سنوات ٠

فإذا علمت أن القيمة الحالية لهذه الديون تبلغ ١٢٥٠٠ جنيه ، المطلوب حساب قيمة الدين الثالث ؟٠

(١٥) شخص مدين بالديون التالية الديون التاليه على أساس الفائدة المركبة بمعدل فائدة (ع = ٨٪)

٧٠٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات ٠

٩٠٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات ٠

٨٠٠٠ جنيه لمدة ما ؟؟ ٠

فإذا علمت أن القيمة الحالية لهذه الديون تبلغ ١٩٠٠٠ جنيه ، المطلوب حساب مدة استحقاق الدين الثالث ؟٠

(١٦) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

٢٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ سنوات

١٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ١٠ سنوات

فاذا أراد المدين سداد هذه الديون جميعهـا فوراً . المطلوب حساب ما يسدده المدين على أساس معدل الفائدة المركبة (ع ٤ = ١٢٪) ؟ ٠

(١٧) تعاقد شخص على شراء عقار واتفق مع البائع على أن يسدد له الثمن على ١٠ دفعات سنويه عاديه قدر كل منها ٥٠٠٠ جنيه ، وبحيث أن يبدأ سريان هذه

الدفعات بعد ٥ سنوات كفترة تأجيل ، والمطلوب حساب الثمن الفوري للعقار إذا كان معدل الفائدة المركبه السائد فى السوق وقت الشراء هو ١٠٪ سنوياً ؟

(١٨) دين قيمته الحاليه ١٠٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ٥ سنوات ، وأراد المدين أن يسدده على دفعات سنويه يُدفع كل منها فى بداية كل سنه خلال المدة المذكورة ، فاوجد قيمة الدفعة إذا كانت الفائدة المركبه معدلها ٣ ٪ كل نصف سنه ؟.

(١٩) احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية مقدارها ٢٠٠٠ جنيه تدفع في آخر كل ربع سنة لمدة ٢٠ سنة وذلك بمعدل فائدة ($ع_٤$ = ١٦٪) .

(٢٠) أراد أحد الأشخاص أن يتبرع لجمعية خيرية بمبلغ ٥٠٠ جنيه كل أربعة شهور يدفع المبلغ في آخر كل فترة زمنية ولمدة ٥ سنوات لكي يضمن سداد هذا المبلغ اتفق مع أحد البنوك على أن يقوم بالسداد نيابة عنه في المواعيد المحددة في مقابل أن يسدد هو للبنك القيمة الحالية للدفعة ، فما مقدار المبلغ الذي يسدده لو أن الفوائد حسبت بمعدل ($ع_٣$= ١٢٪) ؟

(٢١) ما مقدار القيمة الحالية لدفعة سنوية فورية مدتها ٢٠ سنة ومقدارها السنوي ١٠٠٠ جنيه على اعتبار أن معدل الفائدة ٨٪ سنوياً ؟

(٢٢) أحسب القيمة الحالية لدفعة فورية سنوية عادية مقدارها ١٠٠ جنيه ومدتها ١٥ سنة مؤجلة ١٠ سنوات اذا كان معدل الفائدة السنوي ٧٪.

(٢٣) احسب القيمة الحالية لدفعة سنوية مقدارها ١٠٠٠ جنيه ومدتها ١٥ سنة ومؤجلة ١٠ سنوات اذا كان معدل الفائدة السنوي ٦٪ .

(٢٤) في ١٩٩٥/١/١ اتفق شخص مع أحد البنوك على أن يقوم بسداد دفعة مقدارها ٢٠٠٠ جنيه كل ٦ شهور ولمدة ٥ سنوات وتدفع لأول مرة

في ١/١/٢٠٠٠م أوجد ما يجب دفعه للبنك في ١/١/١٩٩٥ مقابل هذه الدفعة اذا كانت الفوائد المركبة تحسب بمعدل (ع٢ = ١٢ ٪) .

(٢٥) أوجد القيمة التي يدفعها البنك الآن لجمعية خيرية نيابة عن عميله الذي اتفق مع البنك على أن يسدد ما يستحق له من دفعات ربع سنوية قيمة كل منها ١٥٠٠ جنيه تدفع في أول كل ربع سنة ولمدة ١٥ سنة تبدأ بعد ٥ سنوات وعلى أساس أن معدل الفائدة المركبة (ع٢ = ٦٪)

(٢٦) أوجد القيمة الحالية والجملة لأقساط فورية شهرية يبدأ دفعها بعد سنة من الآن ، ولمدة سنتين علماً بأن قيمة القسط ١٥٠٠ جنيه وأن ع١٢ = ١٠ ٪ ؟.

(٢٧) يـودع شـخص فى بنك إسلامي مبلغ ٧٠٠ جنيه شهرياً كدفعة فورية ، حيث يقوم هذا البنك باستثمار الإيداعات في مشروعات اقتصادية . فإذا علمت أن العائد الحقيقـي المـتوقع مـن هذا الإستثمار هو ١,٨ شهرياً ، المطلوب تحديد الفترة اللازمة ليكون جملة المتكون للعميل في البنك ٢٥٠٠٠ جنيه ؟.

(٢٨) قطعة أرض زراعية ريعها السنوي الصافي ٧٠٠٠ جنيه ، احسب الثمن الذي يجب أن يدفعه المشتري لهذه القطعة اذا أراد أن يستغل أمواله بمعدل فائدة ٩٪ ، واذا كان أول دفعة للايجار تستحق السداد بعد سنة من تاريخ الشراء .

(٢٩) يريد أحد الأشخاص أن يوقف مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه سنوياً وبصفة دائمة لاحدى المستشفيات ولكي يضمن سداد هذا المبلغ السنوي الى الأبد أتفق مع أحد البنوك على أن يسدد هذا المبلغ نيابة عنه مقابل دفعه القيمة الحالية لهذا المبلغ للبنك فاذا كان معدل الفائدة المركبة السائد هو (ع٢ = ١٢٪) فلحسب مقدار ما يجب على هذا الشخص دفعه الآن : إذا كان :

(أ) التبرع يبدأ من اليوم . (ب) اذا كان التبرع يبدأ بعد سنة من الآن .

(٣٠) احسب القيمة الحالية لدفعة دائمة عادية مقدارها السنوي ٥٠٠٠ جنيه ومؤجلة لمدة ٢٠ سنة وذلك على أساس معدل فائدة (ع = ٦٪)

(٣١) دفعة نصف سنوية عادية مقدارها النصف السنوي ١٠٠٠ جنيه والمطلوب حساب قيمتها الحالية على أساس معدل فائدة اسمي (ع ٢ =٨ ٪) :

(أ) عاجلة محدودة بعشرة سنوات .

(ب) عاجلة دائمة (لا نهائية) .

(ج) مؤجلة ٥ سنوات ومحدودة بخمسة سنوات .

(د) مؤجلة ٥ سنوات ودائمة .

(٣٢) يرغب أحد أساتذة كلية التجارة بجامعة المنصورة فى أن يوقف دفعة سنوية مبلغها ١٠٠٠ جنيه للطالب الأول من خريجي الكلية ، وذلك لمدة ١٥ سنة ، فإذا كان معدل الفائدة هو (ع٣ = ٩٪) ، فما هو المبلغ الواجب إيداعه فى أحد البنوك للوفاء بهذه العملية التجارية ، وذلك إذا كانت الدفعة الأولى :

(أ) تُدفع فوراً ؟

(ب) تُدفع بعد ٣ سنوات من الإتفاق ؟

(٣٣) أرض زراعيه يُقدر ريعها السنوي بمبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه ، والمطلوب تحديد الثمن الفوري لهذه الأرض وذلك على أساس معدل فائده مركبه ١٠٪ سنوياً ، وذلك بفرض أن :

(أ) ريع الأرض يُستحق فى آخر كل سنه ؟.

(ب) ريع الأرض يُستحق فى أول كل سنه ؟.

الفصـــــل الرّابع

مَجالات اسْتِخْدام الفائِدَة المُرَكّبَة

مقدمة : -

يوجد العديد من استخدامات الفائده المركبة في الحياة العملية ، ونتناول في هذا الباب أهم هذه التطبيقات على النحو التالي : -

١- التكلفة الرأسمالية للأصول والإستثمار العقاري ٠

٢- تسوية الديون طويلة الأجل وتاريخ الإستحقاق المتوسط ٠

٣- تحليل التكلفة والعائد ٠

٤- إستهلاك القروض طويلة الأجل٠

٥- إهلاك الأصول الثابتة ٠

٦- تقييم السندات ٠

٧- تقييم الأسهم ٠

وسوف نتناول هذه الموضوعات بشئ من التفصيل ، حيث نفرد مبحث دراسي لكل من هذه الموضوعات وذلك على النحو التالي ٠

المبحث الأول

التكلفة الرأسمالية للأصول

والإستثمار العقاري

مقدمـــة :

عند تواجد أو اقتناء أصل معين ، فإن هذا الأصل إما أن يكون أصل دائم ويحتاج إلى صيانة وتجديدات بصفة دورية ، أو يكون أصل له عمر إنتاجي معين ، وفي كلا النوعين نجد أن صاحب المشروع أو القائمين على إدارة الأصل يعمل على أن يكون هناك رأس مال معين لمقابلة تلك الأموال التي يحتاجها بصفة دورية لصيانة الأصل أو لتجديد وإحلال الأصل ، وهذه الأموال تعرف بالتكلفة الرأسمالية ٠

وعلى ذلك ، فإن التكلفة الرأسمالية يمكن تعريفها بأنها التكلفة الأساسية أو الأصلية للأصل مضافاً اليها القيمة الحالية للتجديدات الدورية ، وعلى هذا فالتكلفة الرأسمالية يجب أن تكون كافية لمواجهة تكلفة الأصل نفسه وسنرمز لها بالرمز (ج) مضافاً اليها (س) من الوحدات النقدية التي يتم إنفاقها في نهاية كل عدد من الوحدات الزمنية (ك) وبصورة دائمة .

وبمعنى آخر تتمثل التكلفة الرأسمالية للأصل في تكلفة الإنشاء مضافاً إليها القيمة الحالية لتكاليف ما قد يحتاجه الأصل من تجديدات أو صيانه بصفة دورية ودائمة في المستقبل ٠ وتتصف التجديدات والصيانه الدوريه بالإستمرار طالما أن المشروع مستمر ٠

وعلى ذلك يجب أن تكون التكلفة الرأسمالية المكونة كافية لمقابلة التكاليف التى يتحملها القائمين على إدارة الأصل للحصول على (أو إنشاء) الأصل ، وكذلك لمقابلة الصيانة والتجديدات التى قد تحتاجها الأصول بصفة دورية ودائمه .

وقبل الدخول فى كيفية تقدير التكلفة الرأسمالية يجب أن نقسم الأصول من حيث مدى استهلاكها إلى قسمين :

١ – أصول لاتُستهلك ، وتحتاج إلى صيانة وتجديدات دورية وبصفة دائمة . ومن هذه الأصول الحدائق والملاعب الرياضية وحمامات السباحة .

٢ – أصول تُستهلك فى نهاية العمر الإنتاجى لها ، مثل الآلات بمختلف أنواعها والثلاجات ومواقد الطهى ، ونجد أن الأصول التى تُستهلك تنقسم بدورها إلى نوعين ، أولهما الأصول التي لا يكون لها قيمة نفاية (أو خرده) ، وثانيهما الأصول التي يكون لها قيمة نفاية فى نهاية عمرها الإنتاجي .

كيفية تقدير التكلفة الرأسمالية :

من الناحية الرياضية وفى سبيل تقدير التكلفة الرأسمالية للأصول بمختلف أنواعها نستخدم الرموز والتعريفات التالية :

ج : تكلفة الحصول على الأصل (تكلفة الإنشاء).

ك : عدد الوحدات الزمنية التى فى نهايتها يحتاج الأصل إلى تجديد أو إحلال

س : القيمة النقدية التى يتم إنفاقها فى نهاية كل (ك) من الوحدات الزمنية فى سبيل استمرار الأصل .

ع : معدل الفائدة المركبة الذي يتفق ووحدات الزمن المكونة للعنصر ك .

ق : التكلفة الرأسمالية للأصل .

وبناءاً على ما سبق ، نجد أن :

التكلفة الرأسمالية = تكلفة الإنشاء + القيمة الحالية للنفقات الدورية

وبالنظر إلى قيمة النفقات الدورية [س] نجد أنها تمثل دفعة دائمة (لانهائية) عادية ، ولكنها تُدفع فى نهاية كل [ك] من الوحدات الزمنية ، وعلى ذلك نجد أن القيمه الحاليه للنفقات الدورية تمثل القيمة الحالية لدفعة دائمة عادية تُدفع كل (ك) من الوحدات الزمنية ومبلغها الدوري هو [س] .

ومن الدراسة السابقة وجدنا أن القيمة الحالية لهذه الدفعة =

$$= \frac{س}{ع} \left(\frac{١}{د_{\overline{ك}|ع\%}} - ع \right)$$

ومن هنا يمكن أن نقدر التكلفة الرأسمالية لكل تقسيم من تقسيمات الأصول السابقة على النحو التالى :

التكلفة الرأسمالية للأصول التي لا تُستهلك :

وفي هذا النوع من الأصول نجد أن :

التكلفة الرأسمالية = تكلفة الإنشاء + القيمة الحالية للتدفقات الدورية

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{\left(1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{(1+\text{ع})^{\text{ك}}-1}$$

ونجد أن $\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$ يمكن حسابها بالآله الحاسبة ، أو يمــكن استخراجها مباشرة من الجدول الخامس من الجداول الماليه أمام المدة [ك] وفى صفحة المعدل ع ٪ .

ونلاحظ أنه تُستخدم العلاقة الأولى إن أمكن استخدام الجدول الخامس في ظل توافر (ن أو ك) والمعدل (ع) ، أما العلاقة الثانية والثالثة تُستخدم أي منهما عند استخدام الآلة الحاسبة.

والأمثلة التالية توضح التطبيق العلمي لحساب التكلفة الرأسمالية للأصول التي لا تُستهلك :

مثال (١)

ملعب جامعة المنصوره الرياضي تبلغ تكاليف إنشائه نصف مليون جنيه ، ومن واقع الخبره تبين أنه يحتاج إلى إصلاحات وترميمات ضرورية كل ٨ سنوات تتكلف ٥٠٠٠٠ جنيه فإذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للملعب ؟٠

الحـــل :

- تكلفة الإنشاء = ج = ٥٠٠٠٠٠ جنيه
- قيمة التجديدات الدورية التي تُدفع كل ك من وحدات الزمن =

س = ٥٠٠٠٠ جنيه

ك = ٨ سنوات ع = ٨ ٪ سنوي

$$\therefore ق = ج + \frac{س}{ع}\left(\frac{ع}{1-(1+ع)^{-ك}} - ع\right)$$

$$\therefore ق = ٥٠٠٠٠٠ + \frac{٥٠٠٠٠}{٠,٠٨}\left(\frac{٠,٠٨}{1-(1+٠,٠٨)^{-٨}} - ٠,٠٨\right)$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ + ٥٨٧٥٩,٢٢٥ = \boxed{٥٥٨٧٥٩,٢٢٥} \text{ جنيه}$$

<u>وبطريقة أخرى :</u>

$$\therefore ق = ج + \frac{س}{(1+ع)^{ك}-1}$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ + \frac{٥٠٠٠٠}{(1+٠,٠٨)^{٨}-1} = ٥٠٠٠٠٠ + \frac{٥٠٠٠٠}{٠,٨٥٠٩٣٠٢١}$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ + ٥٨٧٥٩,٢٢٥ = \boxed{٥٥٨٧٥٩,٢٢٥} \text{ جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{١}{\text{د}\ \overline{\text{ك}}|\ \text{ع}\%} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore \text{ق} = ٥٠٠٠٠٠ + \frac{٥٠٠٠٠}{٠,٠٨}\left(\frac{١}{\text{د}\ \overline{٨}|\ ٨\%} - ٠,٠٨\right)$$

$$\therefore \text{ق} = ٥٠٠٠٠٠ + [\ ٦٢٥٠٠٠\ (\ ٠,١٧٤٠١٤٧٦ - ٠,٠٨\ )\ ]$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ + ٥٨٧٥٩,٢٢٥$$

$$= \underline{٥٥٨٧٥٩,٢٢٥\ \text{جنيه}}$$

حيث تم استخراج قيمة $\frac{١}{\text{د}\ \overline{٨}|\ ٨\%}$ من الجدول الخامس من الجداول المالية في صفحة المعدل ٨ ٪ وأمام الفترة (ن = ٨) حيث وجدت ٠,١٧٤٠١٤٧٦

مثال (٢)

حمام سباحة تبلغ تكاليف إنشائه ٢٥٠٠٠٠ جنيه ، ويحتاج إلى إصلاحات وترميمات ضرورية كل ٨ سنوات تتكلف ٢٥٠٠٠ جنيه المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للحمام علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد ١٠ ٪ سنوياً على أن تُضاف الفائدة في نهاية كل ٦ شهور ، أي ($\text{ع}_{٢}$ = ١٠٪) ؟

الحل :

- الأصل هنا لا يُستهلك
- نظراً لأن (ك) تتكون من سنوات ، والمعدل المعطى هنا معدل إسمي فيجب إيجاد المعدل الحقيقي السنوي ، حيث :

$ع_٢ = ١٠\%$ ، $م = ٢$

∴ معدل الفائده الحقيقى $= ع = \left(١ + \frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,١٠٢٥$

$$\therefore ق = ج + \frac{س}{ع}\left(\frac{ع}{\left(١-(١+ع)^{-ك}\right)} - ع\right)$$

$$\therefore ق = ٢٥٠٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠٠}{٠,١٠٢٥}\left(\frac{٠,١٠٢٥}{\left(١-(١+٠,١٠٢٥)^{-٨}\right)} - ٠,١٠٢٥\right)$$

$$\therefore ق = ٢٥٠٠٠٠ + [\,٢٤٣٩٠٢,٤٣٩\,(\,٠,١٨٩١٥٣٣ - ٠,١٠٢٥\,)\,]$$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + [\,٢٤٣٩٠٢,٤٣٩ \times ٠,٠٨٦٦٥٣٣\,]$$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + ٢١١٣٤,٩٥$$

= <u>٢٧١١٣٤,٩٥٤ جنيه</u>

<u>وبطريقة أخرى :</u>

$$\therefore ق = ج + \frac{س}{(١+ع)^{ك} - ١}$$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠٠}{(١+٠,١٠٢٥)^{٨} - ١}$$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠٠}{١,١٨٢٨٧٤٥٨٨}$$

$$= ٢٥٠٠٠٠ + ٢١١٣٤,٩٥$$

= **٢٧١١٣٤,٩٥٤** جنيه

التكلفة الرأسمالية للأصول التي تُستهلك ولها نفاية :

فى هذا النوع من الأصـــــول نجد أنه فى نهاية العمر الإنتاجى للأصل (وليكن ك من وحدات الزمن) يمكن بيع الأصل كنفاية بمبلغ معين (وليكن س جنيه) ، وعلى ذلك نجد أنه لكى يستمر المشروع يتم إحلال الأصل القديم بأصل جديد فى نهاية كل [ك] من وحدات الزمن ٠

وعلى ذلك فإن القيمه الحالية للنفقات الدوريه تتمثل هنا فى القيمة الحالية لدفعة دائمة عاديه مبلغها = (تكلفة الأصل – قيمة النفاية) ، أي (ج – س) فى نهاية كل [ك] من وحدات الزمن ٠

ومن هنا تكون التكلفة الرأسمالية للأصول التى تُستهلك ولها نفاية يمكن حسابها كما يلي :

∵ التكلفة الرأسمالية = تكلفة الإنشاء + القيمة الحالية للنفقات الدورية

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج} - \text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج} - \text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{\text{ع}}{\left(1 - (1+\text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع} \right)$$

حيث س تمثل قيمة النفاية (الخردة) ، مع ملاحظة أن العلاقة الأولى تُستخدم في ظل وجود المدة (ك) والمعدل (ع) وبالتالي يمكن استخدام الجدول الخامس ٠ أما العلاقة الثانية يمكن استخدامها بصفة عامة باستخدام الآلة الحاسبة ٠ والأمثلة التالية توضح التطبيق العملي لحساب التكلفة الرأسمالية للأصول التي تُستهلك ولها نفاية (خردة) :

مثال (٣)

آلة صناعية يبلغ ثمنها ٢٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن الآلة تصلح للعمل لمدة ١٠ سنوات بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائده المركبة ٦,٥ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للآلة ؟٠

الحل :

ج = ٢٠٠٠٠ جنيه ، النفاية = س = ٢٠٠٠ جنيه ، ك = ١٠ سنوات ، ع = ٦,٥ ٪

حيث أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = ق = ج + \frac{ج - س}{ع}\left(\frac{ع}{\left(1-(1+ع)^{-ك}\right)} - ع\right)$$

$$= ٢٠٠٠٠ + \frac{٢٠٠٠٠-٢٠٠٠}{٠,٠٦٥}\left(\frac{٠,٠٦٥}{\left(1-(1+٠,٠٦٥)^{-١٠}\right)} - ٠,٠٦٥\right)$$

$$= ٢٠٠٠٠ + ٢٠٥٢١,٢٩٩ = \underline{٤٠٥٢١,٢٩٩} \text{ جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore ق = ج + \frac{ج - س}{ع}\left(\frac{1}{د_{\overline{ك}|ع\%}} - ع\right)$$

$$= ٢٠٠٠٠ + \frac{٢٠٠٠٠-٢٠٠٠}{٠,٠٦٥}\left(\frac{1}{د_{\overline{١٠}|٦,٥\%}} - ٠,٠٦٥\right)$$

$$= ٢٠٠٠٠ + [\,٢٧٦٩٢٣,٠٧٧\,(\,٠,١٣٩١٠٤٦٩ - ٠,٠٦٥\,)\,]$$

$$= ٢٠٠٠٠ + ٢٠٥٢١,٢٩٩ = \underline{٤٠٥٢١,٢٩٩ \text{ جنيه}}$$

حيث $\frac{1}{د_{\overline{١٠}|٦,٥\%}} = ٠,١٣٩١٠٤٦٩$ **من الجدول الخامس في صفحة المعدل ٦,٥٪ وأمام الفترة (ن = ١٠) ٠**

مثال (٤)

ثلاجة يبلغ ثمنها ٢٥٠٠٠ جنيه ، ويقدر عمرها الإنتاجي بثلاثين وحدة زمنية نصف سنوية ، بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو (ع = ١٠٪) المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للثلاجه ؟

الحل :

ج = ٢٥٠٠٠ جنيه ، النفاية = س = ٥٠٠٠ جنيه ، ك = ٣٠ نصف سنة ،

ع = ١٠٪ سنوي حقيقي ، وحيث أن وحدات الزمن نصف سنوية وأن المعدل المعطى معدل حقيقي سنوي ، نوجد منه المعدل الإسمي $ع_٢$ ثم نقسمه على ٢ لنحصل على المعدل النصف سنوي ، حيث :

$$\therefore \text{معدل الفائده الإسمي} = ع_٢ = ٢\left((١ + ٠,١٠)^{\frac{١}{٢}} - ١\right) = ٠,٠٩٧٦$$

$$\therefore \text{معدل الفائدة النصف سنوي} = \frac{٠,٠٩٧٦}{٢} = ٠,٠٤٤٨$$

حيث أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = ق = ج + \frac{ج - س}{ع}\left(\frac{ع}{\left(١ - (١ + ع)^{-ك}\right)} - ع\right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠٠ - ٥٠٠٠}{٠,٠٤٤٨}\left(\frac{٠,٠٤٤٨}{\left(١ - (١ + ٠,٠٤٤٨)^{-٣٠}\right)} - ٠,٠٤٤٨\right)$$

$$\therefore ق = ٢٥٠٠٠ + [\ ٤٠٩٨٣٦,٠٦٦\ (\ ٠,٠٦٤١٦٤٣ - ٠,٠٤٨٨\ )\ ]$$

$$= ٢٥٠٠٠ + ٦٢٩٦,٨٥$$

= <u>٣١٢٩٦,٨٥ جنيه</u>

التكلفة الرأسمالية للأصول التي تُستهلك و ليس لها نفاية :

وطبقاً لهذا النوع من الأصول نجد أنه فى نهاية العمر الإنتاجى للأصل يفنى الأصل نهائيا أو إذا وجد له نفاية فلا يكون لها قيمة مالية ٠

ولكى يستمر المشروع يتم إحلال الأصل القديم بأصل جديد وبنفس التكلفة لأن الأصل المستهلك ليس له قيمة خرده ٠

وعلى ذلك فإن القيمه الحالية للنفقات الدوريه تتمثل هنا فى القيمة الحالية لدفعة دائمة عاديه مبلغها = (تكلفة الأصل) ، أي (ج) فى نهاية كل [ك] من الوحدات الزمنية ٠ ومن هنا ، فإن التكلفة الرأسمالية للأصول التى تُستهلك وليس لها نفاية يمكن حسابها كما يلي :

∵ التكلفة الرأسمالية = تكلفة الإنشاء + القيمة الحالية للنفقات الدورية

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right) - \frac{\text{ج}}{\text{ع}} \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{\text{ج}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}}$$

مع ملاحظة أن العلاقة الأولى تُستخدم في ظل وجود المدة (ك) والمعدل (ع) وبالتالي يمكن استخدام الجدول الخامس ٠ أما العلاقة الثانية أو الثالثة يمكن استخدامهما بصفة عامة باستخدام الآلة الحاسبة ٠ والأمثلة التالية توضح التطبيق العملي لحساب التكلفة الرأسمالية للأصول التي تُستهلك وليس لها نفايه (خرده) :

مثال (٥)

آلة صناعية يبلغ ثمنها ٥٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن مثل هذه الآلات تصلح للعمل لمدة ١٠ سنوات وبفرض إهمال قيمة الخردة لتلك الآله ، المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للآلة إذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو ٦ ٪ سنوياً ؟.

الحل :

ج = ٥٠٠٠ جنيه ، ك = ١٠ سنوات ، ع = ٦ ٪ سنوي

∵ الأصل من النوع الذي يُستهلك وليس له نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \frac{\text{ج}}{١-(١+\text{ع})^{-\text{ك}}}$$

$$= \frac{٥٠٠٠}{\left[١-(١+٠,٠٦)^{-١٠}\right]} = \frac{٥٠٠٠}{٠,٤٤١٦٠٥٢٢٣}$$

$= \boxed{١١٣٢٢,٣٣}$ جنيه .

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore \text{ق} = \frac{\text{ج}}{\text{ع}} \times \frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

$$= \frac{٥٠٠٠}{٠,٠٦}\left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{١٠}|٦\%}}\right)$$

= ٨٣٣٣٣,٣٣ × ٠,١٣٥٨٦٧٧١٩ = ١١٣٢٢,٣١ جنيه .

حيث $\frac{١}{\text{د}_{\overline{١٠}|٦\%}}$ = ٠,١٣٥٨٦٧٧١٩ من الجدول الخامس في صفحة المعدل ٦٪ وأمام الفترة (ن = ١٠) .

مثال (٦)

حي غرب مدينة المنصورة يرغب فى شراء ونش لرصف الطرق ، فعرضت شركة فرنسية العرضين التاليين :

** الأول : ونش ثمنه ٣٠٠٠٠٠ فرنك فرنسي ، ويصلح للعمل لمدة ١٥ سنة بحيث يمكن بيعه كخردة بمبلغ ١٠٠٠٠ فرنك فرنسي ٠

** الثاني : ونش ثمنه ٢٠٠٠٠٠ فرنك فرنسي ، ويمكن استخدامه لمدة ١١ سنة وليس له نفاية ٠

وبصفتك خبير في رياضيات الإستثمار ، المطلوب تحديد أي العرضين أفضل للحي إذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو ٥ ٪ سنوياً ، ؟٠

الحـــل :

** <u>بالنسبة للعرض الأول</u> :

ج = ٣٠٠٠٠٠ فرنك ، س =١٠٠٠٠ فرنك ، ك =١٥ سنه ،ع = ٥ ٪

حيث أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = ق = ج + \frac{ج-س}{ع}\left(\frac{ع}{(١-(١+ع)^{-ك})}-ع\right)$$

$$= ٣٠٠٠٠٠ + \frac{٣٠٠٠٠٠-١٠٠٠٠}{٠,٠٥}\left(\frac{٠,٠٥}{١-(١+٠,٠٥)^{-١٥}}-٠,٠٥\right)$$

$$= ٣٠٠٠٠٠ + \frac{٢٩٠٠٠٠}{٠,٠٥}\left(٠,٠٩٦٣٤٢٢٨٧-٠,٠٥\right)$$

$$= ٣٠٠٠٠٠ + [\,٥٨٠٠٠٠٠\,(\,٠,٠٩٦٣٤٢٢٨٧ - ٠,٠٥\,)\,]$$

= ٣٠٠٠٠٠ + ٢٦٨٧٨٥,٢٦٨ = <u>٥٦٨٧٨٥,٢٦٨ فرنك فرنسي</u>

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج} - \text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{1}{\text{د}\ \overline{\text{ك}}| \text{ع}\%} - \text{ع} \right)$$

$$= \text{٣٠٠٠٠} + \frac{\text{٣٠٠٠٠} - \text{١٠٠٠}}{\text{٠,٠٥}} \left(\frac{\text{١}}{\text{د}\ \overline{\text{١٥}}| \text{٥}\%} - \text{٠,٠٥} \right)$$

$$= \text{٣٠٠٠٠} + \frac{\text{٢٩٠٠٠}}{\text{٠,٠٥}} \left(\text{٠,٠٩٦٣٤٢٢٨٧} - \text{٠,٠٥} \right)$$

$$= \text{٣٠٠٠٠} + [\ \text{٥٨٠٠٠٠٠}\ (\ \text{٠,٠٩٦٣٤٢٢٨٧} - \text{٠,٠٥}\ )\ ]$$

= ٣٠٠٠٠ + ٢٦٨٧٨٥,٢٦٨ = <u>٥٦٨٧٨٥,٢٦٨ فرنك فرنسي</u>

حيث $\frac{\text{١}}{\text{د}\ \overline{\text{١٥}}| \text{٥}\%}$ = ٠,٠٩٦٣٤٢٢٨٧ من الجدول الخامس في صفحة المعدل ٥٪ وأمام الفترة (ن = ١٥) ٠

** <u>بالنسبة للعرض الثاني</u> :

ج = ٢٠٠٠٠ فرنك ، ك =١١ سنه ، ع = ٥ ٪ سنوي

∵ الأصل من النوع الذي يُستهلك وليس له نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \frac{\text{ج}}{\text{١} - (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ك}}}$$

$$= \frac{\text{٢٠٠٠٠}}{\text{١} - (\text{١} + \text{٠,٠٥})^{-\text{١١}}} = \frac{\text{٢٠٠٠٠}}{\text{٠,٤١٥٣٢١}}$$

= <u>٤٨١٥٥٥,٥٦٦ فرنك فرنسي</u> ٠

وعلى ذلك يكون العرض الثاني هو الأفضل لحي غرب المنصورة لأنه الأقل ٠

تمارين محلولة على المبحث الأول

(تمرين ١)

أوجـد التكلفة الرأسمالية لملعب رياضي تكاليف أنشائه ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه ويحتاج إلى إصلاحات ضرورية كل ٨ سـنوات تتكلف ٦٠٠٠٠٠ جنيه ، اذا كان معدل الفائدة المركبة (ع = ٦٪) سنوياً .

الحـل :

☒ **الأصل هنا (ملعب رياضي) لا يُستهلك**

ج = ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه ، س = ٦٠٠٠٠٠ جنيه

ك = ٨ سنوات ، ع = ٠,٠٦

$$\because \quad \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{(1+\text{ع})^{\text{ك}} - 1}$$

$$\therefore \quad \text{التكلفة الرأسمالية للملعب} = ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{(١+٠,٠٦)^{٨} - ١}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{٠,٥٩٣٨٤٨١}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + ١٠١٠٣٥٩,٤٢٧ = \boxed{٣٠١٠٣٥٩,٤٢٧} \ \text{جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\because \quad \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore \quad \text{ق} = ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{٠,٠٦} \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{٨}|٦\%}} - ٠,٠٦ \right)$$

= ٢٠٠٠٠٠٠ +] ١٠٠٠٠٠٠ (٠,١٦١٠٣٥٩ − ٠,٠٦)]

= ٢٠٠٠٠٠٠ + (١٠٠٠٠٠٠ × ٠,١٠١٠٣٥٩٤)

= ٢٠٠٠٠٠٠ + ١٠١٠٣٥٩,٤ = <u>٣٠١٠٣٥٩,٤٠٠</u> جنيه

(تمرين ٢)

أوجد التكلفة الرأسمالية لحمام سباحة تبلغ تكاليف انشائه ٢٠٠٠٠٠ جنيه يحتاج الى اصلاحات ضرورية كل ٨ وحدات زمنية نصف سنوية تتكلف ٣٠٠٠٠ جنيه اذا كانت معدل الفائدة المركبة هو ($ع_٢$ = ١٠٪) ؟.

الحل :

ج = ٢٠٠٠٠٠ جنيه ، س= ٣٠٠٠٠ جنيه ،

ك = ٨ أنصاف سنوات ، المعدل الإسمي النصف سنوي = ٥ ٪ .

وحيث أن حمام السباحة من الأصول التي لا تُستهلك ، فإن :

$$\because \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{(١+\text{ع})^{\text{ك}} - ١}$$

$$\therefore \text{التكلفة الرأسمالية للحمام} = ٢٠٠٠٠٠ + \frac{٣٠٠٠٠}{(١+٠,٠٥)^{٨} - ١}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠ + \frac{٣٠٠٠٠}{٠,٤٧٧٤٥٥}$$

= ٢٠٠٠٠٠ + ٦٢٨٣٣,٠٨٨ = **٢٦٢٨٣٣,٠٨٨** جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\because \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore \text{ق} = 200000 + \frac{30000}{0.05}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{8}|5\%}} - 0.05\right)$$

$$= 200000 + [\,600000\,(0.1547218 - 0.05)\,]$$

$$= 200000 + (\,600000 \times 0.104721911\,)$$

$$= 200000 + 62833.147 = \underline{262833.47} \text{ جنيه}$$

(تمرين ٣)

أوجـــد التكلفة الرأسمالية لآلـــة يبلغ ثمنها ١٠٠٠٠٠ جنيه اذا كانت الآلـــة تصلح للعمل لمدة ١٠ ســنوات بعدها يمكن بيعها كنفاية بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه وذلك على أساس معدل فائدة مركبة (ع = ٨٪) .

الحـــل :

ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه ، النفاية = س = ٢٠٠٠ جنيه ، ك = ١٠ سنوات ، ع = ٨ ٪

حيث أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج} - \text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{\left(1 - (1 + \text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع}\right)$$

$$= 100000 + \frac{100000 - 2000}{0.08}\left(\frac{0.08}{\left(1 - (1 + 0.08)^{-10}\right)} - 0.08\right)$$

$$\therefore \text{ق} = 100000 + [\,1225000\,(0.1490295 - 0.08)\,]$$

$$= 100000 + [\,1225000 \times 0.0690295\,]$$

$$= 100000 + 84561.124$$

$$= \underline{184561.124 \text{ جنيه}}$$

(تمرين ٤)

أوجـــد التكلفة الرأسمالية في التمرين السابق وذلك بفرض إهمال قيمة النفاية .

الحــل :

حيث يُفترض أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وليس له نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \frac{\text{ج}}{١-(١+\text{ع})^{-\text{ك}}}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠٠}{١-(١+٠,٠٨)^{-١٠}} = \frac{١٠٠٠٠٠}{٠,٥٣٦٨٠٦٥}$$

$$= \underline{١٨٦٢٨٦,٨٦} \text{ جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\therefore \text{ق} = \frac{\text{ج}}{\text{ع}} \times \frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠٠}{٠,٠٨}\left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{١٠}|٨\%}}\right)$$

$$= ١٢٥٠٠٠٠ \times ٠,١٤٩٠٢٩٤٩$$

$$= \underline{١٨٦٢٨٦,٨٦} \text{ جنيه}$$

حيث $\frac{١}{\text{د}_{\overline{١٠}|٨\%}} = ٠,١٤٩٠٢٩٤٩$ **من الجدول الخامس في صفحة المعدل ٨٪ وأمام الفترة (ن = ١٠) .**

(تمرين ٥)

أراد شـــخص شراء ثلاجة كهربائيـــــة فعرض عليه البائع العرضين التاليين :

الأول :ثلاجـــة ثمنها ٣٠٠٠ جنيه وتصلح لمدة ١٠ سنوات

الثاني : ثلاجة ثمنها ٣٦٠٠ جنيه وتصلح للعمل لمدة ١٢ سنة

والمطلوب تحديد أى العرضين أفضل للمشتري وذلك بفرض أن معدل الفائدة المركبة ٩٪ سنوياً ؟.

الحـــل :

نظراً لعدم وجود نفاية تستخدم العلاقة التالية لكل من العرضين :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \frac{ج}{١-(١+ع)^{-ك}}$$

١- <u>التكلفة الرأسمالية للثلاجة الأولى</u> :

$$= \frac{٣٠٠٠}{١-(١+٠,٠٩)^{-١٠}} = \frac{٣٠٠٠}{٠,٥٧٧٥٨٩٢}$$

= <u>٥١٩٤</u> جنيه

٢- <u>التكلفة الرأسمالية للثلاجة الثانية</u> :

$$= \frac{٣٦٠٠}{١-(١+٠,٠٩)^{-١٢}} = \frac{٣٦٠٠}{٠,٦٤٤٤٦٥٣}$$

= <u>٥٥٨٦</u> جنيه

∴ العرض الأول أفضل من العرض الثاني بالنسبة للمشتري.

(تمرين ٦)

أوجـــد التكلفة في المثال السابق بفرض أن قيمة النفاية للثلاجـــة في العرض الأول ٥٠٠ جنيه وفي العرض الثاني ٦٠٠ جنيه .

الحـــل :

حيث يفترض أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه ، فإن :

التكلفة الرأسمالية = ق = ج + $\frac{ج - س}{ع} \left(\frac{ع}{1 - (1 + ع)^{-ك}} - ع \right)$

١- التكلفة الرأسمالية للثلاجة الأولى :

$= ٣٠٠٠ + \frac{٣٠٠٠ - ٥٠٠}{٠,٠٩} \left(\frac{٠,٠٩}{1 - (1 + ٠,٠٩)^{-١٠}} - ٠,٠٩ \right)$

$= ٣٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠}{٠,٠٩} \left(٠,١٥٥٨٢ - ٠,٠٩ \right)$

= ٣٠٠٠ + [٢٧٧٧٧,٧٨ (٠,١٥٥٨٢ – ٠,٠٩)]

= ٣٠٠٠ + ٢٧٧٧٧,٧٧٨ (٠,٠٦٥٨٢٠٠٩) = ٤٨٢٨,٣٣٦ ج

٢- التكلفة الرأسمالية للثلاجة الثانية :

$= ٣٦٠٠ + \frac{٣٦٠٠ - ٦٠٠}{٠,٠٩} \left(\frac{٠,٠٩}{1 - (1 + ٠,٠٩)^{-١٢}} - ٠,٠٩ \right)$

$= ٣٦٠٠ + \frac{٣٠٠٠}{٠,٠٩} \left(٠,١٣٩٦٥١ - ٠,٠٩ \right)$

= ٣٦٠٠ + [٣٣٣٣٣,٣٣ (٠,١٣٩٦٥١ – ٠,٠٩)]

= ٣٦٠٠ + ٣٣٣٣٣,٣٣٣ (٠,٠٤٩٦٥٠٦٦) = ٥٢٥٥,٠٢٢ ج

∴ **العرض الأول هو العرض الأفضل أيضاً .**

(تمرين ٧)

إحسب التكلفة الرأسمالية لأصل يُستهلك تماماً فى نهاية ١٠ سنوات إذا كان ثمن شراء ذلك الأصل ١٥٠٠٠ جنيه وعلى أساس معدل فائده مركبة [ع = ٣ ٪] ؟ .

الحــل :

حيث أن الأصل من النوع الذي يُستهلك وليس له نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \frac{ج}{١-(١+ع)^{-ك}}$$

$$= \frac{١٥٠٠٠}{١-(١+٠,٠٣)^{-١٠}} = \frac{١٥٠٠٠}{٠,٢٥٥٩٠٦}$$

= ٥٨٦١٥,٢٥ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

$$\therefore ق = \frac{ج}{ع} \times \frac{١}{د_{\overline{ك|}ع\%}}$$

$$= \frac{١٥٠٠٠}{٠,٠٣}\left(\frac{١}{د_{\overline{١٠|}٣\%}}\right)$$

= ٥٠٠٠٠٠ (٠,١١٧٢٣١)

= ٥٨٦١٥,٢٥ جنيه

حيث $\frac{١}{د_{\overline{١٠|}٣\%}}$ = ٠,١١٧٢٣١ من الجدول الخامس في صفحة المعدل ٣٪ وأمام الفترة (ن = ١٠) .

(تمرين ٨)

إحسب التكلفة الرأسمالية لآلة يبلغ ثمن شرائها ٢٥٠٠٠ جنيه ، ويُقدر عمرها الإنتاجى بـــ ١٥ سنة حيث تباع الآلة بعده بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه كنفاية ، وذلك على أساس معدل فائده [ع = ٣ ٪] ؟ .

الحـــل :

ج = ٢٥٠٠٠ جنيه   س = ٣٠٠٠

ك = ١٥ سنة   ع = ٣٪ سنوي

حيث أن الأصل هنا من النوع الذي يُستهلك وله نفايه ، فإن :

$$\text{التكلفة الرأسمالية} = \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج} - \text{س}}{\text{ع}} \left(\frac{\text{ع}}{\left(1 - (1 + \text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع} \right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ + \frac{٢٥٠٠٠ - ٣٠٠٠}{٠,٠٣} \left(\frac{٠,٠٣}{1 - (1 + ٠,٠٣)^{-١٥}} - ٠,٠٣ \right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ + \frac{٢٢٠٠٠}{٠,٠٣} \left(٠,٠٦٥٨٢٠٠٩ - ٠,٠٣ \right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ + [\,٧٣٣٣٣٣,٣٣\ (\,٠,٠٨٣٧٦٧ - ٠,٠٣\,)\,]$$

$$= ٢٥٠٠٠ + ٣٩٤٢٨,٨٣ = \underline{٦٤٤٢٨,٨٣\ \text{جنيه}}$$

(تمرين ٩)

ملعب رياضي تبلغ تكاليف إنشائه ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه ، ومن واقع الخبره تبين أنه يحتاج إلى إصلاحات وترميمات ضرورية كل ٨ سنوات تتكلف ٦٠٠٠٠٠ جنيه فإذا كان معدل الفائده المركبة السائد هو ٦ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب التكلفة الرأسمالية للملعب ؟.

الحـــل :

ج = ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه   س = ٦٠٠٠٠٠ جنيه

ك = ٨ سنوات   ع = ٦ ٪ سنوي

حيث أن الأصل هنا لا يُستهلك ، فإن التكلفة الرأسمالية للأصل هي :

$$\because \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{(1+\text{ع})^{\text{ك}} - 1}$$

$$\therefore \text{التكلفة الرأسمالية للملعب} = ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{(١+٠,٠٦)^{٨} - ١}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{٠,٥٩٣٨٤٨١}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + ١٠١٠٣٥٩,٤٢٧$$

$$= \boxed{٣٠١٠٣٥٩,٤٢٧} \text{ جنيه}$$

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

$$\because \text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}\ \overline{\text{ك}}|\text{ع}\%} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore \text{ق} = ٢٠٠٠٠٠٠ + \frac{٦٠٠٠٠٠}{٠,٠٦}\left(\frac{١}{\text{د}\ \overline{٨}|٦\%} - ٠,٠٦\right)$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + [\,١٠٠٠٠٠٠٠\,(\,٠,١٦١٠٣٥٩ - ٠,٠٦\,)\,]$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ + ١٠١٠٣٥٩,٤٢٧$$

$$= \boxed{٣٠١٠٣٥٩,٤٢٧} \text{ جنيه}$$

(تمرين ١٠)

ترغب محافظة الدقهلية في إنشاء منتزه عام يضم حمامات سباحة وملاعب رياضية ، وتُقدر التكاليف كما يلي :

- ١٠٠ مليون جنيه الثمن النقدي لقطعة الأرض.
- ٢٠٠ مليون جنيه تمثل تكاليف المنشآت ، تُدفع كما يلي :
  - ٥٠ مليون جنيه تُدفع فوراً للمقاول
  - ٢٥ مليون جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٤ سنوات.
  - ٥٠ مليون جنيه تستحق في نهاية ٥ سنوات
- ١٠ مليون جنيه تجديدات شاملة في نهاية كل ١٠ سنوات للأبد .
- ١٢٠ ألف جنيه مصروفات إدارية أول كل سنة وللأبد.

وقد إنتدبتك المحافظة كخبير في رياضيات الإستثمار لتحديد :

(١) المبلغ الذي يتعين على المحافظة سداده للبنك فوراً ليتولى الصرف على هذا المشروع ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة هو ٩ ٪ سنوياً ؟.

(٢) ما هو الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة لمواجهة هذا الإلتزام بدلاً من البنك ؟.

(٣) إذا كان من المقدر أن يستفيد من هذا المشروع نصف مليون فرد ، فما هو الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من الفرد سنوياً ؟.

الحـــل :

أولاً : المبلغ الذي يتعين على المحافظة سداده للبنك =

= التكلفة الرأسمالية للمشروع

= القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع ، وتشمل :

(١) الثمن النقدي للأرض = ١٠٠,٠٠٠,٠٠٠ جنيه

(٢) المبلغ النقدي المدفوع للمقاول = ٥٠,٠٠٠,٠٠٠ جنيه

(٣) القيمة الحالية لدفعة محدودة مدتها ٤ سنوات ومبلغها ٢٥,٠٠٠,٠٠٠

$$= \frac{٢٥٠٠٠٠٠٠ \left[١-(١+٠,٠٩)^{-٤} \right]}{٠,٠٩} = ٨٣,٤٩٣,٠٠٠ \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية للمبلغ المستحق بعد ٥ سنوات =

$$= ٥٠٠٠٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٩)^{-٥} = ٣٢,٤٩٦,٥٧٠ \text{ جنيه}$$

(٥) القيمة الحالية للتجديدات الدورية (للأبد) =

$$= \frac{س}{(١+ع)^{ك}-١} = \frac{١٠٠٠٠٠٠٠}{(١+٠,٠٩)^{١٠}-١} = ٧,٣١٣,٣٤٢ \text{ جنيه}$$

(٦) القيمة الحالية للمصروفات الإدارية (كدفعة لا نهائية فوريه) =

$$= ١٢٠٠٠٠ \times \left(١+\frac{١}{ع}\right)$$

$$= ١٢٠٠٠٠ \times \left(١+\frac{١}{٠,٠٩}\right) = ١,٤٥٣,٣٢٠ \text{ جنيه.}$$

∴ التكلفة الرأسمالية = ١٠٠,٠٠٠,٠٠٠

٥٠,٠٠٠,٠٠٠

٨٣,٤٩٣,٠٠٠

٣٢,٤٩٦,٥٧٠

٧,٣١٣,٣٤٢

١,٤٥٣,٣٢٠

= ٢٧٤,٧٥٦,٢٣٢ جنيه

ثانياً : الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة :

∵ التكلفة الرأسمالية = القيمة الحالية للإيرادات السنوية

∴ ٢٧٤,٧٥٦,٢٣٢ = د × $\frac{١}{ع}$

∴ ٢٧٤,٧٥٦,٢٣٢ = د × $\frac{١}{٠,٠٩}$

∴ د = الإيراد السنوي = ٢٧٤,٧٥٦,٢٣٢ × ٠,٠٩ = ٢٤٧٢٨٠٦١ جنيه

ثالثاً : الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من الفرد سنوياً :

= $\frac{\text{الإيراد السنوي}}{\text{عدد المشتركين}}$

∴ الإشتراك السنوي = $\frac{٢٤٧٢٨٠٦١}{٥٠٠٠٠٠}$ = ٥٠ جنيه

(تمرين ١١)

يرغب نادي دمياط الرياضي في إنشاء حمام سباحة باشتراكات سنوية لدعم أنشطته الرياضية الأخرى وفتحه للجمهور نظير إشتراك سنوي ، وتُقدر التكاليف كما يلي :

- ١٠ مليون جنيه تكاليف الإنشاء تُدفع فوراً.
- ٣ مليون جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٧ سنوات.
- ٥ مليون جنيه تُدفع آخر كل ١٠ سنوات للأبد .
- ٢ مليون جنيه مصروفات إدارية أول كل سنة وبصفة دائمة.

فإذا كان الربح ٢٥ ٪ من التكاليف ، ويُقدر عدد المشتركين بـ ١٠٠٠٠٠ عضو ، المطلوب :

تحديد الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو إذا كان معدل الفائدة المركبة ٨ ٪ سنوياً ؟.

الحــل :

أولاً : نحدد التكلفة الرأسمالية للمشروع

= القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع ، وتشمل :

(١) تكلفة الإنشاء = ١٠,٠٠٠,٠٠٠ جنيه

(٢) القيمة الحالية لدفعة محدودة عادية مدتها ٧ سنوات

$$= \frac{٣٠٠٠٠٠٠ \left[١ - (١ + ٠,٠٨)^{-٧} \right]}{٠,٠٨} = ١٥,٦٠٠,٠٠٠ \text{ جنيه}$$

(٣) القيمة الحالية لدفعة دائمة كل ١٠ سنوات =

$$= \frac{س}{(١+ع)^{ك} - ١} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{(١ + ٠,٠٨)^{١٠} - ١} = ٤,٣٠٠,٠٠٠ \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية للمصروفات الإدارية (كدفعة لا نهائية فوريه) =

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ \times \left(١ + \frac{١}{ع} \right)$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ \times \left(١ + \frac{١}{٠,٠٨} \right) = ٢٧,٠٠٠,٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

∴ التكلفة الرأسمالية = ١٠٠٠٠٠٠٠

١٥٦٠٠٠٠٠

٤٣٠٠٠٠٠

٢٧٠٠٠٠٠٠

= ٥٦٩٠٠٠٠٠ جنيه

الربح = التكلفة الرأسمالية × المعدل

= ٥٦٩٠٠٠٠٠ × ٠,٢٥ = ١٤٢٠٠٠٠٠ جنيه

∴ إجمالي التكاليف = ٥٦٩٠٠٠٠٠ + ١٤٢٠٠٠٠٠ = ٧١١٠٠٠٠٠ ج

∴ الإيراد السنوي = إجمالي التكاليف × معدل الفائدة

= ٧١١٠٠٠٠٠ × ٠,٠٨ = ٥٧٠٠٠٠٠ جنيه

وعلى ذلك :

<u>الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو :</u>

$$= \frac{\text{الإيراد السنوي}}{\text{عدد الأعضاء}}$$

∴ الإشتراك السنوي = $\frac{٥٧٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠}$ = ٥٧ جنيه

(تمرين ١٢)

ترغب محافظة الأسكندريه في إنشاء نادي رياضي ، وتُقدر التكاليف كما يلي :

- ٢٠ مليون جنيه الثمن النقدي لقطعة الأرض.
- ١٥ مليون جنيه تُدفع فوراً للمقاول.
- ٥ مليون جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٣ سنوات.
- ٢٠ مليون جنيه تستحق في نهاية السنة الخامسة
- ٥ مليون جنيه تجديدات شاملة في نهاية كل ١٥ سنة للأبد .
- ١ مليون جنيه مصروفات إدارية آخر كل سنة وللأبد.

والمطلوب تحديد :

(١) التكلفة الرأسمالية علماً بأن معدل الفائدة المركبة هو ١٥ ٪ سنوياً ؟.

(٢) الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة لمدة ٢٥ سنهلمواجهة هذا الإلتزام ؟

(٣) إذا كان من المقدر أن يستفيد من هذا المشروع ٥٠٠٠٠ عضو ، فما هو الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو ؟.

الحــل :

أولاً : التكلفة الرأسمالية للمشروع =

= القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع ، وتشمل :

(١) الثمن النقدي للأرض =٢٠,٠٠٠,٠٠٠ جنيه

(٢) المبلغ النقدي المدفوع للمقاول =١٥,٠٠٠,٠٠٠ جنيه

(٣) القيمة الحالية لدفعة محدودة عادية مدتها ٣ سنوات

$$= \frac{٥٠٠٠٠٠٠ \left[١ - (١ + ٠,١٥)^{-٣} \right]}{٠,١٥} = ١١,٤٠٠,٠٠٠ \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية للمبلغ المستحق بعد ٥ سنوات =

$$= ٢٠٠٠٠٠٠٠ \ (١ + ٠,١٥)^{-٥} = ١٠,٠٠٠,٠٠٠ \text{ جنيه}$$

(٥) القيمة الحالية للتجديدات الدورية كل ١٥ سنة (للأبد) =

$$= \frac{س}{(١+ع)^{ك} - ١} = \frac{٥٠٠٠٠٠٠}{(١ + ٠,١٥)^{١٥} - ١} = ٧٠٠٥٦٨ \text{ جنيه}$$

(٦) القيمة الحالية للمصروفات الإدارية (كدفعة لا نهائية عاديه) =

$$= ١٠٠٠٠٠٠ \times \left(\frac{١}{٠,١٥} \right) = ٦,٦٦٦,٦٦٧ \text{ جنيه.}$$

∴ التكلفة الرأسمالية = ٢٠,٠٠٠,٠٠٠

١٥,٠٠٠,٠٠٠

١١,٤٠٠,٠٠٠

١٠,٠٠٠,٠٠٠

٧٠٠٥٦٨

٦,٦٦٦,٦٦٧

= ٦٣,٧٦٧,٢٣٥ جنيه

ثانياً : الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة :

∵ التكلفة الرأسمالية = القيمة الحالية للإيرادات السنوية

∴ ٦٣,٧٦٧,٢٣٥ = الإيراد السنوي × $a_{\overline{25}|15\%}$

∴ ٦٣,٧٦٧,٢٣٥ = الإيراد السنوي × $\frac{\left[1-(1+0,15)^{-25}\right]}{0,15}$

∴ ٦٣,٧٦٧,٢٣٥ = الإيراد السنوي × ٦,٤٦٤١٤٩

∴ الإيراد السنوي = $\frac{63767235}{6,464149}$ = **٩٨٦٤٧٥٣** جنيه

ثالثاً : الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو :

= $\frac{\text{الإيراد السنوي}}{\text{عدد المشتركين}}$

∴ الإشتراك السنوي = $\frac{9864753}{50000}$ = ١٩٧ جنيه تقريباً

(تمرين ١٣)

شركة الصفا للإستثمار العقاري برأس البر تبيع إحدى وحداتها السكنية المميزة بالمنطقة (١٠١) بالشروط التاليه :

١. يتم تسليم الوحدة السكنية بعد ٧ سنوات من التعاقد ٠
٢. يدفع المتعاقد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه فوراً عند التعاقد ٠
٣. يسدد في أول كل سنة إعتباراً من أول السنة الرابعة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وآخر قسط يدفعه عند الإستلام٠

والمطلوب إيجاد ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٥ ٪ سنوياً ؟٠

الحـــل :

ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام =

جملة مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه عن مدة ٧ سنوات .

+ جملة دفعة فورية مبلغها السنوي ١٠٠٠٠ جنيه تدفع أول السنة الرابعة والخامسة والسادسه والسابعة (أي ن = ٤)

+ مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه عند الإستلام

∴ ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام =

$$= ٢٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٥)^{٧} + ١٠٠٠٠ \times \ddot{\overrightarrow{\text{ج}}}_{\overline{٤}|١٥\%} + ١٠٠٠٠$$

$$= ٢٠٠٠٠ \, (١,١٥)^{٧} + \frac{١٠٠٠٠(١+٠,١٥)\left[(١+٠,١٥)^{٤} - ١\right]}{٠,١٥}$$

$$+ ١٠٠٠٠$$

$$= ٥٣٢٠٠,٤ + ٥٧٤٢٣,٨١ + ١٠٠٠٠ = \boxed{١٢٠٦٢٤,٢١} \text{ جنيه}$$

(تمرين ١٤)

شركة الشروق للإسكان تبيع إحدى الوحدة السكنية بمنطقة الروضه بدمياط بالنظام التالي :

١. يتم تسليم الوحدة السكنية بعد ٣ سنوات من التعاقد .

٢. يدفع المتعاقد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه مقدم حجز عند التعاقد .

٣. يسدد أقساط في نهاية كل ٣ شهور ، قيمة القسط ٧٠٠٠ جنيه إعتبارا من السنة الثانية للتعاقد ، وآخر قسط يدفعه عند الإستلام.

والمطلوب إيجاد ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢ ٪ سنوياً والفائدة تُضاف في نهاية كل ٣ شهور ؟.

الحــل :

حيث أن الفتره الزمنيه ربع سنه ، نوجد المعدل الربع سنوي ، حيث :

معدل الفائده الربع سنوي = ١٢ ٪ ÷ ٤ = ٣ ٪ ، ونجعل المدد بالربع سنة

∴ ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام =

جملة مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه عن ١٢ فتره ربع سنوية ٠

+ جملة دفعة عاديه مبلغها الدوري ٧٠٠٠ جنيه تدفع خلال السنتين الثانية والثالثة (أي ن = ٢ × ٤ = ٨ دفعات)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام =

$$= \text{١٠٠٠٠} \, (\text{١} + \text{٠,٠٣})^{\text{١٢}} + \text{٧٠٠٠} \times \overrightarrow{\text{ج}}_{\overline{\text{٨}}|\text{٣}\%}$$

$$= \text{١٠٠٠٠} \, (\text{١,٠٣})^{\text{١٢}} + \frac{\text{٧٠٠٠} \left[(\text{١} + \text{٠,٠٣})^{\text{٨}} - \text{١} \right]}{\text{٠,٠٣}}$$

$$= \text{١٤٢٥٧,٦١} + \text{٦٢٢٤٦,٣٥} = \boxed{\text{٧٦٥٠٣,٩٦}} \text{ جنيه}$$

(تمرين ١٥)

شركة الناصرية للمقاولات تعرض بيع وحدات سكنية بالتقسيط على ١٠ أقساط سنوية ، قيمة القسط السنوي ١٠٠٠٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة ١٥ ٪ سنوياً ٠

والمطلوب إيجاد ثمن الوحدة السكنية اليوم في الحالات التالية :

1. **القسط يُدفع في نهاية كل سنه ٠**
2. **القسط يُدفع في بداية كل سنه ٠**
3. **توجد فترة سماح لمدة ٥ سنوات بعدها القسط يُدفع في نهاية كل سنه**
4. **أول قسط يستحق بعد ٣ سنوات مباشرة**
5. **القسط الأول يستحق بعد ٣ شهور ٠**

الحـــل :

حيث أن الأقساط (الدفعات سنوية ، نستخدم المعدل المتاح وهو معدل سنوي)

(١) إذا كان القسط يُدفع في نهاية كل سنه :

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

القيمة الحالية لدفعة محدودة ١٠ سنوات معجله عاديه مبلغها الدوري ١٠٠٠٠ جنيه (أي ن = ١٠ دفعات)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

$$= 10000 \times \text{ل}_{\overline{10}|15\%}$$

$$= \frac{10000\left[1-(1+0{,}15)^{-10}\right]}{0{,}15}$$

$= 10000 \times 5{,}0187683 =$ ٥٠١٨٧,٦٨٠ جنيه

(٢) إذا كان القسط يُدفع في بداية كل سنه :

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

القيمة الحالية لدفعة محدودة ١٠ سنوات معجله فورية مبلغها الدوري ١٠٠٠٠ جنيه (أي ن = ١٠ دفعات)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

$$= 10000 \times \ddot{\text{ق}}_{\overline{10}|15\%}$$

$$= \frac{10000(1+0{,}15)\left[1-(1+0{,}15)^{-10}\right]}{0{,}15}$$

$$= 10000 \times 5{,}7715839$$

= ٥٧٧١٥,٨٣٩ جنيه

(٣) إذا وجدت فترة سماح ٥ سنوات بعدها القسط يُدفع في آخر كل سنه:

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

القيمة الحالية لدفعة محدودة ١٠ سنوات مؤجله ٥ سنوات وعاديه مبلغها الدوري ١٠٠٠٠ جنيه (أي ن = ١٠ دفعات ، م = ٥)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

$$= ١٠٠٠٠ \times ح^{م}_{١٥\%} \times ل_{\overline{١٠}|١٥\%}$$

$$= (١+ع)^{-م} \times \frac{١٠٠٠٠\left[١-(١+٠,١٥)^{-١٠}\right]}{٠,١٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٥,٠١٨٧٦٨٣ \times ٠,٤٩٧١٧٦٧$$

= **٢٤٩٥٢,١٥** جنيه

(٤) إذا كان أول قسط يستحق بعد ٣ سنوات مباشرة:

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

القيمة الحالية لدفعة محدودة ١٠ سنوات مؤجلة ٣ سنوات وفورية مبلغها الدوري ١٠٠٠٠ جنيه (ن = ١٠ دفعات ، م = ٣)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

$$= ١٠٠٠٠ \times \ddot{ل}_{\overline{١٠}|١٥\%} \times ح^{٣}_{١٥\%}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠(١+٠,١٥)\left[١-(١+٠,١٥)^{-١٠}\right]}{٠,١٥} \times (١,١٥)^{-٣}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٥,٧٧١٥٨٣٩ \times ٠,٦٥٧٥١٦$$

= **٣٧٩٤٩,١٠٠** جنيه

(٥) إذا كان أول قسط يستحق بعد ٣ شهور مباشرة:

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

القيمة الحالية لدفعة محدودة ١٠ سنوات مؤجلة ٣ شهور وفورية مبلغها الدوري ١٠٠٠٠ جنيه (ن = ١٠ دفعات ، م = $\frac{١}{٤}$ سنه)

∴ ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد =

$$= ١٠٠٠٠ \times \ddot{ت}_{\overline{١٠}|١٥\%} \times ع^{٠,٢٥}_{١٥\%}$$

$$= \frac{١٠٠٠٠(١+٠,١٥)\left[١-(١+٠,١٥)^{-١٠}\right]}{٠,١٥} \times (١,١٥)^{-٠,٢٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٥,٧٧١٥٨٣٩ \times ٠,٩٦٥٦٦٢٨٨$$

$$= \boxed{٥٥٧٣٤,٠٤٤} \text{ جنيه}$$

(تمرين ١٦)

أرض زراعيه يُقدر إيرادها السنوي بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه ، فإذا أراد أحد المستثمرين شراؤها اليوم ، إحسب ثمن الشراء إذا علمت أن المشتري يرغب في إستثمار أمواله بمعدل فائده مركبه ١٠٪ سنوياً ، وذلك بفرض أن :

١. إيراد الأرض يُستحق فى آخر كل سنه ؟٠
٢. إيراد الأرض يُستحق فى أول كل سنه ؟٠
٣. الأرض مرهونة لمدة ٥ سنوات ، يستحق الإيراد بعدها فى آخر كل سنه ؟٠
٤. الأرض تحتاج لإصلاحات لمدة ٣ سنوات ، يستحق الإيراد بعدها فى أول كل سنه ؟٠
٥. أول إيراد يستحق بعد ٣ شهور ؟٠

الحل :

ثمن بيع الأرض يمثل القيمه الحاليه للإيراد المستقبلى لتلك الأرض ، وحيث أن الإيراد سنوي نستخدم المعدل السنوي وهو المتاح

(١) إذا كان ريع الأرض يُستحق فى آخر كل سنه :

∴ ثمن الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه عاديه مبلغها الإيراد السنوي

∴ ثمن الأرض = $\text{١٠٠٠٠٠} \times \text{د}_{\overline{\infty}|\text{١٠}\%}$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \frac{\text{١}}{\text{ع}}$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \frac{\text{١}}{\text{٠,١٠}}$

$= \boxed{\text{١٠٠٠٠٠٠}}$ **جنيه.**

(٢) إذا كان ريع الأرض يُستحق فى أول كل سنه :

∴ ثمن الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه فورية مبلغها الإيراد السنوي

∴ ثمن الأرض = $\text{د} \times \ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|\text{١٠}\%}$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \left(\text{١} + \frac{\text{١}}{\text{ع}}\right)$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \left(\text{١} + \frac{\text{١}}{\text{٠,١٠}}\right)$

$= \text{١٠٠٠٠٠} \times \text{١١}$

$= \boxed{\text{١١٠٠٠٠٠}}$ **جنيه.**

(٣) إذا كانت الأرض مرهونة لمدة ٥ سنوات ، يستحق الإيراد بعدها فى آخر كل سنه :

∴ ثمن الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مؤجلة ٥ سنوات وعاديه مبلغها الإيراد السنوي

$$\therefore \text{ثمن الأرض} = \text{د} \times {}_{\text{م}|}\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$$

$$= \text{د} \times {}_{٥|}\text{د}_{\overline{\infty}|١٠\%}$$

$$= \text{د} \,(١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \frac{١}{\text{ع}}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times (١+٠{,}١٠)^{-٥} \times \frac{١}{٠{,}١٠}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠{,}٦٢٠٩٢١٣ \times ١٠$$

$$= \boxed{٦٢٠٩٢١{,}٣٢٣} \text{ جنيه.}$$

(٤) إذا كان الإيراد يستحق أول كل سنه بعد فترة إصلاح ٣ سنوات :

∴ ثمن الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مؤجلة ٣ سنوات وفورية مبلغها الإيراد السنوي

$$\therefore \text{ثمن الأرض} = \text{د} \times {}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \text{د} \times {}_{٣|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|١٠\%}$$

$$= \text{د} \,(١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(١+\frac{١}{\text{ع}}\right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times (١+٠{,}١٠)^{-٣} \times \left(١+\frac{١}{٠{,}١٠}\right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠{,}٧٥١٣١٤٨ \times ١١$$

$$= \boxed{٨٢٦٤٤٦{,}٢٨} \text{ جنيه.}$$

(٥) إذا كان أول إيراد يستحق بعد ٣ شهور :

∴ ثمن الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه مؤجلة ربع سنة (٣ شهور) وفورية مبلغها الإيراد السنوي

∴ ثمن الأرض = $\text{د} \times {}_{\text{م}|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} = \text{د} \times {}_{٠,٢٥|}\ddot{\text{ت}}_{\overline{\infty}|١٠\%}$

$$= \text{د}\ (١+\text{ع})^{-\text{م}} \times \left(١+\frac{١}{\text{ع}}\right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times (١+٠,١٠)^{-٠,٢٥} \times \left(١+\frac{١}{٠,١٠}\right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,٩٧٦٤٥٤١ \times ١١$$

$$= \boxed{١٠٧٤٠٩٩,٥٠٠}$$ جنيه.

(تمرين ١٧)

إشترى شخص قطعة أرض فضاء واتفق مع البائع على سداد مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه نقداً ، على أن يسدد القيمة الباقية على دفعات كما يلي :

(أ) ٦٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة لمدة ٥ سنوات .

(ب) ١٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة لمدة ١٠ سنوات تلي الـ ٥ سنوات الأولى.

إحسب ثمن الشراء للأرض إذا علمت أن المشتري يرغب في إستثمار أمواله بمعدل فائده مركبه ١٥٪ سنوياً ؟.

الحل :

حيث أن الأقساط (الدفعات سنوية ، نستخدم المعدل المتاح وهو معدل سنوي)

∴ ثمن شراء قطعة الأرض = المقدم + القيمة الحالية للدفعات

= ١٠٠٠٠٠٠ + [٦٠٠٠ × ل ٥| ١٥٪]

+ [١٠٠٠٠ × ٥| ل ١٠| ١٥٪]

= ١٠٠٠٠٠٠ + ٦٠٠٠ [١ − (١ + ٠,١٥)^{-٥}] ÷ ٠,١٥

+ (١ + ٠,١٥)^{-٥} × ١٠٠٠٠ [١ − (١ + ٠,١٥)^{-١٠}] ÷ ٠,١٥

= ١٠٠٠٠٠٠ + (٦٠٠٠ × ٣,٣٥٢١٥٥)

+ (١٠٠٠٠ × ٥,٠١٨٧٦٨٦ × ٠,٤٩٧١٧٦٧)

= ١٠٠٠٠٠٠ + ٢٠١١٢,٩٣ + ٢٤٩٥٢,١٥

= ١٠٤٥٠٦٥,١ جنيه.

(تمرين ١٨)

أودع شخص ٦٠٠٠ جنيه آخر كل سنه في بنك مصر الدولي ليُستثمر بالفائدة المركبة بمعدل ١٤ ٪ سنوياً ولمدة ٥ سنوات ، ثم سحب جملة ما تكون له في البنك ودفعه مقدم لثمن شراء قطعة أرض زراعية تعطي إيراد سنوي آخر كل سنه مبلغه ١٠٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن المشتري يرغب في إستثمار أمواله بمعدل فائده مركبه ١٥٪ سنوياً :

١. إحسب ثمن شراء قطعة الأرض ؟.
٢. إحسب المبلغ الذي يدفعه بالإضافة إلى جملة ما سحبه من البنك ؟.

الحل :

(١) ثمن شراء قطعة الأرض = القيمه الحاليه لدفعه لانهائيه عاديه مبلغها الإيراد السنوي

∴ ثمن الأرض = $١٠٠٠٠ \times a_{\overline{\infty}|١٥\%} = ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{ع}$

$= ١٠٠٠٠ \times \frac{١}{٠,١٥} = ٦٦٦٦٦,٦٦٧$ جنيه

جملة ما له في البنك : جملة دفعه عادية مدتها ٥ سنوات ومبلغها الدوري ٦٠٠٠ جنيه وبمعدل ١٤ ٪ سنوي

$= ٦٠٠٠ \times \overrightarrow{ج}_{\overline{٥}|١٤\%}$

$= \frac{٦٠٠٠\left[(١+٠,١٤)^{٥}-١\right]}{٠,١٤} = ٣٩٦٦٠,٦٢٤$ جنيه

∴ المبلغ الذي دفعه المشتري بعد سداد جملة ما له في البنك =

$= ٦٦٦٦٦,٦٦٧ - ٣٩٦٦٠,٦٢٤ = \underline{٢٧٠٠٦,٠٤٣}$ جنيه

(تمرين ١٩)

يرغب ثري بالمنصورة بناء مستشفى خيري ، وقدر الخبراء التكاليف اللازمه للمشروع كما يلي :

- ٢٠٠٠٠٠ جنيه ثمن الأرض تدفع مره واحدة بعد ٥ سنوات.
- ٢٠٠٠٠ جنيه تُدفع أول كل سنة ولمدة ٤ سنوات تكاليف الحفر والأساس
- ٣٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٣ سنوات بعد انتها فترة الحفر
- ٦٠٠٠٠ جنيه تدفع مره واحدة بعد ٧ سنوات كتكاليف تشطيب.
- ١٠٠٠٠ جنيه تُدفع أول كل سنة بعد انتهاء السنة الثامنة كأجور ومرتبات
- ١٦٠٠٠ جنيه تُدفع أول كل سنة بعد انتهاء السنة الثامنة للصيانة الدورية

وحتى يضمن استمرارية المشروع إشترى قطعة أرض زراعية تعطي إيراد سنوي ثابت يُدفع آخر كل سنة بما يكفي لإقامة المشروع والإنفاق عليه

والمطلوب تحديد : الإيراد السنوي لقطعة الأرض علماً بأن معدل الفائدة المركبة هو ١٥ ٪ سنوياً ؟.

الحـــل :

أولاً : المبلغ اللازم لإقامة المشروع =

= القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع ، وتشمل :

(١) المبلغ اللازم لشراء الأرض =

$$= ٢٠٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٥)^{-٥} = \underline{٩٩٤٣٥,٣٤} \text{ جنيه}$$

(٢) المبلغ اللازم للحفر والأساس = ٢٠٠٠٠ × $\ddot{a}_{\overline{٤}|١٥\%}$

$$= \frac{٢٠٠٠٠(١+٠,١٥)\left[١-(١+٠,١٥)^{-٤}\right]}{٠,١٥} = \underline{٦٥٦٦٤,٥} \text{ جنيه}$$

(٣) القيمة الحالية للمبلغ اللازم للمباني = ٣٠٠٠٠ × ${}_{٤|}\ddot{a}_{\overline{٣}|١٥\%}$

$$= (١+٠,١٥)^{-٤} \times \frac{٣٠٠٠٠\left[١-(١+٠,١٥)^{-٣}\right]}{٠,١٥} = \underline{٣٩١٦٣,٢٦} \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية للمبلغ اللازم للتشطيب بعد ٧ سنوات =

$$= ٦٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٥)^{-٧} = \underline{٢٢٥٥٦,٢٢} \text{ جنيه}$$

(٥) القيمة الحالية للأجور والمرتبات (دفعة لا نهائيةمؤجلة فورية) =

$$= ١٠٠٠٠ \times {}_{٨|}\ddot{a}_{\overline{\infty}|١٥\%}$$

$$= ١٠٠٠٠ \, (١+٠,١٥)^{-٨} \times \left(١ + \frac{١}{٠,١٥}\right) = \underline{٢٥٠٦٢,٤٨٧} \text{ جنيه}$$

(٦) القيمة الحالية للصيانة الدورية (كدفعة لا نهائية مؤجله فورية) =

$$= ١٦٠٠٠ \times {}_{٨|}\ddot{a}_{\overline{\infty}|١٥\%}$$

$$= ١٦٠٠٠ \, (١+٠,١٥)^{-٨} \times \left(١ + \frac{١}{٠,١٥}\right) = \underline{٤٠٠٩٩,٩٧٩} \text{ جنيه}$$

∴ المبلغ اللازم دفعه للمشروع = ٩٩٤٣٥,٣٤

٦٥٦٦٤,٥

٣٩١٦٣,٢٦

٢٢٥٥٦,٢٢

٢٥٠٦٢,٤٨٧

٤٠٠٩٩,٩٧٩

= ٢٩١٩٨١,٧٩٠ جنيه

∴ ثمن شراء قطعة الأرض الزراعية = ٢٩١٩٨١,٧٩٠ جنيه

∵ ثمن شراء الأرض = القيمة الحالية للإيرادات السنوية

∴ ٢٩١٩٨١,٧٩٠ = الإيراد السنوي × $د_{\overline{\infty}|ع\%}$

∴ ٢٩١٩٨١,٧٩٠ = الإيراد السنوي × $\frac{١}{ع}$

∴ ٢٩١٩٨١,٧٩٠ = الإيراد السنوي × $\frac{١}{٠,١٥}$

∴ ٢٩١٩٨١,٧٩٠ = الإيراد السنوي × ٦,٦٦٦٧

∴ الإيراد السنوي = $\frac{٢٩١٩٨١,٧٩}{٦,٦٦٦٦٧}$ = **٤٣٧٩٧,٢٧** جنيه

(تمرين ٢٠)

إشترى شخص فيلا سكنية بالنظام التالي :

١. مبلغ ١٠٠٠٠٠٠ جنيه تُدفع فوراً .

٢. مبلغ ٦٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة لمدة ١٠ سنوات ٠

٣. مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة لمدة الـ٥ سنوات التاليه ٠

٤. مبلغ ٨٠٠٠٠ جنيه تُدفع في نهاية الـ ١٥ سنه ٠

إحسب ثمن الشراء الفوري للفيلا إذا علمت أن المشتري يرغب في إستثمار أمواله بمعدل فائده مركبه ١٥٪ سنوياً ؟٠

الحل :

ثمن شراء الفيلا = مجموع القيم الحالية لجميع المبالغ المدفوعه في سبيل الحصول على الفيلا٠

وتشمل :

(١) المبلغ الفوري = <u>١٠٠٠٠٠</u> جنيه

(٢) المبلغ المدفوع في نهاية كل سنة لمدة ١٠ سنوات =

$$= 6000 \times a_{\overline{10}|15\%}$$

$$= \frac{6000\left[1-(1+0{,}15)^{-10}\right]}{0{,}15} = \underline{30112{,}614}$$ جنيه

(٣) المبلغ المدفوع في نهاية كل سنة لمدة الـ٥ سنوات التالية =

$$= 10000 \times {}_{10|}a_{\overline{5}|15\%}$$

$$= (1+0{,}15)^{-10} \times \frac{10000\left[1-(1+0{,}15)^{-5}\right]}{0{,}15}$$

$= \underline{8286{,}01}$ جنيه

(٤) القيمة الحالية للمبلغ المستحق بعد ١٥ سنه =

$$= 80000\,(1+0{,}15)^{-15} = \underline{9831{,}52}$$ جنيه

وعلى ذلك يكون :

∴ ثمن الشراء الفوري للفيلا = ١٠٠٠٠٠

٣٠١١٢,٦١٤

٨٢٨٦,٠١

٩٨٣١,٥٢

= ١٤٨٢٣٠,١٤ جنيه

∴ ثمن شراء الفيلا نقداً = ١٤٨٢٣٠,١٤ جنيه

(تمرين ٢١)

يرغب شخص في بناء مجمع سكني ، وقدر الخبراء المبالغ اللازمه للمشروع كما يلي :

- ٢٠٠٠٠٠ جنيه ثمن الأرض تدفع مره واحدة فوراً ٠
- ٤٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٣ سنوات تكاليف الحفر والأساس
- ٤٠٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٣ سنوات بعد انتها فترة الحفر
- ١٠٠٠٠٠٠ جنيه تدفع مره واحدة بعد ٦ سنوات كتكاليف تشطيب٠
- ٦٠٠٠٠٠ جنيه تدفع مره واحدة بعد ٦ سنوات للمصاعد
- ٨٠٠٠٠ جنيه تُدفع آخر كل سنة بعد انتهاء المشروع للصيانة الدورية

والمطلوب :

تحديد المبلغ الذي يجب على هذا الشخص وقفه لهذا المشروع علماً بأن معدل الفائدة المركبة هو ١٤ ٪ سنوياً ؟٠

الحــل :

أولاً : المبلغ الواجب وقفه لإقامة المشروع =

= القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع ، وتشمل :

(١) ثمن الأرض = ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه

(٢) المبلغ اللازم للحفر والأساس = ٤٠٠٠٠ × د ٣| ١٤٪

$$= \frac{٤٠٠٠٠ \left[١ - (١ + ٠,١٤)^{-٣} \right]}{٠,١٤} = ٩٢٨٦٥,٢٨ \text{ جنيه}$$

(٣) لمبلغ المدفوع بعد فترة الحفر = ٤٠٠٠٠٠ × ٣| د ٣| ١٤٪

$$= (١ + ٠,١٤)^{-٣} \times \frac{٤٠٠٠٠٠ \left[١ - (١ + ٠,١٤)^{-٣} \right]}{٠,١٤} = ٦٢٦٨١٤,٤ \text{ جنيه}$$

(٤) القيمة الحالية للمبلغ اللازم للتشطيب بعد ٦ سنوات =

$$= ١٠٠٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٤)^{-٦} = ٤٥٥٥٨٧ \text{ جنيه}$$

(٥) القيمة الحالية للمبلغ اللازم للمصاعد بعد ٦ سنوات =

$$= ٦٠٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٤)^{-٦} = ٢٧٣٣٥٢,٢ \text{ جنيه}$$

(٦) القيمة الحالية للصيانة الدورية (كدفعة لا نهائية مؤجلة عادية) =

= ٨٠٠٠٠ × ٦| د ∞| ١٤٪

$$= ٨٠٠٠٠ \, (١ + ٠,١٤)^{-٦} \times \frac{١}{٠,١٤}$$

$$= ٨٠٠٠٠ \times ٠,٤٥٥٥٨٧ \times \frac{١}{٠,١٤} = ٢٦٠٣٣٥,٤٣ \text{ جنيه}$$

∴ مجموع القيم الحالية = ٢٠٠٠٠٠٠

٩٢٨٦٥,٢٨

٦٢٦٨١٤,٤

٤٥٥٥٨٧

٢٧٣٣٥٢,٢

٢٦٠٣٣٥,٤٣

= ٣٧٠٨٩٥٤,٣ جنيه

∴ المبلغ الواجب وقفه = ٣٧٠٨٩٥٤,٣ جنيه

(تمرين ٢٢)

إشترى شخص وحده سكنية واتفق مع البائع على سداد مبلغ ٨٠٠٠٠ جنيه نقداً كمقدم ، على أن يسدد القيمة الباقية بموجب ١٠ أقساط متساوية يُدفع القسط في أول كل سنه بعد فترة سماح ٥ سنوات ، وقيمة القسط ٤٠٠٠ جنيه إحسب ثمن شراء الوحدة السكنية إذا كان معدل الفائده المركبه ١٥٪ سنوياً ؟

الحل :

حيث أن الأقساط (الدفعات سنوية ، نستخدم المعدل المتاح وهو معدل سنوي)

∴ ثمن شراء الوحدة السكنية = المقدم + القيمة الحالية للدفعات

$$= ٨٠٠٠٠ + ٤٠٠٠ \times {}_{٥|}ت_{\overline{١٠}|١٢\%}$$

$$= ٨٠٠٠٠ + (١+٠,١٢)^{-٥} \times \frac{٤٠٠٠(١+٠,١٢)\left[١-(١+٠,١٢)^{-١٠}\right]}{٠,١٢}$$

= ٨٠٠٠٠ + ١٤٣٥٣,٢٧٦ = <u>٩٤٣٦٣,٢٧٦</u> جنيه

خلاصة المبحث الأول

(١) التكلفة الرأسمالية = تكلفة الإنشاء + القيمة الحالية للنفقات الدورية

(٢) التكلفة الرأسمالية للأصول التى لا تُستهلك :

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right)$$

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{\left(1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع}\right)$$

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{س}}{(1+\text{ع})^{\text{ك}}-1}$$

(٣) التكلفة الرأسمالية للأصول التى تُستهلك ولها نفاية هي :

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}-\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right)$$

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}-\text{س}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{\left(1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}\right)} - \text{ع}\right)$$

(٤) التكلفة الرأسمالية للأصول التى تُستهلك وليس لها نفاية هي :

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right) - \frac{\text{ج}}{\text{ع}} \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ك}}|\text{ع}\%}}$$

$$\text{ق} = \text{ج} + \frac{\text{ج}}{\text{ع}}\left(\frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ك}}} - \text{ع}\right)$$

$$ق = \frac{ج}{1-(1+ع)^{-ك}}$$

(٥) التكلفة الرأسمالية للمشروع = القيمة الحالية لكافة النفقات اللازمة لإتمام المشروع

ولتقدير الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة ، فإن :

التكلفة الرأسمالية = القيمة الحالية للإيرادات السنوية

ومن ثم يكون :

الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو :

$$= \frac{\text{الإيراد السنوي}}{\text{عدد المشتركين}}$$

تمارين على المبحث الأول

(١) أوجد التكلفة الرأسمالية لآلــة ثمنهــا ٢٠٠٠٠ جنيه وعمرها الانتاجي ١٥ سنة اذا كان من الممكن بيعها كخردة أو كنفاية بمبلغ ٤٠٠٠ جنيه في نهاية عمرها الانتاجي وذلك بمعدل (ع ٢ = ٨٪)

(٢) أوجــد التكلفــة الرأسمالية لثلاجــة كهربائيــة عمرها الانتاجي عشــر أنصاف سنوات ويقدر ثمن بيعها في نهاية عمرها الانتــاجي بمبلغ ٤٠٠ جنيه وذلك بفرض أن ثمن الثلاجة يساوى ١٢٠٠٠ جنيه وعلى أساس معدل فائدة مركبة قدره (ع = ٨٪) .

(٣) حل التمرين السابق بفرض عدم وجود نفاية .

(٤) حمــام ســباحة يبلغ تكاليف انشائه ٢٠٠٠٠٠ جنيه ويحتاج الى تجــديد بنصف تكلفة انشائه في نهاية كل ٢٥ سنة . أوجــد التكلفة الرأسمالية لهذا الحمام اذا كانت الفوائد تحسب بمعدل ١٠٪ سنوياً .

(٥) أوجــد التكلفة الرأسمالية لآلــة ثمنها ٣٠٠٠٠ جنيه وعمرها الانتاجي ١٥ سنة اذا كان من الممكن بيعها كخــرده في نهاية العمر الانتاجي بمبلغ ٤٠٠٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة (ع ٢ ٩٪) .

(٦) أوجــد التكلفة الرأسمالية لثلاجة عمرها الانتاجي ١٠ سنوات ويقدر ثمن بيعها بعد هذه المـــــدة بمبلغ ٢٠٠ جنيه وذلك بفــــرض أن ثمن الثلاجــــــة ٤٥٠٠ جنيه بمعدل فائدة ٧٪ .

(٧) أراد شــخص شراء آلـــة وقد عرض عليه البائع آلــتين الأولى ثمنها ٥٠٠٠ جنيه وتصلح للعمــــل ١٠ ســــنوات والأخرى ثمنها

٤٥٠٠ جنيه وتصلح للعمل لمدة ٩ سنوات ، أى العرضين أفضل إذا كانت الفوائد تحسب بمعدل فائدة مركبة (ع٤ =٨٪) .

(٨) إذا كانت التكلفة الأصلية لمخزن تبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه ، ويجب إعادة بناء المخزن بالكامل كل ٢٥ سنة . فإذا أمكن استثمار النقود بفائدة فصلية مركبة ٦٪ .

(٩) ما قيمة التكلفة الرأسمالية للمخزن ؟ افترض أن تكلفة كل إبدال ستكون ٢٧٠٠٠ جنيه .

(١٠) ماكينة قيمتها ٢٤٠٠ جنيه . يجب إصلاحها سنويا . وتكلفة كل إصلاحها تبلغ ٧٠٠جنيه فإذا كانت الفائدة ٧٪ احسب التكلفة الرأسمالية الآله ؟

(١١) شاحنة تم شراؤها بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه . وتحتاج للإصلاح كل عام ، وتبلغ تكلفة كل إصلاح ٣٠٠٠ جنيه . فإذا كان معدل الفائدة المركبة ٨٪ أوجد التكلفة الرأسمالية للشاحنـــــة ؟

(١٢) بالإشارة للمسألة رقم (١٠) . احسب التكلفة المرسملة للشاحنة إذا كانت الفائدة ٥٪ مركبة نصف سنوية ؟

(١٣) جراج قيمته ٢٠٠٠٠ يجب ترميمه كل ٢٠ عام بتكلفة تبلغ ١٨٠٠٠ جنيه . فإذا أمكن تحقيق فائدة استثمار قدرها ٤٪ مركبة نصف سنوية . أوجد التكلفة الرأسمالية للجراج ؟

(١٤) تم إنشاء مكتبة فى أحد الكليات بتكلفة قدرها ٥٥٠٠٠٠ جنيه ويجب ترميم المبنى كل ٤٠ عام بتكلفة قدرها ٥٧٠٠٠٠ جنيه فإذا كان معدل الفائدة ٥٪ . أوجد التكلفة الرأسمالية للمكتبـــة ؟

(١٥) ترغب محافظة الدقهلية في إنشاء حديقه عامه تضم منتزهات وملاعب ومنطقة ألعاب للأطفال والشباب ، وتُقدر التكاليف كما يلي :

- ١٥ مليون جنيه الثمن النقدي للأرض.
- ١٠ مليون جنيه تُدفع فوراً للمقاول.
- ٣ مليون جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة ٣ سنوات.
- ١ مليون جنيه تُدفع آخر كل سنة ولمدة الـ ٤ سنوات التاليه.
- ٢ مليون جنيه تستحق في نهاية السنة السابعة
- ٥ مليون جنيه تجديدات وصيانه في نهاية كل ١٠ سنوات للأبد .
- ١ مليون جنيه مصروفات إدارية ومرتبات آخر كل سنة وللأبد.

والمطلوب تحديد :

(١) التكلفة الرأسمالية علماً بأن معدل الفائدة المركبة هو ١٢ ٪ سنوياً ؟.

(٢) الإيراد الواجب تحصيله آخر كل سنة لمواجهة هذا الإلتزام ؟

(٣) إذا كان من المقدر أن يستفيد من هذا المشروع ١٠٠٠٠٠٠ شخص ، فما هو الإشتراك السنوي الواجب تحصيله من العضو ؟

(١٦) شركة الشروق للإستثمار العقاري بمصيف جمصه تبيع إحدى وحداتها السكنية المميزة بمنطقة النخيل بالشروط التاليه :

(١) يتم تسليم الوحدة السكنية بعد ٥ سنوات من التعاقد .

(٢) يدفع المتعاقد مبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه فوراً عند التعاقد .

(٣) يسدد في أول كل سنة إعتباراً من أول السنة الثالثه مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه وآخر قسط يدفعه عند الإستلام.

والمطلوب إيجاد ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٥ ٪ سنوياً ؟٠

(١٧) في التمرين السابق ، أوجد ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد إذا كان معدل الخصم الصحيح المركب هو ١٢ ٪ سنوياً

(١٨) شركة الناصرية للمقاولات تبيع الوحدة السكنية الكائنة بشارع المشروع ببلقاس على النحو التالي :

١- يتم تسليم الوحدة السكنية بعد ٣ سنوات من التعاقد ٠

٢- يدفع المتعاقد مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه مقدم حجز عند التعاقد ٠

٣- يسدد أقساط في نهاية كل ٤ شهور ، قيمة القسط ١٠٠٠٠ جنيه إعتبارا من أول السنة الثانية للتعاقد ، وآخر قسط يدفعه عند الإستلام٠

والمطلوب إيجاد ثمن الوحدة السكنية عند الإستلام إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٢ ٪ سنوياً والفائدة تُضاف آخر كل ثلث سنه ؟

(١٩) في التمرين السابق أوجد ثمن الوحدة السكنية عند التعاقد إذا كان معدل الفائدة المركبة والخصم الصحيح هو ١٥ ٪ سنوياً والفائدة تُضاف آخر كل ثلث سنه ؟٠

المبحث الثاني

تسوية الديون طويلة الأجل

وتاريخ الإستحقاق المتوسط

مقدمة :

قد يجد المدين بعدد من الديون أن ظروفه المادية لا تسمح بالانتظام في سداد ما يحل أجله من الديون ذوات تواريخ الاستحقاق المتعاقبة فيلجأ الى الدائن ليحصل على موافقته على تسوية هذه الديون وذلك إما باستبدالها جميعاً بدين واحد يستحق بعد تاريخ استحقاق آخر الديون ، أو قد يتفق على تاريخ الإستحقاق يتوسط تواريخ الإستحقاق للديون المشتركة في التسوية ، أو قد يكون تاريخ إستحقاق الدين الجديد الآن أو فى أى تاريخ سابق لجميع الديون القديمة .كما قد يشمل الاتفاق على تسوية الديون سداد مبلغ نقدي فوراً أو بعد مدة قصيرة وتأجيل تاريخ استحقاق الدين الموحد الى فترة طويلة .

في مثل هذه الأحوال فان أهم ما يشغل بال المدين ويسعى الى تحقيقه هو الحصول على موافقة الدائن على استبدال الديون بدين واحد تراعى ظروف المدين في تحديد تاريخ استحقاقه . أما ما يترتب على هذه التسوية من زيادة في أعباء المدين تتمثل في تراكم الفائدة المركبة فينظر اليها المدين نظرة ثانوية ويقبل في كثير من الأحوال معدلاً للفائدة المركبة أكبر من معدلات الفائدة للديون التي اشتركت في التسوية .

ويجب أن لا يغيب عن الأذهان أن أى تسوية أو استبدال للديون يكون أساسها عدم الإضرار بالمدين أو الدائن من جراء تسوية الديون وذلك على أساس تطبيق معادلة القيمة وهي :

قيمة الديون القديمة وقت التسوية = قيمة الديون الجديدة وقت التسوية

سداد الديون فى تاريخ سابق أو لاحق أو يقع بين تواريخ استحقاق الديون

تسوية الديون يعنى سدادها ، ويوجد العديد من طرق سداد الديون طويلة الأجل ، ومن أهم هذه الطرق أن يتم سداد الديون فى تاريخ سابق أو لاحق أو يقع بين تواريخ استحقاق الديون • وطبقاً لهذه الطريقة غالباً ما يتم الإتفاق بين طرفي العلاقه التجاريه على طريقه جديده لسداد الديون •حيث يتم استبدال دين بدين آخر أو استبدال دين بعدة ديون مع تغيير تواريخ الإستحقاق وفى كل التصرفات يجب أن تتم بحيث لا يكون هناك ضرر لأي من المدين أو الدائن •

وعلى ذلك ، فإن القاعدة العامة عند إجراء تسوية الديون ، وحتى لايُضار أي من طرفى العلاقه التجاريه ، فإنه يجب تطبيق القاعده العامه لتسوية واستبدال الديون ، حيث أنه فى تاريخ التسويه لابد أن يكون :

قيم الديون القديمه = قيم الديون الجديده

ولتطبيق هذه القاعده عند تسوية الديون يجب مراعاة تواريخ استحقاق الديون بالنسبة إلى تاريخ التسوية ، وهنا نجد الآتي :

(١) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يقع بعد تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون نوجد القيمة الحالية لها عن طريق خصمها عن المده من تاريخ الإستحقاق وحتى تاريخ التسوية •

(٢) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يقع قبل تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون نوجد جملتها عن طريق رسملتها بمعدل فائدة مركبة عن المده من تاريخ الإستحقاق وحتى تاريخ التسوية •

(٣) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يتفق مع تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون لايُخصم منه حطيطه ولايُضاف لها فائدة ، لأن القيم الإسمية لتلك الديون تمثل القيم الحقيقية لها فى تاريخ التسوية ٠

والأمثلة التالية توضح البعض من العديد من التسويات التى قد تتم بين المدين والدائن فى مجال تسوية الديون طويلة الأجل ٠

مثال (١)

تاجر مدين لآخر بالديون التاليه :

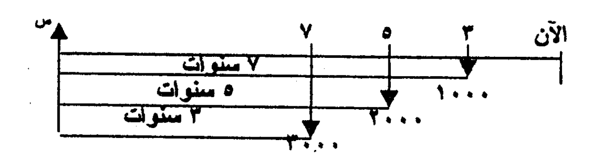
١٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ سنوات من الآن ٠

٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات من الآن ٠

٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ سنوات من الآن ٠

فإذا أراد التاجر إستبدال هذه الديون بدين واحد يستحق السداد بعد ١٠ سنوات من الآن والمطلوب حساب القيمه الإسميه للدين الجديد إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ٦ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحـــل :



حيث أن تاريخ التسويه لاحق لكل تواريخ الإستحقاق ، فإنه يتم تطبيق قاعدة الجمله على أساس معدل الفائده المركبة ، حيث :

جملة الديون الجديده = جملة الديون القديمه

وبفرض أن القيمة الإسمية للدين الجديد = س

∴ س = جملة الديون القديمه

مدد الديون القديمه فى تاريخ التسويه :

- مدة الدين الأول = ١٠-٣ = ٧ سنوات ٠
- مدة الدين الثانى = ١٠-٥ = ٥ سنوات ٠
- مدة الدين الثالث = ١٠-٧ = ٣ سنوات ٠

∴ س = جملة الديون القديمه

$= ١٠٠٠ (١+٠,٠٦)^{٧} + ٢٠٠٠ (١+٠,٠٦)^{٥} + ٣٠٠٠ (١+٠,٠٦)^{٣}$

$= ١٠٠٠ \times ١,٥٠٣٦٣ + ٢٠٠٠ \times ١,٣٣٨٢٣ + ٣٠٠٠ \times ١,١٩١٠٢$

= ٧٧٥٣,١٣ جنيه

مثال (٢)

شخص مدين لآخر بالديون التاليه :

٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٠م ٠

٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٣م ٠

٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٧م ٠

وفي ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٣م أراد المدين سداد هذه الديون على النحو التالي :

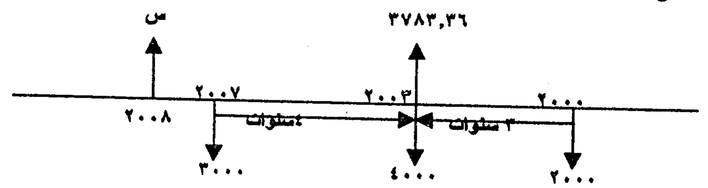
١- يدفع نقداً ٣٧٨٣,٣٦ جنيه ٠

٢- يحرر بالباقي سند إذني يستحق السداد فى ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٨م ٠

والمطلوب حساب القيمه الإسميه للسند الإذني إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ٩ ٪ سنوياً ؟ ٠



الحـــل :



تاريخ التسويه في هذه الحالة هو ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٣م ، فإن :

<u>مدد الديون القديمه فى تاريخ التسويه :</u>

- **مدة الدين الأول = ٢٠٠٣/١٢/٣١ – ٢٠٠٠/١٢/٣١ = ٣ سنوات ٠**
- **مدة الدين الثانى = ٢٠٠٣/١٢/٣١ – ٢٠٠٣/١٢/٣١ = صفر ٠**
- **مدة الدين الثالث = ٢٠٠٧/١٢/٣١ – ٢٠٠٣/١٢/٣١ = ٤ سنوات ٠**

<u>مدد الديون الجديدة فى تاريخ التسويه :</u>

- **مدة المبلغ النقدي = صفر ٠**
- **مدة الدين الثانى = ٢٠٠٨/١٢/٣١ – ٢٠٠٣/١٢/٣١ = ٥ سنوات ٠**

حيث أن تاريخ التسويه هنا هو ٣١ / ١٢ / ٢٠٠٣م ، يقع بين تواريخ استحقاق الديون المختلفة ، فإنه يتم تطبيق القاعدة العامة :

قيمة الديون الجديدة فى تاريخ التسوية = قيمة الديون القديمه فى تاريخ التسوية

ويفرض أن القيمة الإسمية للسند الإذني (كدين جديد) = س

∴ ٣٧٨٣,٣٦ + س (١+٠,٠٩)$^{-٥}$

= ٢٠٠٠ (١+٠,٠٩)^{٣} + ٤٠٠٠ + ٣٠٠٠ (١+٠,٠٩)$^{-٤}$

∴ ٣٧٨٣,٣٦ + ٠,٦٤٩٩٣١٤ س

= ١,٢٩٥٠٢٩×٢٠٠٠ + ٤٠٠٠ + ٣٠٠٠ ×٠,٧٠٨٤٢٥

∴ ٣٧٨٣,٣٦ + ٠,٦٤٩٩٣١٤ س = ٨٧١٥,٣٣٤

∴ ٠,٦٤٩٩٣١٤ س = ٨٧١٥,٣٣٤ - ٣٧٨٣,٣٦ = ٤٩٣١,٩٧٤

∴ س = $\frac{٤٩٣١,٩٧٤}{٠,٦٤٩٩٣١٤}$ = ٧٥٨٨,٤٥٣ ٠

∴ س = القيمة الإسمية للسند الإثنى = **٧٥٨٨,٤٥٣ جنيه** ٠

مثال (٣)

تاجر مدين لآخر بالديون التاليه :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ سنوات من الآن ٠

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات من الآن ٠

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ سنوات من الآن ٠

فإذا أراد التاجر سداد هذه الديون بموجب سندين إثنيين ، القيمة الإسمية للسند الأول نصف القيمة الإسمية للسند الثاني ، ويستحق الأول بعد سنتين والثاني بعد ٤ سنوات من الآن

والمطلوب حساب القيمه الإسميه لكل سند إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحــل :

وبأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٠٠٠٠	٣ سنوات	س	٢ سنه
٢٠٠٠٠	٥ سنوات	٢ س	٤ سنوات
٣٠٠٠٠	٧ سنوات		

بفرض أن القيمة الإسمية للسند الأول = س ، وبالتالي تكون القيمة الإسمية للسند الثاني = ٢ س

∴ القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمه

∴ س × $ع^{٢}_{٨٪}$ + ٢ س × $ع^{٤}_{٨٪}$ =

= ١٠٠٠٠ × $ع^{٣}_{٨٪}$ + ٢٠٠٠٠ × $ع^{٥}_{٨٪}$ + ٣٠٠٠٠ × $ع^{٧}_{٨٪}$

∴ س$(١,٠٨)^{-٢}$ + ٢ س$(١,٠٨)^{-٤}$ =

= ١٠٠٠٠$(١,٠٨)^{-٣}$ + ٢٠٠٠٠$(١,٠٨)^{-٥}$ + ٣٠٠٠٠$(١,٠٨)^{-٧}$

∴ ٠,٨٥٧٣٣٨ س + ٢ س × ٠,٧٣٥٠٢٩ =

= ١٠٠٠٠×٠,٧٩٣٨٣٢ + ٢٠٠٠٠×٠,٦٨٠٥٨٣ + ٣٠٠٠٠×٠,٥٨٣٤٩

∴ ٢,٣٢٧٣٩٦ س = ٣٩٠٥٤,٦٨

∴ س = $\frac{٣٩٠٥٤,٦٨}{٢,٣٢٧٣٩٦}$ = ١٦٧٨٠,٤

∴ القيمة الإسمية للسند الأول = س = ١٦٧٨٠,٤ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثاني = ٢ س = ٢× ١٦٧٨٠,٤ = ٣٣٥٦٠,٨ جنيه

مثال (٤)

في ٢٠٠١/١/١م كان تاجر مدين بالديون التاليه :

٤٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١ / ١ / ٢٠٠٣م ٠

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١ / ١ / ٢٠٠٥م ٠

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ١ / ١ / ٢٠٠٦م ٠

وفي ١ / ١ / ٢٠٠١م إتفق المدين والدائن على سداد هذه الديون على النحو التالي :

١. يدفع نقداً ٥٠٠٠ جنيه ٠

٢. يسدد الباقي بموجب ثلاث سندات إذنيه ، القيمة الإسمية للسند الأول ثلث القيمة الإسمية للسند الثاني ، والقيمة الإسمية للسند الثاني ثلث القيمة الإسمية للسند الثالث ، وتستحق هذه السندات بعد ٣ ، ٤ ، ٧ سنوات من الآن على التوالي ٠

والمطلوب حساب القيمه الإسميه لكل سند إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحــل :

وبأخذ تاريخ التسويه هو الآن (٢٠٠١/١/١) نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٤٠٠٠٠	٢ سنه	س	٣ سنوات
٣٠٠٠٠	٤ سنوات	٣ س	٤ سنوات
٥٠٠٠٠	٥ سنوات	٩ س	٤ سنوات

بفرض أن القيمة الإسمية للسند الأول = س ، وبالتالي تكون القيمة الإسمية للسند الثاني = ٣ س ، وتكون القيمة الإسمية للسند الثالث = ٩ س

∴ القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمه

∴ س × ع^{٣} ٨٪ + ٣ س × ع^{٤} ٨٪ + ٩ س × ع^{٧} ٨٪ =

= ٤٠٠٠٠ × ع^{٢} ٨٪ + ٣٠٠٠٠ × ع^{٤} ٨٪ + ٥٠٠٠٠ × ع^{٥} ٨٪

∴ س(١,٠٨)$^{-٣}$ + ٣ س(١,٠٨)$^{-٤}$ + ٩ س(١,٠٨)$^{-٧}$ =

= ٤٠٠٠٠(١,٠٨)$^{-٢}$ + ٣٠٠٠٠(١,٠٨)$^{-٤}$ + ٥٠٠٠٠(١,٠٨)$^{-٥}$

∴ ٠,٧٩٣٨٣٢ س +٣ س × ٠,٧٣٥٠٢٩ + ٩ س × ٠,٥٨٣٤٩=

= ٠,٨٥٧٣٣٩×٤٠٠٠٠ + ٠,٧٣٥٠٣×٣٠٠٠٠ + ٠,٦٨٠٥٨×٥٠٠٠٠

∴ ٨,٢٥٠٣٣٥ س = ٩٠٣٧٣,٦١

$$\therefore \text{س} = \frac{٩٠٣٧٣,٦١}{٨,٢٥٠٣٣٥} = ١٠٩٥٣,٩٣$$

∴ القيمة الإسمية للسند الأول = س = ١٠٩٥٣,٩٣ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثاني = ٣ س = ٣×١٠٩٥٣,٩٣= ٣٢٨٦١,٨ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثالث = ٩ س = ٩×١٠٩٥٣,٩٣= ٩٨٥٨٥,٤ جنيه

مثال (٥)

كان أحد التجار مدين بالديون التاليه :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ سنوات .

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات .

٦٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ سنوات .

فإذا تم الإتفاق بين المدين والدائنين على سداد هذه الديون بموجب ثلاث سندات إذنيه ، نسبة القيمة الإسمية للسند الأول إلى القيمة الإسمية للسند الثاني كنسبة (٣ : ٥) ، ونسبة القيمة الإسمية للسند الثالث إلى القيمة الإسمية للسند الثاني كنسبة (٤ : ٢) ، وتستحق هذه السندات بعد ٢ ، ٣ ، ٤ سنوات من الآن على التوالي .

والمطلوب :

حساب القيمة الإسميه لكل سند إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ١٢ ٪ سنوياً ؟ .

الحـــل :

السند الأول	السند الثاني	السند الثالث
٣	٥	
	٢	٤
٦	١٠	٢٠
٣ س	٥ س	١٠ س

بأخذ تاريخ التسويه هو الآن نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٠٠٠٠	٤ سنوات	٣ س	٢ سنه
٥٠٠٠٠	٥ سنوات	٥ س	٣ سنوات
٦٠٠٠٠	٨ سنوات	١٠ س	٤ سنوات

∴ القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمه

∴ ٣ س × ح ١٢٪^{٢} +٥ س × ح ١٢٪^{٣} +١٠ س × ح ١٢٪^{٤} =

= ١٠٠٠٠ × ح ١٢٪^{٤} + ٥٠٠٠٠ × ح ١٢٪^{٥} + ٦٠٠٠٠ × ح ١٢٪^{٨}

∴ ٣س(١,١٢)$^{-٢}$ +٥ س(١,١٢)$^{-٣}$+١٠ س(١,١٢)$^{-٤}$ =

= ١٠٠٠٠(١,١٢)$^{-٤}$+٥٠٠٠٠(١,١٢)$^{-٥}$+٦٠٠٠٠(١,١٢)$^{-٨}$

∴ ٣ س ×٠,٧٩٧١٩٤ +٥ س × ٠,٧١١٧٨ + ١٠ س × ٠,٦٣٥٥٢=

= ١٠٠٠٠×٠,٦٣٥٥١٨ + ٥٠٠٠٠×٠,٥٦٧٤٢٧ + ٦٠٠٠٠×٠,٤٠٣٨٨

∴ ١٢,٣٠٥٦٦٤ س = ٥٨٩٥٩,٥١٧

∴ س = $\frac{٥٨٩٥٩,٥١٧}{١٢,٣٠٥٦٦٤}$ = ٤٧٩١,٢٥

∴ القيمة الإسمية للسند الأول = ٣ س =٣ × ٤٧٩١,٢٥ = ١٤٣٧٣,٧٥ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثاني = ٥ س = ٥×٤٧٩١,٢٥= ٢٣٩٥٦,٢٥ جنيه

∴ القيمة الإسمية للسند الثالث = ١٠ س = ١٠×٤٧٩١,٢٥= ٤٧٩١٢,٥جنيه

مثال (٦)

شركة الموصل مدينه بالديون التاليه :

٢٠٠٠٠ دينار تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ١٩٩٣ ٠

١٥٠٠٠ دينار تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ١٩٩٥ ٠

١٠٠٠٠ دينار تستحق الدفع فى ٣١ / ١٢ / ١٩٩٩ ٠

وفي ٣١ / ١٢ / ١٩٩٢ إتفق شركة الموصل والدائن على سداد هذه الديون على النحو التالي :

١. تحرير كمبيالة قيمتها الإسمية ١٢٠٠٠ دينار تستحق السداد في ٣١ / ١٢ / ١٩٩٧ ٠

٢. يسدد باقي الديون بدفع ١٠ أقساط سنويه متساوية يُدفع أولها في ١٩٩٢/١٢/٣١م ٠

والمطلوب حساب قيمه القسط السنوي المتساوي (الدفعه) إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده مركبة ١٢ ٪ سنوياً ؟ ٠

الحــل :

وبأخذ تاريخ التسويه (١٩٩٣/١/١) نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٢٠٠٠٠	١ سنه	١٢٠٠٠	٥ سنوات
١٥٠٠٠	٣ سنوات	الدفعات	سنوية عاديه
١٠٠٠٠	٧ سنوات		

وحيث أن تاريخ التسويه سابق لكل تواريخ إستحقاق كل من الديون القديمة والجديده ، لذلك نطبق قاعدة القيمة الحالية :

∴ القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمه

وبفرض أن قيمة القسط السنوي المتساوي = د :

∴ $١٢٠٠٠ \times ع^{٥}_{١٢\%} + د \times ﻟ_{\overline{١٠|}١٢\%} =$

$= ٢٠٠٠٠ \times ع_{١٢\%} + ١٥٠٠٠ \times ع^{٣}_{١٢\%} + ١٠٠٠٠ \times ع^{٧}_{١٢\%}$

∴ $١٢٠٠٠(١,١٢)^{-٥} + \frac{د\left[١-(١+٠,١٢)^{-١٠}\right]}{٠,١٢} =$

$= ٢٠٠٠٠(١,١٢)^{-١} + ١٥٠٠٠(١,١٢)^{-٣} + ١٠٠٠٠(١,١٢)^{-٧}$

∴ ٦٨٠٩,١٢ + ٥,٦٥٠٢٢٣٠ د =

= ١٨١٨١,٨١٨ + ١٠٦٧٦,٧٠٤ + ٤٥٢٣,٤٩٢

∴ ٦٨٠٩,١٢ + ٥,٦٥٠٢٢٣٠ د = ٣٣٠٥٧,٣٣٩

∴ ٥,٦٥٠٢٢٣٠ د = ٣٣٠٥٧,٣٣٩ − ٦٨٠٩,١٢

∴ ٥,٦٥٠٢٢٣٠ د = ٢٦٢٤٨,٢٢

∴ $د = \frac{٢٦٢٤٨,٢٢}{٥,٦٥٠٢٢٣} = ٤٦٤٥,٥٢$

∴ قيمة القسط السنوي المتساوي = د = ٤٦٤٥,٥٢ دينار

تاريخ الاستحقاق المتوسط :

اذا كانت القيمة الاسمية للدين الجديد الذي تستبدل به الديون القديمة مساوياً لمجموع القيم الاســـــمية للديون القديـــمة فان التاريخ الذي يتم فيه هذا الســـداد يسمى تاريخ الاستحقاق المتوسط Average due date.

والأمثلة التالية توضح إستبدال الديون في تاريخ الإستحقاق المتوسط

مثال (٥)

اذا كان شخص مدين بالديون الآتية :

١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٧ سنوات

فاذا إتفق المدين مع دائنه على استبدال هذه الديون بدين واحد قيمته الاسمية ٦٠٠٠ جنيه فما هي مدة استحقاق الدين الجديد اذا كان معدل الفائدة المركبة ٦٪ .

الحـــل :

الدين الجديد = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة

∴ تاريخ الإستبدال هو تاريخ الإستحقاق المتوسط ، وللتوصل إليه :

بفرض أن تاريخ التسوية هو الآن :

القيمة الحالية للديون القديمة =

= ١٠٠٠ × $ع^{٣}_{٦\%}$ + ٢٠٠٠ × $ع^{٥}_{٦\%}$ + ٣٠٠٠ × $ع^{٧}_{٦\%}$

= ١٠٠٠ × ٠,٨٣٩٦٦ + ٢٠٠٠ × ٠,٧٤٧٢٦ + ٣٠٠٠ × ٠,٦٦٥٠٦

= ٤٣٢٩,٣٢٠ جنيه

والقيمة الاسمية للدين الجديد = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة = ٦٠٠٠ ج

جـ = ٦٠٠٠ ، ع = ٦٪ سنوي

أ = القيمة الحالية = ٤٣٢٩,٣٢٠

وحيث أن المعدل المستخدم سنوي ، ستكون ن الناتجة بالسنوات •

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(1+ع)}$$

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٦٠٠٠}{٤٣٢٩,٣٢}\right)}{لو(1+٠,٠٦)} = \frac{لو(١,٣٨٥٨٩٩)}{لو(١,٠٦)}$$

$$= \frac{٠,١٤١٧٣١٥٦٢}{٠,٠٢٥٣٠٥٨٦٥} = ٥,٦٠٠٧٣٩٦ \text{ سنة}$$

	يوم	شهر	سنة
∴ المدة =	٥	٧	٧

∴ تاريخ الاستحقاق للدين الجديد يقع بعد ٥سنوات و٧ شهور و٧ أيام•

مثال (٧)

شخص مدين بالمبلغين الآتيين في ١٠ مارس ١٩٩٩م :

١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات

٢٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

أراد أن يسددها مرة واحدة لدائنه دون مكسب أو خسارة له أو لدائنه فما هو تاريخ الاستحقاق المتوسط الذي يسدد فيه الدينين علماً بأن معدل الفائدة المركبة ٨٪ سنوياً ؟

الحــل :

لكي لا يكون هناك مكسب أو خسارة للمدين أو الدائن ، فلا بد أن يكون الدين الجديد يعادل مجموع القيم الاسمية للديون القديمة ، وهذا لا يتحقق إلا إذا تم السداد في تاريخ الإستحقاق المتوسط ، وللتوصل إليه :

بفرض أن تاريخ التسوية هو الآن :

<u>القيمة الحالية للديون القديمة</u> =

$$= ١٠٠٠ \times ع^{٣}_{٨\%} + ٢٠٠٠ \times ع^{٥}_{٨\%}$$

$$= ١٠٠٠ \times ٠,٧٩٣٨٣٢ + ٢٠٠٠ \times ٠,٦٨٠٥٨٣$$

= ٧٩٣,٨٣٢ + ١٣٦١,١٦٦ = <u>٢١٥٤,٩٩٨ جنيه</u>

والقيمة الاسمية للدين الجديد = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة = ٣٠٠٠ ج

جـ = ٣٠٠٠ ، ع = ٨٪ سنوي ،

أ = القيمة الحالية = ٢١٥٤,٩٩٨

وحيث أن المعدل المستخدم سنوي ، ستكون ن الناتجة بالسنوات .

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٣٠٠٠}{٢١٥٤,٩٩٨}\right)}{لو(١+٠,٠٨)} = \frac{لو(١,٣٩٢١١٢٦٦)}{لو(١,٠٨)}$$

$$= \frac{٠,١٤٣٦٧٤٣٨٣}{٠,٠٣٣٤٢٣٧٥٥} = ٤,٢٩٨٥٧٠٩١٦ \text{ سنة}$$

	يوم	شهر	سنة
∴ المدة =	١٨	٣	٤

∴ تاريخ الاستحقاق للدين الجديد يقع بعد ٤ سنوات و٣ شهور و١٨ أيام.

أى أن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو ٢٨ يولية ٢٠٠٣م ويمكن الحصول عليه على النحو التالي :

	يوم	شهر	سنة
تاريخ التسوية الفرضي	١٠	٣	١٩٩٩
مدة الإستحقاق المتوسط	١٨	٣	٤
تاريخ الاستحقاق هو	٢٨	٦	٢٠٠٣م

مثال (٨)

تاجر مدين بالديون الآتية في أول يناير ٢٠٠٠م :

١٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩ سنوات

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ سنوات

أراد أن يسدد هذه الديون مرة واحدة على أن يدفع مبلغ ٩٠٠٠ جنيه فأوجد تاريخ السداد المتوسط أو تاريخ الاستحقاق المتوسط ، اذا كان معدل الفائدة المركبة(ع = ٥٪)

الحـــل :

الدين الجديد = ٩٠٠٠ = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة

∴ تاريخ الإستبدال هو تاريخ الإستحقاق المتوسط ، وللتوصل إليه :

بفرض أن تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق أول دين (أي في ٢٠٠٥/١/١)

القيمة الحالية للديون القديمة =

$$= ١٠٠٠ + ٣٠٠٠ \times ح_{٥٪}^{٤} + ٥٠٠٠ \times ح_{٥٪}^{٥}$$

$$= ١٠٠٠ + ٣٠٠٠ (١,٠٥)^{-٤} + ٥٠٠٠ (١,٠٥)^{-٥}$$

= ١٠٠٠ +(٣٠٠٠ × ٠,٨٢٢٧٠) + (٥٠٠٠ × ٠,٧٨٢٥٣)

= ١٠٠٠ + ٢٤٦٨,١٠٠ + ٣٩١٧,٦٥٠ = ٧٣٨٥,٧٥٠ جنيه

والقيمة الاسمية للدين الجديد = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة = ٩٠٠٠ ج

∴ جـ = ٩٠٠٠ ، ع = ٥٪ سنوي ،

أ = القيمة الحالية = ٧٣٨٥,٧٥٠

وحيث أن المعدل المستخدم سنوي ، ستكون ن الناتجة بالسنوات ٠

$$\therefore ن = \frac{لو\left(\frac{٩٠٠٠}{٧٣٨٥,٧٥}\right)}{لو(١+٠,٠٥)}$$

$$= \frac{لو(١,٢١٨٥٧٠٩١٦)}{لو(١,٠٥)}$$

$$= \frac{٠,٠٨٥٨٤٧٩٠٦}{٠,٠٢١١٨٩٢٩٩} = ٤,٠٥١٤٧٤٥٦٨ \text{ سنة}$$

	يوم	شهر	سنة
∴ المدة =	١٩	-	٤

∴ تاريخ الاستحقاق للدين الجديد يقع بعد ٤ سنوات و١٩ يوم

أى أن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو ٢٠ يناير ٢٠٠٩ ويمكن الحصول عليه على النحو التالي :

	يوم	شهر	سنة
تاريخ التسوية الفرضي	١	١	٢٠٠٥
مدة الإستحقاق المتوسط	١٩	-	٤
تاريخ الاستحقاق هو	٢٠	١	٢٠٠٩

مثال (٩)

شركة عمان مدينه بالديون الآتية :

٤٦٥٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات

٦٣٥٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات

٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

أراد أن يسدد هذه الديون مرة واحدة بنفس قيمتها الإسميه ، فأوجد مدة الاستحقاق المتوسط بالطريقة الدقيقه ثم بالطريقة التقريبيه ، اذا كان معدل الفائدة المركبة هو ١٢ ٪ سنوياً

الحـــل :

الدين الجديد = ١٥٠٠٠ = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة

للتوصل لمدة الإستحقاق المتوسط :

نفرض أن تاريخ التسوية هو الآن :

القيمة الحالية للديون القديمة =

= ٤٦٥٠ × ع^{٤} ١٢٪ + ٦٣٥٠ × ع^{٨} ١٢٪ + ٤٠٠٠ × ع^{٥} ١٢٪

= ٤٦٥٠ (١,١٢)$^{-٤}$ + ٦٣٥٠ (١,١٢)$^{-٨}$ + ٤٠٠٠(١,١٢)$^{-٥}$

= ٢٩٥٥,١٦ + ٢٥٦٤,٦٦ + ٢٢٦٩,٧١

= <u>٧٧٨٩,٥٢ جنيه</u>

القيمة الاسمية للدين الجديد = مجموع القيمة الاسمية للديون القديمة = ١٥٠٠٠ج

∴ جـ = ١٥٠٠٠ ، ع = ١٢ ٪ سنوي ،

أ = القيمة الحالية = ٧٧٨٩,٥٢

وحيث أن المعدل المستخدم سنوي ، ستكون ن الناتجة بالسنوات .

∴ $ن = \frac{لو\left(\frac{جـ}{أ}\right)}{لو(١+ع)}$

∴ $ن = \frac{لو\left(\frac{١٥٠٠٠}{٧٧٨٩,٥٢}\right)}{لو(١+٠,١٢)} = \frac{لو(١,٩٢٥٦٦٤٢٢)}{لو(١,١٢)}$

$= \frac{٠,٢٨٤٥٨٠٥٦٢}{٠,٠٤٩٢١٨٠٢٢} =$ ٥,٧٨٢٠٣٩٧٢٦ سنة

يوم	شهر	سنة
∴ المدة = ١٢	٩	٥

∴ مدة الاستحقاق للدين الجديد يقع بعد ٥ سنوات ، ٩ شهور ،١١ يوم

وبالطريقة التقريبيه :

ويمكن الحصول على مدة الاستحقاق بطريقه تقريبيه على النحو التالي :

٤ ×	٤٦٥٠	=	١٨٦٠٠
٨ ×	٦٣٥٠	=	٥٠٨٠٠
٥ ×	٤٠٠٠	=	٢٠٠٠٠
	١٥٠٠٠		٨٩٤٠٠

∴ مدة الاستحقاق المتوسط = $\frac{٨٩٤٠٠}{١٥٠٠٠}$ ٥,٩٦ سنه

يوم	شهر	سنة
∴ المدة = ١٦	١١	٥

تمارين محلولة على المبحث الثاني

(تمرين ١)

شــخص مدين بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٣ سنوات من الآن ، هــذا بالإضافة إلى أقساط ربع سنوية قيمة كل منها ٤٠٠ جنيه ولمدة ٥ ســنوات ، والمطلــوب حســاب جملة هذه الديون فى نهاية ٥سنوات ، وكذلك حساب القيمة الحالية للديون وعلى أساس معدل فائده [$ع_٤$= ١٢ ٪] ؟ .

الحــل :

∵ الفائدة تُضاف أربع مرات في السنة

∴ معدل الفائدة الربع سنوي = $\frac{٠,١٢}{٤}$ = ٠,٠٣

<u>بالنسبة للمبلغ</u> ، يكون :

ن = ٢ سنة × ٤ = ٨ فترات ربع سنوية.

** <u>بالنسبة للدفعات</u> :

- مبلغ الدفعه = د = ٤٠٠ جنيه
- الفتره الزمنيه = ٣ شهور
- مدة الدفعات = ٦٠ شهر
- ن = (٦٠ ÷ ٣) = ٢٠ دفعه

أولاً : <u>جملة الديون في نهاية ٥ سنوات (في نهاية المدة)</u>

= جملة المبلغ بعد سنتين + جملة الدفعات بعد ٥ سنوات

= ١٠٠٠٠ $(١,٠٣)^{٨}$ + ٤٠٠ × $\overrightarrow{ج}$ $\overline{٢٠|}$ ٣٪

= ١٠٠٠٠ × ١,٢٦٦٧٧ + $\frac{٤٠٠ \left[(١+٠,٠٣)^{٢٠} - ١ \right]}{٠,٠٣}$

= ١٢٦٦٧,٧ + ١٠٧٤٨,١٥ = ٢٣٤١٥,٨٥ جنيه .

ثانياً :القيمة الحالية للديون :

= القيمة الحالية للمبلغ + القيمة الحالية للدفعات

•• بالنسبة للمبلغ :

• جـ =القيمه الإسميه = ١٥٠٠٠ المعدل الربع سنوي = ٣٪

• ن = ٣ سنه = ١٢ فتره ربع سنويه .

•• بالنسبة للدفعات : تُستخدم نفس البيانات السابقه

∴ القيمه الحاليه للديون = القيمة الحالية للمبلغ + القيمة الحالية للدفعات

$$= ١٠٠٠٠ \; ع^{١٢}_{٣٪} + ٤٠٠ \times د_{\overline{٢٠|}٣٪}$$

$$= ١٠٠٠٠ (١,٠٣)^{-١٢} + \frac{٤٠٠ \left[١ - (١ + ٠,٠٣)^{-٢٠} \right]}{٠,٠٣}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times ٠,٧٠١٣٧٩٩ + ٤٠٠ \times ١٤,٨٧٧$$

= ٧٠١٣,٧٩٩ + ٥٩٥٠,٩٩ = ١٢٩٦٤,٨ جنيه

∴ القيمة الحالية للديون = ١٢٩٦٤,٨ جنيه

(تمرين ٢)

تاجر مدين لآخر بالديون الآتية :

١٢٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٣ سنوات ،

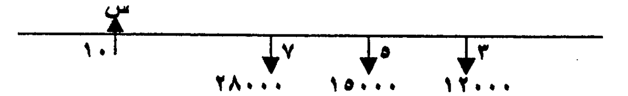
١٥٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٥ سنوات ،

٢٨٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد ٧ سنوات .

فاذا أراد أن يستبدل هذه الديون جميعها بدين واحد جديد يستحق السداد بعد ١٠ سنوات . فما هي القيمة الاسمية للدين الجديد علماً بأن معدل تسوية الديون المتفق عليه بفائدة مركبة هو (ع = ٩٪) ؟ .

الحـــل :

حيث أن معدل الفائدة سنوي سنجعل مدد التسوية بالسنوات ، حيث :



بأخذ تاريخ استحقاق الدين الجديد هو تاريخ التسوية ، ولأن المعدل المتاح معدل سنوي ستكون المدد المستخدمه بالسنوات ، ويكون :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٢٠٠٠	٧ سنوات	س	صفر
١٥٠٠٠	٥ سنوات		
٢٨٠٠٠	٣ سنوات		

∴ جملة الديون الجديده = جملة الديون القديمة

∴ القيمة الإسمية للدين الجديد = جملة الديون القديمة

∴ س= $١٢٠٠٠(١,٠٩)^{٧} + ١٥٠٠٠(١,٠٩)^{٥} + ٢٨٠٠٠(١,٠٩)^{٣}$

= ١٢٠٠٠ × ١,٨٢٨٠٣٩ + ١٥٠٠٠ × ١,٥٣٨٦٢

+ ٢٨٠٠٠ × ١,٢٩٥٢٩

= ٢١٩٣٦,٤٦٨ + ٢٣٠٧٩,٣٥٩ + ٣٦٢٦٠,٨١٢

∴القيمة الإسمية للدين الجديد = ٨١٢٧٦,٦٤١ جنيه.

(تمرين ٣)

أوجد القيمة الإسمية للدين الجديد في التمرين السابق إذا كان معلوم أن معدل الفائدة المركبة السائد هو ($ع_{م}$ = ١٠٪)

الحـــل :

في مثل هذه الحالة يكون أمامنا طريقتين :

الأولى : بمعلومية المعدل الإسمي ع٢ = ١٠٪ ، نوجد المعدل النصف سنوي :

المعدل النصف سنوي = $\frac{١٠٪}{٢}$ = ٥ ٪ ونجعل المدد بالأنصاف سنوات :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
١٢٠٠٠	١٤ نصف سنه	س	صفر
١٥٠٠٠	١٠ أنصاف سنوات		
٢٨٠٠٠	٦ أنصاف سنوات		

القيمة الإسمية للدين الجديد = جملة الديون القديمة =

$= ١٢٠٠٠(١,٠٥)^{١٤} + ١٥٠٠٠(١,٠٥)^{١٠} + ٢٨٠٠٠(١,٠٥)^{٦}$

= (١٢٠٠٠×١,٩٧٩٩٣١٦) + (١٥٠٠٠ × ١,٦٢٨٨٩٥)

+(٢٨٠٠٠ × ١,١٥٧٦٢٥)

= ٢٣٧٥٩,١٧٩ + ٢٤٤٣٣,٤١٩ + ٣٢٤١٣,٥ = <u>٨٠٦٠٦,١</u> جنيه

<u>الطريقة الثانية</u> ، نوجد المعدل الحقيقي السنوي ونجعل المدد بالسنوات :

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,١٠٢٥$

∴ القيمة الإسمية للدين الجديد = جملة الديون القديمة

$= ١٢٠٠٠(١,١٠٢٥)^{٧} + ١٥٠٠٠(١,١٠٢٥)^{٥} + ٢٨٠٠٠(١,١٠٢٥)^{٣}$

=(١٢٠٠٠×١,٩٧٩٩٣١٦) + (١٥٠٠٠ × ١,٦٢٨٨٩٥) +

+(٢٨٠٠٠ × ١,١٥٧٦٢٥)

= ٢٣٧٥٩,١٧٩ + ٢٤٤٣٣,٤١٩ + ٣٢٤١٣,٥ =<u>٨٠٦٠٦,١</u> جنيه

(تمرين ٤)

تاجر مدين لآخر بالمبلغين التاليين :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد سنتين

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ سنوات

استبدلها بسند واحد يســتحق الدفع بعد ٥ سنوات ، فاذا كان معدل خصم الديون ٧٪ سنوياً ومعدل الفائدة المركبة للدين الجديد٩٪ سنوياً فما هي القيمة الاسمية للسند الجديد .

الحـــل :

القيمة الحالية للديون القديمة (الآن)

= ١٠٠٠٠ × ح^{٢} + ٢٠٠٠٠ × ح^{٤}

= ١٠٠٠٠(١,٠٧)$^{-٢}$ + ٢٠٠٠٠(١,٠٧)$^{-٤}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٨٧٣٤٣٨٧ + ٢٠٠٠٠ × ٠,٧٦٢٨٩٥٢

= ٨٧٣٤,٣٩ + ١٥٢٥٧,٩٠٤ = ٢٣٩٩٢,٢٩٤ جنيه

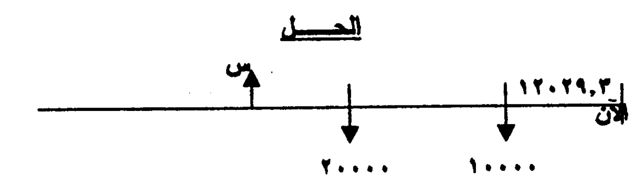
وتكون القيمة الاسمية للسند الجديد = ٢٣٩٩٢,٢٩٤ × (١,٠٩)٥

= ٣٦٩١٥,١١ جنيه

(تمرين ٥)

المطلوب حل التمرين السابق بفرض أن المدين دفع نقداً وقت التسوية مبلغ ١٢٠٢٩,٣ جنيه وحرر بالباقي السند الجديد ، ما هي القيمة الاسمية للسند الجديد ؟

الحـــل



من الحل السابق نجد أن القيمة الحالية للمبلغين = ٢٣٩٩٢,٢٩٤

بطرح ما دفعه نقداً وهو = ١٢٠٢٩,٣٠٠

والباقي = ١١٩٦٢,٩٩٤ جنيه

وتكون القيمة الاسمية للسند الجديد = ١١٩٦٢,٩٩٤ × (١,٠٩)^{٥}

= ١٨٤٠٥,٥٤٩ جنيه

(تمرين ٦)

شخص مدين بالمبالغ الآتية :

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

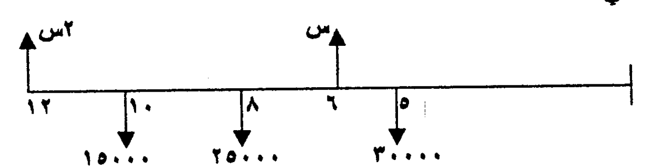
٢٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ سنوات

١٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ١٠ سنوات

أراد إستبدالها جميعاً بمبلغين الأول قيمته نصف قيمة المبلغ الثاني ويستحق الأول بعد ٦ سنوات والثاني بعد ١٢ سنة وقد قبل الدائن على أساس معدل سنوي اسمي مقداره ٦٪ سنوياً وتضاف الفوائد كل ستة شهور ، أوجد قيمة كل من المبلغين .

الحـــل :

نفرض أن المبلغ الأول س ، والثانى ٢س ، وبذلك يمكن توضيح هذه الديون بالشكل التالي :



في مثل هذه الحالة يكون أمامنا طريقتين :

الطريقة الأولى : نستخدم المعدل الإسمي ع٢ = ٦٪ ، بحيث يكون :

المعدل النصف سنوي هو ع٢ ÷ ٢ = ٣٪ ، ونجعل المدد بالأنصاف سنوات ، وبأخذ تاريخ التسوية بعد ١٢ سنة من الآن ، فيكون :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٣٠٠٠٠	١٤ نصف سنه	س	١٢ نصف سنه
٢٥٠٠٠	٨ أنصاف سنوات	٢ س	صفر
١٥٠٠٠	٤ أنصاف سنوات		

جملة الديون الجديدة = جملة الديون القديمة

∴ س(١,٠٣)^{١٢} + ٢ س =

= ٣٠٠٠٠(١,٠٣)^{١٤}+٢٥٠٠٠(١,٠٣)^{٨}+١٥٠٠٠ (١,٠٣)^{٤}

∴ ١,٤٢٥٧٦١ س+ ٢س =

= (٣٠٠٠٠ × ١,٥١٢٥٩٠) + (٢٥٠٠٠ × ١,٢٦٦٧٧٠)

+ (١٥٠٠٠ × ١,١٢٥٥٠٩)

∴ ٣,٤٢٥٧٦١ س = ٤٥٣٧٧,٦٩٢ + ٣١٦٦٩,٢٥٢ + ١٦٨٨٢,٦٣٢

∴ ٣,٤٢٥٧٦١ س = ٩٣٩٢٩,٥٧٦

∴ س = $\frac{٩٣٩٢٩,٥٧٦}{٣,٤٢٥٧٦١}$ = ٢٧٤١٨,٥

قيمة المبلغ الأول = س = ٢٧٤١٨,٥ جنيه

قيمة المبلغ الثاني = ٢س = ٥٤٨٣٧ جنيه

الطريقة الثانية ، نوجد المعدل الحقيقي السنوي ونجعل المدد بالسنوات ، فيكون :

معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2}$ - ١ = ٠,٠٦٠٩

وبأخذ تاريخ التسوية بعد ١٢ سنة من الآن ، فيكون :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٣٠٠٠٠	٧ سنوات	س	٦ سنوات
٢٥٠٠٠	٤ سنوات	٢ س	صفر
١٥٠٠٠	٢ سنه		

جملة الديون الجديدة = جملة الديون القديمة

∴ س(١,٠٦٠٩)^{6}+ ٢ س=

= ٣٠٠٠٠(١,٠٦٠٩)^{7}+٢٥٠٠٠(١,٠٦٠٩)^{4}+١٥٠٠٠ (١,٠٦٠٩)^{2}

∴ ١,٤٢٥٧٦١ س +٢ س=

= (٣٠٠٠٠ × ١,٥١٢٥٩٠) + (٣٥٠٠٠× ١,٢٦٦٧٧٠)

+ (١٥٠٠٠× ١,١٢٥٥٠٩)

∴ ٣,٤٢٥٧٦١ س = ٤٥٣٧٧,٦٩٢ + ٣١٦٦٩,٢٥٢ + ١٦٨٨٢,٦٣٢

∴ ٣,٤٢٥٧٦١ س =٩٣٩٢٩,٥٧٦

∴ س = $\frac{93929{,}576}{3{,}425761}$ = ٢٧٤١٨,٥

قيمة المبلغ الأول = س = ٢٧٤١٨,٥ جنيه

قيمة المبلغ الثاني = ٢س = ٥٤٨٣٧ جنيه

(تمرين ٧)

إقترضت إحدى الشركات المبالغ الآتية في ٨٠/١/١ :

(١) ٤٨٠٠٠ جنيه بمعدل سنوي قدره ٦٪ سنوياً على أن تضاف الفوائد مرتين في السنة وعلى أن يتم سداد القرض وفوائده في نهاية عام ١٩٩٠

(٢) ١٥٦٠٠٠ جنيه بمعدل ٥٪ سنوياً على أن يسدد في آخر ١٩٩٥

وفي آخر ١٩٨٥ اتفقت مع البنك على سداد هذه الديون بسندين قيمة الأول ثلث قيمة الثاني ويسدد الأول في آخر ١٩٩٨ والثاني في آخر ٢٠٠٢ على أن تتم التسوية بمعدل فائدة سنوي اسمي قدره ٨٪ على أن تضاف الفوائد في نهاية كل ربع سنة ، والمطلوب تحديد القيمة الاسمية لكل من السندين لأقرب جنيه .

الحـــل :

لحل هذه المسألة نجد أن الشركة أصبحت مدينة بالمبالغ الآتية :

١ - جملة القرض الأول = ٤٨٠٠٠ $(١,٠٣)^{٢٢}$

لأن المدة ١١ سنة من ٨٠/١/١ حتى ٩٠/١٢/٣١ والمعدل عن نصف سنة = ٣٪ وعدد الفترات الزمنية = ١١ × ٢ = ٢٢ فترة نصف سنوية .

∴ الجملة = ٤٨٠٠٠ × ١,٩١٦١٠٣ = <u>٩١٩٧٢,٩٤ جنيه</u>

٢ - جملة القرض الثاني ومدته ١٦ سنة

= ١٥٦٠٠٠ × $(١,٠٥)^{١٦}$ = <u>٣٤٠٥٢٨,٤٤ جنيه</u>

(ونلاحظ هنا أن المعدل سنوي والفوائد تعلى سنوياً) وتكون المدة ١٦ ســـنة من ٨٠/١/١ حتى ١٩٩٥/١٢/٣١ .

وعلى ذلك فإن الشركة مدينة بالمبالغ التاليه :

مبلغ ٩١٩٧٢,٩٤ جنيه يستحق الدفع في آخر ١٩٩٠

مبلغ ٣٤٠٥٢٨,٤٤ جنيه يستحق الدفع في آخر ١٩٩٥ .

ويراد استبدال الدينين بسندين الأول قيمته س ويستحق الدفع في آخر ١٩٩٨ والقيمة الاسمية للثاني = ٣ س ويستحق الدفع في آخر ٢٠٠٢

وبتسوية الديون في آخر ٢٠٠٢ بمعدل ٢٪ ربع سنوي . (لأن المعدل السنوي ٨٪ وتضاف الفوائد أربع مرات في السنة) ، وبالتالي نجد أن :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٩١٩٧٢,٩٤	٤٨ فتره ربع سنويه	س	١٦ فتره ربع سنويه
٣٤٠٥٢٨,٤٤	٢٨ فتره ربع سنويه	٣ س	صفر

جملة الديون الجديدة = جملة الديون القديمة

∴ س(١,٠٢)^{١٦} + ٣ س =

= ٩١٩٧٢,٩٤(١,٠٢)^{٤٨} + ٣٤٠٥٢٨,٤٤ (١,٠٢)^{٢٨}

∴ ١,٣٧٢٧٨٦ س + ٣ س =

= ٩١٩٧٢,٩٤ × ٢,٥٨٧٠٧ + ٣٤٠٥٢٨,٤٤ × ١,٧٤١٠٢٤

∴ ٤,٣٧٢٧٨٦ س = ٨٣٠٨٠٨,٧٢٦٣

$$\therefore \text{س} = \frac{٨٣٠٨٠٨,٧٢٦٣}{٤,٣٧٢٧٨٦} = ١٨٩٩٩٥,٢٨٥$$

∴ قيمة السند الأول = ١٨٩٩٩٥,٢٨٥ جنيه

∴ قيمةالسند الثاني = ٥٦٩٩٨٥,٨٥٨ جنيه

(تمرين ٨)

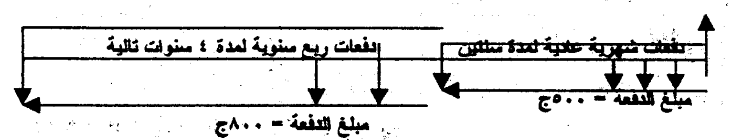
شخص مدين لأحد تجار السلع المعمره بالديون التالية :

١ – أقساط شهرية عاديه لمدة سنتين من الآن ، ومبلغ القسط ٥٠٠ جنيه ٠

٢ – أقساط ربع سنوية عادية تبدأ بعد نهاية الأقساط الأولى ولمدة أربع سنوات تالية ، ومبلغ القسط ٨٠٠ جنيه ٠

فإذا أراد المدين سداد كل ماعليه من ديون الآن ، المطلوب حساب قيمة ما يدفعه الآن إذا تمت التسويه على أساس معدل فائده [$ع_{١٢}$ = ٦ ٪] ؟ ٠

الحـــل :



حيث أن تاريخ التسويه هنا هو الآن ، فإن :

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

المعدل الشهري اللازم للدفعات الشهرية = $\frac{٦٪}{١٢}$ = ٠,٥ ٪

** بالنسبة للمعدل الربع سنوي اللازم للدفعات الربع سنوية :

نوجد ع من $ع_{١٢}$ ، ثم نوجد $ع_{٤}$ من ع

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,٠٦}{١٢}\right)^{١٢} - ١ = ٠,٠٦١٦٧٧٨$

∴ $ع_{٤} = ٤\left((١+٠,٠٦١٦٧٧٨)^{\frac{١}{٤}} - ١\right) = ٠,٠٦٠٣$

∴ معدل الفائدة الربع سنوي = $\frac{٠,٠٦٠٣}{٤} = ٠,٠١٥٠٧٥$

قيمة ما يسدده المدين الآن = القيمة الحالية للدفعات الشهرية العادية + القيمة الحالية للدفعات الربع سنوية العادية

$$= ٥٠٠ \times a_{\overline{٢٤}|٠,٥\%} + ٨٠٠ \times {}_{٨|}a_{\overline{١٦}|١,٥٠٧٥\%}$$

$$= \frac{٥٠٠\left[١-(١+٠,٠٠٥)^{-٢٤}\right]}{٠,٠٠٥}$$

$$+ \frac{٨٠٠(١+٠,٠١٥١)^{-٨}\left[١-(١+٠,٠١٥١)^{-١٦}\right]}{٠,٠١٥١}$$

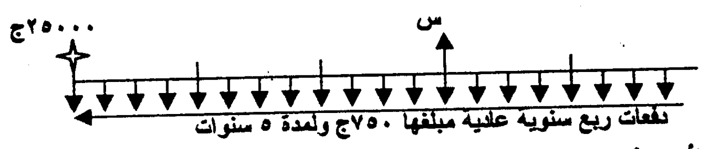
$$= ١١٢٨١,٤٣٣ + ١٠٠٢٣,٥٧٤$$

= <u>٢١٣٠٥,٠٠٧ جنيه</u> = قيمة ما يسدده المدين سداداً لديونه

(تمرين ٩)

شخص يودع ٧٥٠ جنيه كل ربع سنة لدى أحد البنوك التجارية على أساس معدل فائده [$ع_٤$ = ٨,٩٦٦٦ ٪] ولمدة ٥ سنوات متتالية ، وفى بداية السنة الثالثة أودع مبلغ ما ، وفى نهاية السنة الخامسة وجد أن جملة ما له فى البنك التجارى هو ٢٥٠٠٠ جنيه ، ، المطلوب حساب قيمة المبلغ الذى أودع فى نهاية السنة الثانية ؟ .

الحــل :



لأن الدفعه ربع سنويه ، نوجد :

$$\text{معدل الفائدة الربع سنوي} = \frac{٠,٠٨٩٦٦٦}{٤} = ٠,٠٢٢٤١٦٦$$

بأخذ تاريخ التسويه هو نهاية السنة الخامسة ، وبفرض أن القيمة الإسمية للمبلغ المجهول = س

∴ جملة الإيداعات = ٢٥٠٠٠

∴ س $(١,٠٢٢٤١٦٦)^{١٢}$ + ٧٥٠ × $\overrightarrow{\text{جـ}}\ \overline{٢٠}|$ ٢,٢٤٢٪ = ٢٥٠٠٠

∴ س $(١,٠٢٢٤١٦٦)^{١٢} + \frac{٧٥٠\left[(١ + ٠,٠٢٢٤١٦٦)^{٢٠} - ١\right]}{٠,٠٢٢٤١٦٦} = ٢٥٠٠٠$

∴ ١,٣٠٤٧٧٢٢٣ س +١٨٦٦٨,٠٤٧ = ٢٥٠٠٠

∴ ١,٣٠٤٧٧٢٢٣ س = ٢٥٠٠٠ − ١٨٦٦٨,٠٤٧ = ٦٣٣١,٩٥٣

∴ س = $\frac{٦٣٣١,٩٥٣}{١,٣٠٤٧٧٢٢٣}$ = ٤٨٥٢,٩٢

∴ المبلغ المودع =٤٨٥٢,٩٢ جنيه

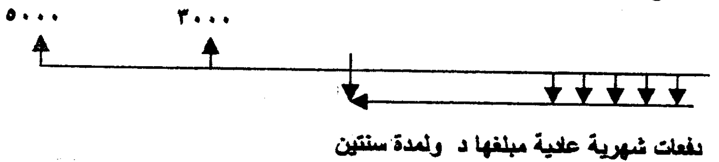
(تمرين ١٠)

شخص مدين بالديون التالية :

٥٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات ٠

٣٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات ٠ فإذا أراد المدين أن يستبدل هذه الديون بدفعات شهرية عادية تستمر لمدة سنتين ، المطلوب حساب قيمة القسط الشهري إذا تمت التسوية على أساس معدل فائده [$ع_{١٢}$ = ٩ ٪] ؟ ٠

الحـــل :



دفعات شهرية عادية مبلغها د ولمدة سنتين

معدل الفائدة الشهري = ٠,٠٩ / ١٢ = ٠,٠٠٧٥

نفرض أن القيمة الإسمية للقسط = د

وبأخذ تاريخ التسوية هو الآن ، وبالتالى تكون :

القيمة الحالية للديون الجديدة (الأقساط) = القيمة الحالية للديون القديمة (المبلغين)

∴ د × أ ٢٤⌉ ٠,٧٥٪ = ٣٠٠٠ × ع ٣٦ ٠,٧٥٪ + ٥٠٠٠ × ع ٤٨ ٠,٧٥٪

∴ د [١-(١+٠,٠٠٧٥)^-٢٤] / ٠,٠٠٧٥

= ٣٠٠٠ (١+٠,٠٠٧٥)^-٣٦ + ٥٠٠٠ (١+٠,٠٠٧٥)^-٤٨

∴ ٢١,٨٨٩١٥ د = ٢٢٩٢,٤٤٦٩ + ٣٤٩٣,٠٧٠٧

∴ ٢١,٨٨٩١٥ د = ٥٧٨٥,٥١٨

∴ د = ٥٧٨٥,٥١٨ / ٢١,٨٨٩١٥ = ٢٦٤,٣١ جنيه

∴ قيمة القسط الشهري = ٢٦٤,٣١ جنيه

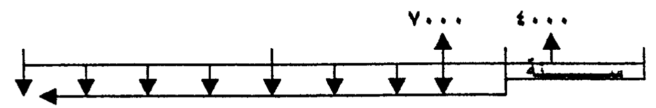
(تمرين ١١)

شخص مدين بالديون التالية :

- ٧٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٥ شهر ٠
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٩ شهور ٠

فإذا أراد المدين أن يستبدل هذه الديون بدفعات ربع سنوية تبدأ بعد سنة من الآن وتستمر لمدة سنتين بعد ذلك ، المطلوب حساب قيمة القسط الربع سنوي إذا تمت التسوية على أساس معدل فائده حقيقي [ع = ١٢ ٪ سنوياً] ؟ ٠

الحـــل :



دفعات ربع سنوية عادية مبلغها د ولمدة سنتين

** حيث أن الدفعات ربع سنويه ، نوجد ع ٤ بدلالة ع ، حيث :

$\therefore$ $ع_٤ = ٤\left((١+٠,١٢)^{\frac{١}{٤}} - ١\right) = ٠,١١٤٩٤٩٣$

$\therefore$ معدل الفائدة الربع سنوي = $\frac{٠,١١٤٩٤٩٣}{٤} = ٠,٠٢٨٧$

نفرض أن القيمة الإسمية للقسط الربع سنوي = د

وبأخذ تاريخ التسوية هو تاريخ بداية الدفعة المجهولة وهو بعد سنة من الآن ، وبالتالى تكون (فى تاريخ التسوية)

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
٤٠٠٠	٣ شهور سابق	د	دفعات ربع سنويه لمدة سنتين
٧٠٠٠	٣ شهور لاحق		

$\therefore$ القيمة الحالية للدفعات = قيمة الديون القديمة (المبلغين)

$\therefore$ $د \times {}^{د}\overline{٨}|_{٢,٨٧٪} = ٤٠٠٠ \times (١,٠٢٨٧)^{١} + ٧٠٠٠ \times ع^{١}_{٢,٨٧٪}$

$\therefore$ $د \frac{\left[١ - (١ + ٠,٠٢٨٧)^{-٨}\right]}{٠,٠٢٨٧}$

$= ٤٠٠٠\,(١ + ٠,٠٢٨٧)^{١} + ٧٠٠٠\,(١ + ٠,٠٢٨٧)^{-١}$

$\therefore$ ٧,٠٥٨٣٥ د = ٦٨٠٤,٤٥٨٢ + ٤١١٤,٩٤٩٢

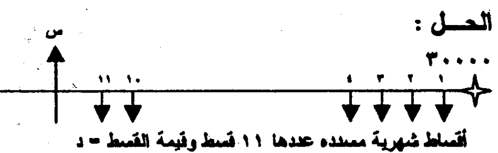
$\therefore$ ٧,٠٥٨٣٥ د = ١٠٩١٩,٤٠٧٤ جنيه .

$\therefore$ د = $\frac{١٠٩١٩,٤٠٧٤}{٧,٠٥٨٣٥}$ = **١٥٤٧,٠٢** جنيه = قيمة القسط الربع سنوي

(تمرين ١٢)

اشترى شخص سيارة بمبلغ ٧٠٠٠٠ جنيه ، على أن يدفع مقدماً ٤٠٠٠٠ جنيه والباقي يُسدد على أقساط شهريه تستمر لمدة سنتين ، وعند سداد القسط الثاني عشر قرر المشترى دفع كل ما يتبقى من دينه مرة واحده ، المطلوب حساب المبلغ الواجب سداده عند استحقاق القسط الثانى عشر إذا تمت التسوية على أساس معدل فائده [ع ١٢ = ١٢ ٪] ؟ .

الحــل :



حيث أن الأقساط شهرية ، نوجد المعدل الشهري

معدل الفائدة الشهري = $\frac{٠,١٢}{١٢}$ = ٠,٠١

نفرض أن القيمة الإسمية للقسط = د ، وباعتبار أن الباقي من الثمن وقدره ٣٠٠٠٠ جنيه يمثل القيمة الحالية للأقساط (دفعه عاديه) ، وعلى ذلك :

∴ د × ﺩ ٢٤| ١٪ = ٣٠٠٠٠

∴ $\frac{د \left[١-(١+٠,٠١)^{-٢٤}\right]}{٠,٠١}$ = ٣٠٠٠٠

∴ ٢١,٢٤٣٤ د = ٣٠٠٠٠

∴ د = $\frac{٣٠٠٠٠}{٢١,٢٤٣٤}$ = ١٤١٢,٢ جنيه = قيمة القسط الشهري

وبعد سداد ١١ قسط ، وبأخذ تاريخ التسوية هو تاريخ استحقاق القسط الثاني عشر ، يكون المبلغ الواجب سداده مرةً واحدةً يعادل جملة الدين (٣٠٠٠٠) مخصوماً منه جملة الأقساط المسدده ، ومن هنا نقوم بالآتي :

∴ المبلغ المطلوب سداده =

$$= ٣٠٠٠٠ (١,٠١)^{١٢} - ١٤١٢,٢ \times ل_{\overline{١١}|١\%} \times (١,٠١)^{١}$$

$$= ٣٠٠٠٠ (١,٠١)^{١٢} - \frac{١٤١٢,٢ \left[١ - (١,٠١)^{-١١} \right]}{٠,٠١} \times (١,٠١)^{١}$$

= ٣٣٨٠٤,٧٥ − ١٦٤٩٨,٠٨ = ١٧٣٠٦,٦٧ جنيه ٠

(تمرين ١٣)

اشترى شخص بضاعة بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه واتفق مع البائع على سداد الثمن على النحو التالى :

١- يدفع مقدماً ١٠٠٠٠ جنيه ٠

٢- يحرر له كمبيالة قيمتها الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد بعد سنتين

٣- والباقي يُسدد على أقساط شهريه تستمر ولمدة سنتين ٠

المطلوب حساب قيمة القسط الشهرى إذا تمت التسوية على أساس أن معدل الفـــائده [$ع_{١٢}$ = ٩ %] ؟ ٠

الحــل :



حيث أن الأقساط شهرية ، نوجد المعدل الشهري

$$\text{معدل الفائدة الشهري} = \frac{٠,٠٩}{١٢} = ٠,٠٠٧٥$$

نفرض أن القيمة الإسمية للقسط = د ، وبأخذ تاريخ التسوية هو الآن ، فإن :

القيمة الحالية للديون القديمه = القيمة الحالية للديون الجديده

حيث تتمثل الديون القديمة في ثمن البضاعه (٥٠٠٠٠) ، وتتمثل الديون الجديده في المبلغ النقدي ، والكمبياله ، والأقساط

∴ ٥٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠ × ع ٢٤ ٠,٧٥٪ + د × ﻟـ ٢٤| ٠,٧٥٪

∴ ٥٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ + ٨٣٥٨,٣١٤ + د [١ − (١ + ٠,٠٠٧٥)^−٢٤] / ٠,٠٠٧٥

∴ ٥٠٠٠٠ − ١٠٠٠٠ − ٨٣٥٨,٣١٤ = د [١ − (١ + ٠,٠٠٧٥)^−٢٤] / ٠,٠٠٧٥

∴ ٣١٦٤١,٦٨٦ = د [١ − (١ + ٠,٠٠٧٥)^−٢٤] / ٠,٠٠٧٥

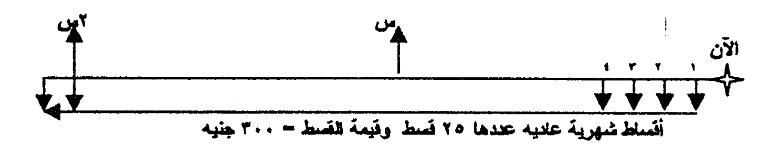
∴ ٣١٦٤١,٦٨٦ = ٢١,٨٨٩١٥ د

∴ د = ٣١٦٤١,٦٨٦ / ٢١,٨٨٩١٥ = **١٤٤٥,٥٤** جنيه = قيمة القسط الشهري

(تمرين ١٤)

اشترى شخص بضاعة معينه على أن يدفع ثمنها على ٢٥ قسط شهري قيمته ٣٠٠ جنيه ، فإذا أراد المشترى أن يعدل طريقة السداد بأن يستبدل هذه الأقساط بسندين إذنيين ، السند الأول يستحق السداد بعد سنه ، والسند الثاني يستحق السداد بعد سنتين ، والقيمة الإسمية للسند الأول نصف القيمة الإسمية للسند الثانى ، والمطلوب حساب القيمة الإسمية لكل من السندين إذا تمت التسوية على أساس أن معدل الفـــائده [ع١٢ = ١٢ ٪] ؟

الحــل :



حيث أن الأقساط شهرية ، نوجد المعدل الشهري

معدل الفائدة الشهري = $\frac{٠,١٢}{١٢}$ = ٠,٠١

وبأخذ تاريخ التسوية هو الآن ، يكون :

الديون القديمة		الديون الجديدة	
مبلغ	مدة	مبلغ	مدة
د	دفعات شهرية لمدة ٢٥ شهر	س	١٢ شهر
		٢ س	٢٤ شهر

القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمة

∴ د × ـ ٨| ٢,٨٧٪ = ٤٠٠٠ × $(١,٠٢٨٧)^{١}$ + ٧٠٠٠ × $ع^{١}$ ٢,٨٧٪

∴ $\frac{د \left[١ - (١ + ٠,٠٢٨٧)^{-٨} \right]}{٠,٠٢٨٧}$

∴ س × $ع^{١٢}$ ١٪ + ٢ س × $ع^{٢٤}$ ١٪ = ٣٠٠ × ـ ٢٥| ١٪

∴ ٠,٨٨٧٤٤٩ س + ١,٥٧٥١ س = $\frac{٣٠٠ \left[١ - (١ + ٠,٠١)^{-٢٥} \right]}{٠,٠١}$

∴ ٢,٤٦٢٥٨ س = ٦٦٠٦,٩٤٧

∴ س = $\frac{٦٦٠٦,٩٤٧}{٢,٤٦٢٥٨}$ = **٢٦٨٢,٩٣٥** جنيه

وعلى ذلك يكون :

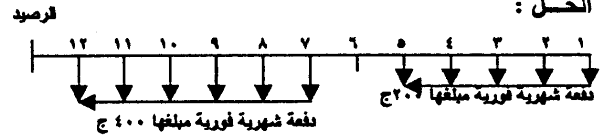
∴ القيمة الإسمية للسند الأول = س = **٢٦٨٢,٩٣٥ جنيه** .

∴ القيمة الإسمية للسند الثاني = ٢ س = **٥٣٦٥,٨٧١ جنيه** .

(تمرين ١٥)

يقوم شخص بإيداع ٢٠٠ جنيه فى بداية كل شهر ، واستمر على ذلك لمدة ٥ شهور ، ولظروف طارئة لم يستطع أن يودع أي مبلغ فى الشهر السادس ، ولكن فى بداية الشهر السابع أودع ٤٠٠ جنيه واستمر فى تكرار ذلك الإيداع حتى الشهر الثاني عشر ، والمطلوب حساب الرصيد المستحق له فى نهاية السنة إذا علمت أن معدل الفـــائده الحقيقى السنوي [ع = ١٠ ٪]

الحــل :



حيث أن الدفعات شهرية ، فإنه يلزم إيجاد المعدل الشهرى ، ولذلك نوجد $ع_{١٢}$ بدلالة ع ، حيث :

$$\therefore\ ع_{١٢} = ١٢\left((١+٠,١)^{\frac{١}{١٢}} - ١\right) = ٠,٠٩٥٧$$

$$\therefore\ \text{معدل الفائدة الشهري} = \frac{٠,٠٩٥٧}{١٢} = ٠,٠٠٨$$

جملة الدفعة الأولي في نهاية السنة =

$$= \frac{٢٠٠(١,٠٠٨)\left[(١,٠٠٨)^{٥} - ١\right]}{٠,٠٠٨} \times (١,٠٠٨)^{٧}$$

= ١٠٨٢,٧٣٣ جنيه . ... (١)

جملة الدفعة الثانية فى نهاية السنة =

$$\frac{٤٠٠(١,٠٠٨)\left[(١,٠٠٨)^{٦} - ١\right]}{٠,٠٠٨} = ٢٤٦٧,٨٨$$ **جنيه ....(٢)**

∴ الرصيد المستحق = ١٠٨٢,٧٣٣ + ٢٤٦٧,٨٨ = ٣٥٥٠,٦١٣ جنيه

خلاصة المبحث الثاني

(١) عند تسوية أو استبدال الديون يكون أساس عملية التسويه عدم الإضرار بالمدين أو الدائن من جراء تسوية الديون وذلك على أساس تطبيق معادلة القيمة وهي :

قيمة الديون القديمة وقت التسوية = قيمة الديون الجديدة وقت التسوية

(٢) لتطبيق هذه القاعده عند تسوية الديون ،يجب مراعاة تواريخ استحقاق الديون بالنسبة إلى تاريخ التسوية ، وهنا نجد الآتي :

(أ) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يقع بعد تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون نوجد القيمة الحالية لها عن طريق خصمها عن المده من تاريخ الإستحقاق وحتى تاريخ التسوية ٠

(ب) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يقع قبل تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون نوجد جملتها عن طريق رسملتها بمعدل فائدة مركبة عن المده من تاريخ الإستحقاق وحتى تاريخ التسوية ٠

(ج) أن تاريخ استحقاق بعض الديون يتفق مع تاريخ التسوية ، وبالنسبة لهذه الديون لايُخصم منه حطيطه ولايُضاف لها فائدة ، لأن القيم الإسمية لتلك الديون تمثل القيم الحقيقية لها فى تاريخ التسوية

(٣) تاريخ الاستحقاق المتوسط : هو التاريخ الذي تتساوى عنده القيمة الاسمية للدين الجديد مع مجموع القيم الاسمية للديون القديمة ٠

تمارين على المبحث الثاني

(١) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

١٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد سنتان

٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ سنوات

٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ سنوات

يريد أن يستبدل بها مبلغاً واحداً يساوي مجموع مبالغ الديون ويستحق بعد مدة ما . وقد حسب المدين هذه المدة بطريقة تقريبية تتلخص في ايجاد مجموع حاصل ضرب كل مبلغ في المدة الباقية على تاريخ اســـــتحقاقه وقسمة هذا المجموع على مجموع مبالغ الديون ، والمطلوب معرفة ما اذا كانت المدة المـحســـوبة بهذه الطريقة التقريبية في صالح الدائن أو المدين :

أولا : اذا كان معدل الفائدة ٦٪ ،

ثانيا : اذا كان معدل الفائدة ٤ ٪

(٢) ما هو تاريخ الاستحقاق المتوسط في التمرين (١) كما درست في هذا الفصل وبمعدل فائدة ٦٪ إذا كان المدين يحدد مركزه المالى يوم ١٩٩٤/٣/١ .

(٣) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٥ سنوات

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٠ سنوات

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ١٢ سنة

يريد أن يسدد الآن مبلغ ٧٠٤٣,٢ جنيه ويدفع مبلغاً آخر بعد ١٥ سنة من الآن والمطلوب حساب هذا المبلغ على أساس معدل فائدة إسمي ٩٪ سنوياً والفائدة يتم إضافتها ٣ مرات في السنه ؟٠

(٤) يـريد شـخص اسـتبدال دينين بأقساط شهرية لمدة ٣ سنوات ، فإذا كان الديـن الأول يسـتحق الدفـع بعد سنتين وقيمته الإسمية ٣٠٠٠ جنيه ، والديـن الثانـي يسـتحق بعد ٤ سنوات وقيمته الإسمية ٥٠٠٠ جنيه ، المطلوب حساب قيمة القسط الشهري علماً بأن ع ١٢ = ٩ ٪ ؟٠

(٥) أوجد القيمة الحالية والجملة لأقساط فورية شهرية يبدأ دفعها بعد سنة من الآن ، ولمدة سنتين علماً بأن قيمة القسط ١٥٠٠ جنيه وأن معدل الفائدة الإسمي ١٠ ٪ على أن تُضاف الفائدة في نهاية كل شهر ؟٠

(٦) يريد شخص استبدال الديون الآتية :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات ٠

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ سنوات ٠

وذلـك بدفعـات شـهرية لمـدة سنتين ، المطلوب حساب قيمة القسـط الشهري علماً بأن ع ١٢ = ٦ ٪ ؟٠

(٧) يودع شخص فى بنك إسلامي مبلغ ٧٠٠ جنيه شهرياً كدفعة فورية ، حيث يقـوم هذا البنك باستثمار الإيداعات في مشروعات اقتصادية ٠ فإذا علمت أن العائد الحقيقي المتوقع من هذا الإستثمار هو ١,٨ ٪ شهرياً ٠

المطلـوب : تحديـد الفترة اللازمة ليكون جملة المتكون للعميل في البنك ٢٥٠٠٠ جنيه ؟٠

(٨) قــرض يُستهلك على ٣ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل مــنها فى نهاية كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١١٪ ، وبالرجوع إلى جدول الإستهلاك وجدنا أن الفرق بين الإستهلاكين الثالث والثاني يبلغ ٣٩,٢١ جنــيه ، والمطلوب بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من أصل القرض ، ومعدل الفائدة ، ومجموع الفوائد التى تحملها المقترض ؟٠

(٩) شخص مدين بالمبالغ الآتية :

٢٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات

٥٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ سنوات

٣٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٨ سنوات .

يريد إستبدال هذه الديون بدين واحد يستحق بعد ٩ سنوات ، أوجد القيمة الاسمية للدين الجديد اذا حسبت الفوائد بمعدل قدره (ع٤ = ٨٪) .

(١٠) في التمرين (٩) احسب تاريخ الاستحقاق المتوسط اذا أراد المدين استبدال ديونه بدين قيمته الاسمية تساوي مجموع القيم الاسمية للديون القديمة وكانت العملية الحسابية تتم الآن (١/١/٢٠٠٠) ، وأن معدل الفائدة (ع = ٨٪).

(١١) يريد شخص استبدال الديون الآتية :

١٠٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٤ سنوات ٠

٦٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٦ سنوات ٠

وذلــك بدفعــات شهرية لمدة سنتين ، المطلوب حساب قيمة القســط الشهري علماً بأن ع ١٢ = ٦ ٪ ؟٠

المبحث الثالث

تحليل التكلفة والعائد

مقدمة :

يعتبر تحليل التكلفه والعائد أسلوب علمي هام ، حيث أنه عند القيام بدراسة جدوى أي مشروع ، فإن الأمر يتطلب التكاليف المتوقعه اللازمه لتنفيذ ذلك المشروع ، وأيضاً المزايا (الأرباح) التي يمكن الحصول عليها خلال العمر المفترض لذلك المشروع ، ومن ثم يمكن إيجاد القيمة الحالية للتكاليف وأيضاً القيمة الحالية للمزايا .

ويمكن تقدير القيم الحالية كما يلي :

صافي القيمة الحاليه = القيمة الحالية للمزايا - القيمة الحاليةَ للتكاليف

فإذا كان الناتج رقم موجب ، فإن المشروع يمكن قبوله وتنفيذه ، أما إذا كان الناتج رقم سالب ، فإن المشروع يجب أن يُرفض ويُنصح بعدم تنفيذه .

وفيما يلي نتناول أسلوب تحليل التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد وكذلك في ظل ظروف التأكد .

أولاً : تحليل التكلفه والعائد في ظل ظروف التأكد :

يمكن معرفة ودراسة أسلوب تحليل التكلفه والعائد في ظل ظروف التأكد من خلال التطبيقات العملية لذلك الأسلوب كما يتضح من الأمثله العمليه والتطبيقيه التاليه .

مثال (١)

من دراسه لأحد المشروعات المقدمه من أحد المستثمرين العرب لمعرفة جدواه إقتصادياً وُجد أن توقعات التكلفة والعائد للمشروع خلال ٥ سنوات كانت على النحو التالي :

السنه	صفر سنة الإنشاء	١	٢	٣	٤	٥
العائد	٨٥٠٠٠	٥٠٠٠	١٢٠٠٠	١٨٠٠٠	٣٠٠٠٠	٤٠٠٠٠

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع ودراسة جدواه ؟ ٠

الحــل :

لمعرفة صافي القيمة الحالية يمكن عمل التحليل التالي :

السنه	العائد	$ع^{ن}_{ع\%} = ع^{ن}_{٨\%}$	القيمة الحالية للعائد
١	٥٠٠٠	٠,٩٢٦	٤٦٣٠
٢	١٢٠٠٠	٠,٨٥٧	١٠٢٨٤
٣	١٨٠٠٠	٠,٧٩٤	١٤٢٩٢
٤	٣٠٠٠٠	٠,٧٣٥	٢٢٠٥٠
٥	٤٠٠٠٠	٠,٦٨١	٢٧٢٤٠
مجموع القيم الحاليه للعائد			٧٨٤٩٦

∴ صافي القيمة الحالية للمشروع = ٧٨٤٩٦ – ٨٥٠٠٠ =– ٦٥٠٤

وعلى ذلك ولأن صافي القيمة الحالية للمشروع رقماً سالباً ، فإنه يجب رفض المشروع ، ويُنصح مقدمه بعدم تنفيذه ٠

مثال (٢)

بصفتك خبيراً في رياضيات الإستثمار ، المطلوب المفاضله بين المشروعيْن (س) ، (ص) التاليين واختيار أفضلهما للمستثمر ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٢ ٪ سنوياً :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	١١٩٠٠٠	١٠٥٠٠٠
صافي التدفقات النقديه		
السنه الأولي	١٢٠٠٠	(١٠٠٠٠)
السنه الثانيه	٣٠٠٠٠	٢٥٠٠٠
السنه الثالثه	٤٠٠٠٠	٤٠٠٠٠
السنه الرابعه	٤٥٠٠٠	٥٠٠٠٠
السنه الخامسه	٥٠٠٠٠	٦٥٠٠٠

الحـل :

للمفاضـلـه بيـن المشروعيْن يتم تقدير صافي القيمه الحالية لكل مشروع على النحو التالي :

أولاً : بالنسبة للمشروع (س) :

السنه	صافي التدفقات النقديه	$ح^{ن}_{ع\%} = ح^{ن}_{١٢\%}$	القيمة الحالية للتدفقات
١	١٢٠٠٠	٠,٨٩٣	١٠٧١٦
٢	٣٠٠٠٠	٠,٧٩٧	٢٣٩١٠
٣	٤٠٠٠٠	٠,٧١٢	٢٨٤٨٠
٤	٤٥٠٠٠	٠,٦٣٦	٢٨٦٢٠
٥	٥٠٠٠٠	٠,٥٦٧	٢٨٣٥٠
مجموع القيم الحاليه لصافي التدفقات النقديه			١٢٠٠٧٦

ثانياً : بالنسبة للمشروع (ص) :

السنه	صافي التدفقات النقديه	$ح_{ع\%}^{ن} = ح_{12\%}^{ن}$	القيمة الحالية للتدفقات
١	(١٠٠٠٠)	٠,٨٩٣	(٨٩٣٠)
٢	٢٥٠٠٠	٠,٧٩٧	١٩٩٢٥
٣	٤٠٠٠٠	٠,٧١٢	٢٨٤٨٠
٤	٥٠٠٠٠	٠,٦٣٦	٣١٨٠٠
٥	٦٥٠٠٠	٠,٥٦٧	٣٦٨٥٥
مجموع القيم الحاليه لصافي التدفقات النقديه			١٠٨١٣٠

∴ صافي القيمة الحالية للمشروع الأول (س) =

= ١٢٠٠٧٦ – ١١٩٠٠٠ = ١٠٧٦ وحدة نقد

∴ صافي القيمة الحالية للمشروع الثاني (ص) =

= ١٠٨١٣٠ – ١٠٥٠٠٠ = ٣١٣٠ وحدة نقد

من هنا نجد أن المشروعين مقبولين لكونهما يحققان صافي قيمه حاليه موجبه ونظراً لأن المطلوب هو المفاضله بين المشروعين ، نجد أن الأفضل للمستثمر هـو إختـيار المشروع الثاني (ص) وذلك لأنه يحقق صافي قيمة حالية أكبر من المشروع الأول (س) ٠

ملحوظه:

يمكـن اسـتخدام معـامل القـيمة الحالـيه الصـافية لأغراض المفاضلة بين المشروعات الإستثماريه على النحو التالي :

$$\text{معامل القيمه الحاليه} = \frac{\text{القيمة الحالية لصافي التدفقات النقديه}}{\text{القيمة الحالية لصافي الإنفاق الإستثماري}}$$

وهنا تواجهنا إحدى الحالتين التاليتين :

١. أن يكـــون معــــامل القيمة الحالية أكبر من الواحد الصحيح ، وفي هذه الحاله يمكن قبول المشروع تجارياً ٠
٢. أن يكـــون معــــامل القيمة الحالية أقل من الواحد الصحيح ، وفي هذه الحاله يتم رفض المشروع تجارياً ٠
٣. عند المفاضله بين مشروعين أو أكثر يتم اختيار المشروع الذي يحقق معامل قيمه حاليه أكبر ٠

وبالرجوع للمثال السابق (مثال ٢) ، نجد أن :

معامل القيمه الحاليه للمشروع الأول (س) = $\frac{١٢٠٠٧٦}{١١٩٠٠٠}$ = ١,٠٠٩

معامل القيمه الحاليه للمشروع الثاني (ص) = $\frac{١٠٨١٣٠}{١٠٥٠٠٠}$ = ١,٠٠٣

وعلـــى هـــذا الأساس نجد أن الأفضل للمستثمر هو إختيار المشروع الثاني (ص) وذلك لأنه يحقق معامل قيمه حاليه أكبر من المشروع (س) ٠

مثال (٣)

مشروع إستثماري يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ٢٠٠٠٠٠٠ (مليوني) جنيه ، يُدفع ٧٥ ٪ منه في بداية عام ٢٠٠٠م ، ٢٥ ٪ منه في بداية عام ٢٠٠١م وتبين أن العمر الإفتراضي للمشروع ٦ سنوات ، وأن صافي التدفقات النقديه للمشروع خلال ست سنوات (تاليه لعام ٢٠٠١) كانت على النحو التالي :

(الأرقام بآلاف الجنيهات):

السنه	١	٢	٣	٤	٥	٦
صافي التدفق النقدي	٨٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	٤٠٠	٣٠٠

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ١٢ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟ .

الحـــل :

لتقييم المشروع :

(١) يـــتم حســـاب القيمة الحالية للإنفاق الإستثماري في بداية عام ٢٠٠٠م ، حيث :

القيمة الحالية لــ ٧٥٪ من الإنفاق الآن = (٢٠٠٠٠٠٠ × ٧٥٪) × ١

= ١٥٠٠٠٠٠

القيمة الحالية لــ ٢٥٪ من الإنفاق في بداية عام ٢٠٠١م

= (٢٠٠٠٠٠٠ × ٢٥٪) × ٠,٨٩٣ = ٤٤٦٥٠٠

∴ القيمة الحالية للإنفاق الإستثماري في بداية عام ٢٠٠٠م

= ١٥٠٠٠٠٠ + ٤٤٦٥٠٠ = **١٩٤٦٥٠٠** جنيه

(٢) يتم حساب القيمه الحالية لصافي التدفقات النقديه على النحو التالي :

السنه	صافي التدفقات النقديه	ح عْ ٪ = ح ١٢٪ نْ	القيمة الحالية للتدفقات
٢٠٠٢	٨٠٠٠٠٠	٠,٨٩٣	٧١٤٤٠٠
٢٠٠٣	٦٠٠٠٠٠	٠,٧٩٧	٤٧٨٢٠٠
٢٠٠٤	٥٠٠٠٠٠	٠,٧١٢	٣٥٦٠٠٠
٢٠٠٥	٤٠٠٠٠٠	٠,٦٣٦	٢٥٤٤٠٠
٢٠٠٦	٤٠٠٠٠٠	٠,٥٦٧	٢٢٦٨٠٠
٢٠٠٧	٣٠٠٠٠٠	٠,٥٠٧	١٥٢١٠٠
مجموع القيم الحاليه لصافي التدفقات النقديه			٢١٨١٩٠٠

∴ صافي القيمة الحالية لصافي التدفقات النقديه =

= ٢١٨١٩٠٠ – ١٩٤٦٥٠٠ = ٢٣٥٤٠٠ وحده

وعلـــى ذلك ولأن صافي القيمة الحالية للمشروع رقماً موجباً ، فإنه يجب قبول المشروع ، وينُصح مقدمه بتنفيذه ٠

مثال (٤)

مشروع إستثماري يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ١٥٠٠٠٠ جنيه ، كما قُدر له عمراً إنتاجياً ٦ سنوات ، فإذا علمت أن صافي التدفق النقدي السنوي للمشروع ٣٠٠٠٠ جنيه ، وأن معدل الفائدة المركبه هو ١٥ ٪ سنوياً ٠

المطلوب : إبداء الرأي في مدى قبول هذا المشروع من عدمه ؟٠

الحـــل :

حيث أن التدفقات النقديه في صورة دفعات سنويه متساويه :

القيمه الحاليه لصافي التدفقات النقديه =

= صافي التدفق النقدي × $\text{ل}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

$$= \text{٣٠٠٠٠} \times \text{ل}_{\overline{\text{٦}}|\text{١٥}\%}$$

$$= \frac{\text{٣٠٠٠٠}\left[\text{١} - (\text{١} + \text{٠,١٥})^{-\text{٦}}\right]}{\text{٠,١٥}}$$

= ٣٠٠٠٠ × ٣,٧٨٤٤٨٢٧ = ١١٣٥٣٤,٤٨ جنيه

صافي القيمه الحاليه = القيمه الحاليه لصافي التدفقات النقديه – القيمه الحاليه للإنفاق الإستثماري = ١١٣٥٣٤,٤٨ – ١٥٠٠٠٠ = – ٣٦٤٦٥,٥٢ جنيه

القـــرار : نظـــراً لآن صـــافي القـــيمة الحاليه (قيمه سالبه) ، يجب رفض المشروع ونوصي بعدم تنفيذه ٠

ثانياً : تحليل التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد :

يمكن معرفة ودراسة أسلوب تحليل التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد من خلال التطبيقات العملية لذلك الأسلوب كما يتضح من الأمثله العمليه والتطبيقيه التاليه .

مثال (٥)

عند دراسة الجدوى لأحد المشروعات كانت البيانات المقدمه كما يلي :

(١) التكاليف المقدره على المشروعات في ظل عدم التأكد :

السنه	التوقعات المختلفه للتكاليف واحتمال حدوثها
صفر	٢٥٠٠٠٠ باحتمال ١٠٠ ٪
١	١٥٠٠٠ باحتمال ٨٠ ٪ ، ٢٠٠٠٠٠ باحتمال ٢٠ ٪
٢	٢٥٠٠٠٠ باحتمال ٦٠ ٪ ، ٤٠٠٠٠٠ باحتمال ٤٠ ٪
٣	٣٠٠٠٠٠ باحتمال ٥٠ ٪ ، ٥٠٠٠٠٠ باحتمال ٥٠ ٪
٤	٤٠٠٠٠٠ باحتمال ٤٠ ٪ ، ٦٠٠٠٠٠ باحتمال ٦٠ ٪
٥	٥٠٠٠٠٠ باحتمال ٣٠ ٪ ، ٧٥٠٠٠٠ باحتمال ٧٠ ٪

(٢) المزايا المتوقعه في ظل عدم التأكد إعتباراً من السنة الرابعه كما يلي:

- ٢٥٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ١٠ سنوات باحتمال ٣٠ ٪
- ٣٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ٢٠ سنه باحتمال ٣٥ ٪
- ٥٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ٣٠ سنه باحتمال ٣٥ ٪

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ١٥ ٪ سنوياً .

المطلوب : حساب صافي القيمة الحاليه على أساس دراسة التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد ؟ .

الحـــل :

أولاً : حســـاب التكاليف المتوقعه خلال سنوات الإنفاق على المشروع بأسلوب القيمه المتوقعه :

السنه	التكاليف المتوقعه
صفر	٢٥٠٠٠٠ ×١ = ٢٥٠٠٠٠
١	١٥٠٠٠ × ٠,٨ + ٢٠٠٠٠٠ × ٠,٢ = ١٦٠٠٠٠
٢	٢٥٠٠٠٠ × ٠,٦ + ٤٠٠٠٠٠ × ٠,٤ = ٣١٠٠٠٠
٣	٣٠٠٠٠٠ × ٠,٥ + ٥٠٠٠٠ × ٠,٥ = ١٧٥٠٠٠
٤	٤٠٠٠٠٠ × ٠,٤ + ٦٠٠٠٠٠ × ٠,٦ = ٥٢٠٠٠٠
٥	٥٠٠٠٠٠ × ٠,٣ + ٧٥٠٠٠٠ × ٠,٧ = ٦٧٥٠٠٠

ثانياً : تقدير القيمة الحالية للتكاليف على أساس أن (ع = ١٥ ٪) :

= التكاليف المتوقعه × $ح^{ن}_{ع٪}$

السنه	التكاليف المتوقعه	$ح^{ن}_{ع٪} = ح^{ن}_{١٥٪}$	القيمة الحالية للتكاليف
صفر	٢٥٠٠٠٠	١	٢٥٠٠٠٠
١	١٦٠٠٠٠	٠,٨٦٩	١٣٩٠٤٠
٢	٣١٠٠٠٠	٠,٧٥٦	٢٣٤٣٦٠
٣	١٧٥٠٠٠	٠,٦٥٨	١١٥١٥٠
٤	٥٢٠٠٠٠	٠,٥٧٢	٢٩٧٤٤٠
٥	٦٧٥٠٠٠	٠,٤٩٧	٣٣٥٤٧٥
إجمالي القيم الحاليه للتكاليف			١٣٧١٤٦٥

ثالثاً : تقدير القيمة الحالية للعائد بمعدل فائده مركبه (ع = ١٥ ٪) :

وهـنا نلاحـظ أن العائد في صورة دفعه سنوية مؤجله ٦ سنوات ، وهي فترة الإنفاق على إنشاء المشروع

∴ القيمة الحالية للعائد

= القيمة الحالية لدفعه مؤقته مؤجله عاديه × إحتمال الحدوث

= مبلغ الإيراد × $_{\text{م}|}\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$ × إحتمال الحدوث

= مبلغ الإيراد × $\left[\text{د}_{\overline{\text{ن+م}}|\text{ع}\%} - \text{د}_{\overline{\text{م}}|\text{ع}\%}\right]$ × إحتمال الحدوث

= مبلغ الإيراد × $\frac{(1+\text{ع})^{-\text{م}}\left[1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$ × إحتمال الحدوث

∴ القيمه الحالية للعائد =

= ٢٥٠٠٠٠٠ × $\frac{(١+٠,١٥)^{-٦}\left[١-(١+٠,١٥)^{-١٠}\right]}{٠,١٥}$ × ٠,٤

+ ٣٠٠٠٠٠٠ × $\frac{(١+٠,١٥)^{-٦}\left[١-(١+٠,١٥)^{-٢٠}\right]}{٠,١٥}$ × ٠,٣٥

+ ٥٠٠٠٠٠٠ × $\frac{(١+٠,١٥)^{-٦}\left[١-(١+٠,١٥)^{-٣٠}\right]}{٠,١٥}$ × ٠,٣٥

= (٢٥٠٠٠٠٠ × ٢,٧١ × ٠,٤) + (٣٠٠٠٠٠٠×٢,٧٠٧×٠,٣٥)

+ (٥٠٠٠٠٠٠ × ٢,٨٣٩ × ٠,٣٥)

= ٢١٧٠٠٠٠ + ٢٨٤٢٣٥٠ + ٤٩٦٨٢٥٠ = **٩٩٨٠٦٠٠** جنيه

∴ صافي القيمه الحالية للمزايا المستقبليه =

= إجمالي القيمه الحاليه للعائد – إجمالي القيمه الحاليه للتكاليف

= ٩٩٨٠٦٠٠ – ١٣٧١٤٦٥ = <u>٨٦٠٩١٣٥</u> جنيه

وهي قيمه موجبه ، وهذا يدل على أن المشروع من الممكن قبوله والتوصيه بتنفيذه عملياً ٠

مثال (٦)

بصفتك خبيراً في رياضيات الإستثمار ، المطلوب المفاضله بين المشروعين (س) ، (ص) التاليين واختيار أفضلهما للمستثمر ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٢ ٪ سنوياً ، والعمر الإفتراضي للمشروع ٥ سنوات :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	٥٠٠٠	٥٠٠٠
التدفق النقدي الداخل		
حالة التفاؤل	٢٠٠٠	٣٠٠٠
حالة التشاؤم	١٥٠٠	صفر
الأكثر إحتمالاً	١٨٠٠	١٨٠٠

وذلك باحتمال ٠,٣ في حالتي التفاؤل والتشاؤم ، وباحتمال ٠,٤ في حالة الأكثر إحتمالاً ؟.

الحـــل :

للمفاضـــله بيـــن المشروعين يتم صافي القيمه الحالية للمزايا المستقبليه لكل مشروع على النحو التالي :

أولاً : بالنسبة للمشروع (س) :

القيمه المتوقعه = التدفق النقدي الداخل × إحتمال حدوثه

حالة التفاؤل = ٢٠٠٠ × ٠,٣ = ٦٠٠

حالة التشاؤم = ١٥٠٠ × ٠,٣ = ٤٥٠

حالة الأكثر إحتمالاً = ١٨٠٠ × ٠,٤ = ٧٢٠

١٧٧٠

ثانياً : بالنسبة للمشروع (ص) :

القيمه المتوقعه = التدفق النقدي الداخل × إحتمال حدوثه

حالة التفاؤل	= ٣٠٠٠ × ٠,٣	= ٩٠٠
حالة التشاؤم	= صفر × ٠,٣	= صفر
حالة الأكثر إحتمالاً	= ١٨٠٠ × ٠,٤	= ٧٢٠
		١٦٢٠

∴ القيمة الحالية للقيمة المتوقعه لكل مشروع =

= القيمة المتوقعه × $ل_{\overline{ن|}ع٪}$

∴ القيمة الحالية للقيمة المتوقعه للمشروع (س) =

= ١٧٧٠ × $ل_{\overline{٥|}١٢٪}$

$$= \frac{١٧٧٠\left[١-(١+٠,١٢)^{-٥}\right]}{٠,١٢}$$

= ١٧٧٠ ×٣,٦٠٥ = ٦٣٨٠,٨٥ جنيه

∴ القيمة الحالية للقيمة المتوقعه للمشروع (ص) =

= ١٦٢٠ × $ل_{\overline{٥|}١٢٪}$

$$= \frac{١٦٢٠\left[١-(١+٠,١٢)^{-٥}\right]}{٠,١٢}$$

= ١٦٢٠ ×٣,٦٠٥ = ٥٨٤٠,١٠ جنيه

نوجد صافي القيمه الحالية للقيمة المتوقعه ، من خلال العلاقة التاليه :

صافي القيمه الحالية للقيمة المتوقعه =

= القيمه الحاليه للقيمه المتوقعه – القيمه الحاليه للإنفاق الإستثماري

∴ صافي القيمه الحالية للقيمة المتوقعه للمشروع (س) =

= ٦٣٨٠,٨٥ – ٥٠٠٠ = ١٣٨٠,٨٥ جنيه

∴ صافي القيمه الحالية للقيمة المتوقعه للمشروع (ص) =

= ٥٨٤٠,١٠ – ٥٠٠٠ = ٨٤٠,١٠ جنيه

وبمقارنة صافي القيمه الحالية للقيمة المتوقعه للمشروعين (س) ، (ص) نجد أن كل منهما موجبه ، وهذا يدل على أن المشروع من الممكن قبوله والتوصيه بتنفيذه عملياً ، ولكن من حيث الأفضليه ، فإنه يُفضل التوصيه بتنفيذ المشروع (س) لأنه يحقق صافي قيمه حالية للقيمة المتوقعه أكبر منه في المشروع (ص) ٠

مثال (٧)

أحد المشروعات الإستثماريه تبلغ تكاليف إنشائه ٤٠٠٠٠٠ جنيه ، كما يُقدر العمر الإنتاجي له بـ ٢٠ سنه ، بعدها تبلغ القيمه الصافيه لأصول وممتلكات المشروع ٥٠٠٠٠ جنيه ، وكانت تقديرات العائد السنوي الذي يُنتظر الحصول عليه بدءاً من السنة الخامسة من بدء تنفيذ المشروع (حيث يستغرق الإنشاء أربع سنوات) التقديرات التاليه :

١٥٠٠٠٠ جنيه باحتمال ٢٠ ٪

١٠٠٠٠٠ جنيه باحتمال ٣٠ ٪

٧٥٠٠٠ جنيه باحتمال ٥٠ ٪

فإذا علمت أن هناك تكاليف إداريه آخر كل سنه من بدء تنفيذ المشروع تُقدر بـ ٥٥٠٠٠ جنيه ، وأن معدل الفائده المركبة ١٥ ٪ سنوياً ٠

المطلوب : تقدير إمكانية إقامة المشروع على أساس دراسة التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد ؟ ٠

القيمه المتوقعه للإيرادات =

= مجموع حواصل ضرب العدد المتوقع × إحتمال حدوثه

= (١٥٠٠٠٠ × ٠,٢) + (١٠٠٠٠٠ × ٠,٣)

+ (٧٥٠٠٠ × ٠,٥)

= ٣٠٠٠٠ + ٣٠٠٠٠ + ٣٧٥٠٠ = ٩٧٥٠٠ جنيه .

القيمة الحالية للإيرادات المتوقعه =

$= \text{القيمة المتوقعه للإيرادات} \times {}_{م|}د_{\overline{ن}|ع\%}$

$= \text{مبلغ الإيراد} \times [\, د_{\overline{ن+م}|ع\%} - د_{\overline{م}|ع\%} \,]$

$= \text{مبلغ الإيراد} \times \frac{(١+ع)^{-م}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$\therefore \text{القيمه الحالية للعائد} = ٩٧٥٠٠ \times \frac{(١+٠,١٥)^{-٤}\left[١-(١+٠,١٥)^{-٢٠}\right]}{٠,١٥}$

= ٩٧٥٠٠ × ٣,٥٧٧٧٩ = **٣٤٨٨٣٤,٥٣** جنيه

ومن ناحية أخرى نجد أن :

القيمه الحالية للتكاليف =

$= ٤٠٠٠٠ + ٥٥٠٠٠ \times د_{\overline{٢٤}|١٥\%} - ٥٠٠٠٠ \times ح^{٢٤}_{١٥\%}$

$= ٤٠٠٠٠ + \frac{٥٥٠٠٠\left[١-(١+٠,١٥)^{-٢٤}\right]}{٠,١٥} - ٥٠٠٠٠\,(١,١٥)^{-٢٤}$

= ٤٠٠٠٠ + ٣٥٣٨٠٢,٣٥٠ + ١٧٨٤٦,٧٠٠ = ٧٥٢٠٥٥,٦٥٠ جنيه

∴ صافي العائد المتوقع = ٣٤٨٨٣٤,٥٣ – ٧٥٢٠٥٥,٦٥

= – ٤٠٣٢٢١,١٢ جنيه

وهي قيمه سالبه ، وهذا يدل على أن المشروع مرفوض ولا يُنصح بتنفيذه

تمارين على المبحث الثالث

(١) مشروع إستثماري يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ٧٠٠٠٠ جنيه ، وتبين أن العمر الإفتراضي للمشروع ٥ سنوات ، وأن صافي التدفقات النقديه للمشروع خلال ٥ سنوات كانت على النحو التالي :

السنه	١	٢	٣	٤	٥
صافي التدفق النقدي	٥٠٠٠	١٢٠٠٠	١٨٠٠٠	٣٠٠٠٠	٤٠٠٠٠

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟ ٠

(٢) بصفتك خبيراً في رياضيات الإستثمار ، المطلوب المفاضله بين المشروعين (س) ، (ص) التاليين واختيار أفضلهما للمستثمر ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٢ ٪ سنوياً :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	١١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
صافي التدفقات النقديه		
السنه الأولى	١٢٠٠٠	(٨٠٠٠)
السنه الثانيه	٣٠٠٠٠	٢٢٠٠٠
السنه الثالثه	٣٥٠٠٠	٣٦٠٠٠
السنه الرابعه	٤٢٠٠٠	٤٤٠٠٠
السنه الخامسه	٥٠٠٠٠	٦٥٠٠٠

(٣) تقدم أحد المستثمرين بدراسة الجدوى لأحد المشروعات وكانت البيانات المقدمه على النحو التالي :

(١) التكاليف المقدره على المشروعات في ظل عدم التأكد :

السنه	التوقعات المختلفه للتكاليف واحتمال حدوثها
صفر	٥٠٠٠٠٠ باحتمال ١٠٠ ٪
١	٣٠٠٠٠٠ باحتمال ٨٠ ٪ ، ٤٠٠٠٠٠ باحتمال ٢٠ ٪
٢	٥٠٠٠٠٠ باحتمال ٦٠ ٪ ، ٨٠٠٠٠٠ باحتمال ٤٠ ٪
٣	٦٠٠٠٠٠ باحتمال ٥٠ ٪ ، ١٠٠٠٠٠٠ باحتمال ٥٠ ٪
٤	٨٠٠٠٠٠ باحتمال ٤٠ ٪ ، ١٢٠٠٠٠٠ باحتمال ٦٠ ٪
٥	١٠٠٠٠٠٠ باحتمال ٣٠ ٪ ، ١٥٠٠٠٠٠ باحتمال ٧٠ ٪

(٢) المزايا المتوقعه كما يلي:

- ٥٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ١٠ سنوات باحتمال ٤٠ ٪
- ٦٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ٢٠ سنه باحتمال ٣٥ ٪
- ١٠٠٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ٣٠ سنه باحتمال ٢٥ ٪

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ٩ ٪ سنوياً .

المطلوب : حساب صافي القيمة الحاليه على أساس دراسة التكلفه والعائد في ظل ظروف عدم التأكد ؟ .

(٤) مشروع يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ١٥٠٠٠٠ جنيه يتم دفعها خلال ٣ سنوات بواقع ٧٠٠٠٠ جنيه ، ٥٠٠٠٠ جنيه ، ٣٠٠٠٠ جنيه على التوالي ، وتبين أن العمر الإفتراضي للمشروع ٨ سنوات ، وأن صافي التدفقات النقديه للمشروع خلال ٨ سنوات (بآلاف الجنيهات) على النحو التالي :

السنه	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
صافي التدفق النقدي	٢٠	٥٠	٥٠	٦٠	٤٠	٢٠	١٥	٥

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ٧ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟ ٠

(٥) فيما يلي بيان بصافي التدفقات النقديه المتوقعه خلال السبع سنوات الممثله للعمر الإفتراضي لأحد المشروعات الإستثماريه المقترحه والمقدر له إنفاق استثماري تبلغ قيمته الحاليه ٣٥٠٠٠٠٠ جنيه :

السنة الأولى	٦٠٠٠٠٠
السنة الثانيه	٦٥٠٠٠٠
السنة الثالثه	٦٥٠٠٠٠
السنة الرابعه	٨٠٠٠٠٠
السنة الخامسه	٩٥٠٠٠٠
السنة السادسه	٨٠٠٠٠٠
السنة السابعه	٩٠٠٠٠٠

والمطلوب : تقرير ما إذا كان هذا المشروع مقبولاً أم لا باستخدام معيار صافي القيمه الحاليه لصافي التدفقات النقديه علماً بأن معدل الفائدة المركبة ١٥ ٪ سنوياً ؟٠

(٦) إذا علمت أن أحد المشروعات الإستثماريه المقترحه والمقدر له إنفاق استثماري تبلغ قيمته الحاليه ٣٤٥٠٠٠٠ جنيه يدر صافي تدفقات نقديه سنوية تبلغ ٩٩٠٠٠٠ جنيه خلال كل من سنوات عمره الإفتراضي والمقدر بـ ٨ سنوات فيما عدا العام الثامن حيث يُقدر صافي التدفقات النقديه له بمبلغ ١٣٢٠٠٠٠ جنيه ، والمطلوب تحديد صافي القيمه الحاليه لصافي التدفقات النقديه باستخدام معدل فائدة مركبة ١٥ ٪ سنوياً ؟٠

(٧) أحد المشروعات الإستثماريه يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ٨٠٠٠٠ جنيه ويُقدر العمر الإفتراضي للمشروع بـــ ٥ سنوات ، وكان صافي التدفقات النقديه للمشروع خلال ٥ سنوات على التوالي :

٥٠٠٠ ، ١٢٠٠٠ ، ١٨٠٠٠ ، ٣٠٠٠٠ ، ٤٠٠٠٠

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟ .

(٨) المطلوب المفاضله بين المشروعين (س) ، (ص) التاليين واختيار أفضلهما للمستثمر ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٥ ٪ سنوياً ، والعمر الإفتراضي للمشروع ٥ سنوات :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	١١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
التدفق النقدي الداخل		
السنه الأولى	١٢٠٠٠	(٩٠٠٠)
السنه الثانيه	٣٥٠٠٠	٢٥٠٠٠
السنه الثالثه	٤٠٠٠٠	٣٥٠٠٠
السنه الرابعه	٤٢٠٠٠	٤٥٠٠٠
السنه الخامسه	٥٠٠٠٠	٦٥٠٠٠

(٩) مشروع إستثماري يتطلب إنفاقاً إستثمارياً قدره ١٠٠٠٠٠٠ (مليون) جنيه ، يُدفع ٧٥ ٪ منه في بداية عام ٢٠٠٠م ، ٢٥ ٪ منه في بداية عام ٢٠٠١م وتبين أن العمر الإفتراضي للمشروع ٦ سنوات ، وأن صافي التدفقات النقديه للمشروع إعتباراً من عام ٢٠٠١م كانت على النحو التالي :

(الأرقام بآلاف الجنيهات):

السنه	١	٢	٣	٤	٥	٦
صافي التدفق النقدي	٤٠٠	٣٠٠	٢٥٠	٢٠٠	٢٠٠	١٥٠

فإذا علمت أن معدل الفائده المركبة ١٥ ٪ سنوياً ، المطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟ ٠

(١٠) فاضل بين المشروعيْن (س) ، (ص) التاليين كمستثمر على علم برياضيات الإستثمار ، في ظل البيانات التاليه :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	١٥٠٠٠٠	١٥٠٠٠٠
التدفق النقدي الداخل		
حالة التفاؤل	٣٥٠٠٠	٢٠٠٠٠
حالة التشاؤم	٤٠٠٠٠	٥٥٠٠٠
الأكثر إحتمالاً	٦٥٠٠٠	٧٥٠٠٠

وذلك باحتمال تشاؤم ٠,٢ ، واحتمال تفاؤل ٠,٣ ، وباحتمال ٠,٥ في حالة الأكثر إحتمالاً ، ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٥ ٪ سنوياً ، والعمر الإفتراضي للمشروع ٧ سنوات ؟٠

(١١) البيانات التاليه مستخرجه من ملف دراستي جدوى للمشروعيْن (س) ، (ص) والمطلوب المفاضله بين المشروعيْن (س) ، (ص) واختيار أفضلهما لك كمستثمر ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد في سوق الإستثمار هو ١٢ ٪ سنوياً ، والعمر الإفتراضي للمشروع ٤ سنوات :

	المشروع (س)	المشروع (ص)
الإنفاق الإستثماري المُقدّر		
	٦٠٠٠٠٠	٨٥٠٠٠٠
التدفق النقدي الداخل		
السنه الأولى	١٥٠٠٠٠	٢٥٠٠٠٠
السنه الثانيه	١٤٠٠٠٠	٢٥٠٠٠٠
السنه الثالثه	١٦٠٠٠٠	٢٨٠٠٠٠
السنه الرابعه	٢٥٠٠٠٠	٣٠٠٠٠٠

(١٢) البيانات التاليه مستخرجه من من الدراسه الماليه لأحد المشروعات:

☒ الإنفاق الإستثماري اللازم ٤ مليون جنيه ، يُتوقع دفع نصفه حالاً ، والباقي ٦٠٪ بعد عام ، ٤٠٪ بعد عامين من الآن ؟٠

☒ صافي التدفقات النقديه المتوقعه تظهر على الترتيب بدءاً من نهاية العام الثاني وحتى نهاية العام السابع بالمبالغ التاليه :

☒ ١٤٠٠٠٠٠ ، ١٤٠٠٠٠٠ ، ١٥٠٠٠٠٠ ، ١٥٠٠٠٠٠ ، ١٢٠٠٠٠٠ ، ١٤٠٠٠٠٠ جنيه٠

☒ معدل الفائدة المركبه ١٥ ٪ سنوياً ٠

والمطلوب تقييم ذلك المشروع وصناعة قرار الإستثمار ؟٠

(١٣)فاضل بين المشروعيْن الآتي بيانهما في ضوء معايير صافي القيمه الحاليه لصافي التدفقات النقديه ، علماً بأن معدل الفائدة المركبة ١٣ ٪ للمشروع الأول ، ١٥ ٪ للمشروع الثاني :

المشروع الأول يتطلب إنفاقاً إستثمارياً حالياً ٢٠٠٠٠٠ جنيه ، ويدر صافي تدفق نقدي ٦٠٠٠٠ جنيه لمدة ٨ سنوات ٠

المشروع الثاني يتطلب إنفاقاً إستثمارياً حالياً ١٨٠٠٠٠ جنيه ، وعمره الإفتراضي ٣ سنوات يدر صافي تدفق نقدي خلالها ١٤٠٠٠٠ ، ٨٠٠٠٠ ، ٨٠٠٠٠ جنيه على الترتيب ٠

المبحث الرابع

إستهلاك القروض طويلة الأجل

Amortization of Long Term Loans

مقدمة :

إستعرضنا في الجزء الأول من هذا الكتاب موضوع استهلاك القروض قصيرة الأجل التي تكون مدد إستحقاقها عدة أيام أو بضعة شهور ، أما القروض طويلة الأجل والتي يكون مدد استحقاقها بالسنوات فستكون موضوع دراستنا في هذا الفصل .

طرق إستهلاك القروض طويلة الأجل :

إذا إقترض شخص مبلغاً من النقود من شخص آخر أو من بنك أو من أى جهة إقتراض فإن في إمكانه أن يسدد القرض بطرق متعددة أهمها ما يلي :

أولاً : سداد القرض مرة واحدة فى نهاية المدة

وتشمل الحالات التى يتم فيها دفع أصل القرض فى نهاية المدة المتفق عليها والتى تحتوى على الطرق التالية :

(١) سداد فوائد القرض في نهاية المدة

أن يسدد القرض مع فوائده دفعة واحدة في نهاية المدة . وهذه الطريقة واضحة ، حيث يسدد جملة المبلغ المقترض ، فإذا فرض أن المبلغ المقترض أ ومدة القرض ن وحدة زمنية ، والمعدل الذي يتفق مع الوحدة الزمنية ع ، فان المبلغ الواجب سداده في نهاية المدة =

$= أ (١ + ع)^{ن}$

(٢) سداد فوائد القرض في شكل دوري:

وتتمثل هذه الطريقة في أن يدفع الفوائد على مبلغ القرض كله بصفة دورية أولا بأول ثم يسدد القرض في نهاية مدة معلومة .

(٣) سداد الفوائد بصفة دورية مع إنشاء صندوق للإستهلاك :

وتتمثل هذه الطريقة في أن يدفع بصفة دورية فوائد القرض جميعها كما في الطريقة الثانية وينشئ في الوقت نفسه صندوق للاستهلاك يدفع اليه بصفة دورية مبالغ متساوية بحيث لو استثمرت خلال مدة القرض فان جملتها تؤول في نهاية مدة القرض الى مبلغ القرض الأصلي .

وفي هذه الطريقة نلاحظ أن المدين يتخلص من الفوائد أولاً بأول وفي الوقت نفسه يعمل على تكوين رأس المال المقترض بأن ينشئ صندوقاً للاستهلاك يخصص مبلغاً سنوياً بحيث لو استثمر أموال هذا الصندوق فان جملتها في نهاية مدة الدين تكون مساوية لأصل القرض .

وهذه الطريقة تبدو سهلة من الناحية النظرية ولكن تطبيقها يكون صعباً لاسيما في حالة المبالغ الصغيرة ولا سيما اذا كان المدين فرداً عادياً لا خبرة له في مجال الاستثمار . إذ أن دفعة صغيرة بمعدل فائدة ثابت وبصفة مستمرة أمر صعب من الناحية العملية ومن هنا توجد طريقة أخرى .

(٤) شراء عقد تكوين أموال:

وتتمثل هذه الطريقة في أن يدفع بصفة دورية القرض جميعه كما في الطريقة الثانية ويشتري عقداً من عقود تكوين الأموال يضمن له مبلغاً يساوي مبلغ القرض الأصلي ويدفع له في نهاية مدة القرض ، فلكي يوفر المدين جهده في استثمار المبالغ السنوية المخصصة لصندوق الاستهلاك يلجأ الى

احدى الشركات (شركات تكوين الأموال) ويتعاقد معها على أن تدفع له في نهاية مدة الدين مبلغاً يساوي القرض الأصلي في مقابل أن يسدد له بصفة مستمرة قسطاً سنوياً ثابتاً طوال مدة الدين .

وأهم ما يلاحظ على هذه الطريقة من سداد القروض أن القسط السنوي الذي يدفعه المدين للشركة يدفع في أول كل سنة بدلاً من أن يدفع في آخر كل سنة شأنه في ذلك شأن الأقساط التي يسددها عملاء شركات التأمين .

والذي يعنينا هنا هو مجموع ما يتحمله المدين في نهاية كل فترة زمنية وهو عبارة عن :

١- الفوائد التي يسددها عن القرض بصورة دورية .

٢- مبلغ الدفعة .

فاذا كان المبلغ أ ، ومدة القرض ن من السنوات ومعدل الفائدة ع . ومقدار القسط السنوي الذي يدفعه المدين د ومعدل الفائدة الذي تستخدمه شركة تكوين الأموال لحساب أقساطها $\bar{\text{ع}}$ ، يمكن حساب القسط د كما يلي :

•• جملة الأقســــاط الســــنوية بمعدل $\bar{\text{ع}}$ سنوياً وفي نهاية ن من السنوات يجب أن يساوي أصل القرض أ .

$$\therefore \text{د} \times \overrightarrow{\text{جـ}}\,{}_{\overline{\text{ن}}|\bar{\text{ع}}\%} = \text{أ}$$

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{أ}}{\overrightarrow{\text{جـ}}\,{}_{\overline{\text{ن}}|\bar{\text{ع}}\%}} = \frac{\text{أ} \times \bar{\text{ع}}}{(1+\bar{\text{ع}})^{\text{ن}} - 1}$$

كما أن مبلغ الفائدة الدورية = أ × ع

وعلى هذا نجد أن المدين يسدد في أول كل سنة كل من القسط (د) والفائده الدورية لشركة تكوين الأموال ٠

مثال (١)

اقترضت إحدى المدارس مبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيه لإقامة مبنى بالمدرسة وذلك على أساس فائدة مركبة بمعدل ٥٪ سنوياً على أن تسدد الفوائد المستحقة على القرض في نهاية كل ستة أشهر وعلى أن يسدد أصل القرض في نهاية عشر سنوات . ولكي تتمكن المدرسة من سداد الدين في موعده إتفقت مع أحد البنوك على أن تودع مبلغاً معيناً في آخر كل ستة أشهر بحيث تتساوي جملة الدفعات مع أصل القرض عند تاريخ استحقاقه وقد وافق البنك على حساب الفوائد المركبة بمعدل ٢٪ عن نصف السنة ، أوجد مبلغ الدفعة الواحدة وجملة ما تتحمله المدرسة في نهاية كل ستة شهور في سبيل سداد الدين وفوائده ؟٠

الحـل :

عدد الدفعات = ٢٠ دفعة ، $\bar{ع}$ = ٢٪ نصف سنوي ، ع = ٢,٥٪ نصف سنوي

$$\therefore \text{د} = \frac{\text{أ}}{\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\bar{\text{ع}}\%}} = \frac{\text{أ} \times \bar{\text{ع}}}{(1+\bar{\text{ع}})^{\text{ن}} - 1}$$

$$\therefore \text{مبلغ الدفعه} = \text{د} = \frac{\text{أ}}{\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{٢٠}|٢\%}} = \frac{٠,٠٢ \times ١٢٠٠٠٠}{(١+٠,٠٢)^{٢٠} - ١}$$

$$= \frac{٢٤٠٠}{٠,٤٨٥٩٤٧٤} = ٤٩٣٨,٨١ \text{ جنيه}$$

** الفوائد التي تدفع في نهاية كل ستة شهور :

= أ × ع = ١٢٠٠٠٠ × ٢,٥٪ = ٣٠٠٠ جنيه

∴ جملة ما تتحملة المدرسة في نهاية كل ستة شهور =

= ٤٩٣٨,٨١ + ٣٠٠٠ = ٧٩٣٨,٨١ جنيه

مثال (٢)

اقترض محمد سعد مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٢٠ سنة بمعدل فائدة ٦٪ سنوياً وقد اختار لسداد القرض دفع الفوائد بصفة دورية آخر كل سنة . فإذا إشترى عقد تكوين أموال واذا كان معدل الفائدة السنوي الذي تستخدمه شركة تكوين الأموال يساوي ٣٪ . ما مقدار ما يتحمله المدين ؟

الحـــل :

عدد الدفعات = ٢٠ دفعة ، $\bar{ع}$ = ٣٪ سنوي ، ع = ٦ ٪ سنوي

أصل القرض = جملة الدفعات

وحيث أن الأقساط تتم في بداية كل سنة ،

$$\therefore د = \frac{أ}{\ddot{جـ}_{\overline{ن}|\bar{ع}\%}} = \frac{أ \times \bar{ع}}{(1+\bar{ع})\left\{(1+\bar{ع})^{ن}-1\right\}}$$

$$\therefore \text{مبلغ الدفعه} = \frac{أ}{\ddot{جـ}_{\overline{20}|3\%}} = \frac{10000 \times 0.03}{(1+0.03)\left\{(1+0.03)^{20}-1\right\}}$$

$$= \frac{300}{0.830294571} = 361.32 \text{ جنيه}$$

** مقدار الفائدة الدورية :

= أ × ع

= ١٠٠٠٠ × ٦ ٪ = <u>٦٠٠ جنيه</u>

ونجد أن القسط د يمثل المبلغ الذي يتحمله المدين سنوياً وفي أول كل سنة من سنوات القرض بالإضافة الى الفائدة الدورية التي تدفع في أخر كل سنة . وسوف يكون اهتمامنا في التحليل أكثر في الطريقتين التاليتين ٠

سداد أصل القرض في شكل دوري:

وهنا يتم سداد القرض على دفعات أو أقساط قد تكون متساوية أو غير متساوية . فقد تكون أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معا أو قد تكون أقساط متناقصة حيث يقوم المدين بسداد قسط إستهلاك متساوى بالإضافة الى الفوائد التى تستحق على أصل القرض أو رصيده ، أو قد يقوم المدين بسداد اقساط غير متساوية وسوف نستعرض هذه الطرق فيما يلي :

[١] طريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معا:

والمقصود هنا هو سداد أصل القرض وفوائده بدفعات متساوية في نهاية فترات منتظمة . ومبلغ الدفعة هنا يمثل في الواقع قيمة القسط المتساوي وكل مبلغ من مبالغ الدفعات يساهم أولاً في سداد الفوائد المستحقة على القرض وما تبقى منه يستخدم في سداد جزء من أصل القرض ٠

وعلى ذلك ، فإنه طبقاً لهذه الطريقة يقوم المدين بدفع دفعة متساوية فى نهاية كل فترة زمنية ، وهذه الدفعه تشتمل على فائدة رأس المال فى نهاية كل فترة زمنية كما تشمل ما تم استهلاكه من أصل القرض فى نهاية كل فترة زمنية ٠

بمعنى أن المدين فى نهاية كل فترة زمنية يكون قد سدد الفوائد المستحقة على رصيد القرض وجزءاً من الأصل يُسمى الإستهلاك ، بحيث أنه فى نهاية مدة القرض يكون المدين قد قام بسداد القرض وفوائده المركبة ٠

وطبقاً لهذه الطريقة من سداد الديون تكمن المشكلة الرياضية فى كيفية إيجاد القسط المتساوي من رأس المال والفوائد معاً ، وفي سبيل ذلك نستخدم الرموز والتعاريف التالية :

- أ : تمثل أصل القرض ٠
- د : تمثل قيمة القسط ٠
- ن : تمثل عدد الفترات الزمنية (عدد الأقساط) ٠
- ع : معدل الفائدة عن الفترة الزمنية ٠
- ف : تمثل الفائدة المستحقة على أصل القرض فى نهاية كل فترة زمنية ، وبالتالى تكون ($\text{ف}_{١}$ ، $\text{ف}_{٢}$ ، $\text{ف}_{٣}$ ، ٠٠٠) تمثل الفوائد المستحقة فى نهاية الفترة الأولى و الثانية و الثالثة و ٠٠٠ إلخ٠
- ك : تمثل الإستهلاك من أصل القرض ، وبالتالى فإن ($\text{ك}_{١}$ ، $\text{ك}_{٢}$ ، ٠٠) تمثل الإستهلاك الخاص بالفترة الأولى و الثانية و الثالثة و ٠٠ إلخ٠

* **كيفية حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً (د) :**

نظراً لأن مبلغ القرض يتم سداده فى صورة أقساط متساوية (دفعات) ، فإن :

أصل القرض = القيمة الحالية للأقساط

$$\therefore \text{أ} = \text{د} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$$

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \left(\frac{\text{١}}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} + \text{ع} \right)$$

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{\text{١} - (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}}$$

وكما سبق التوضيح ، إذا كان القرض هو وحدة النقود (جنيه) فإن :

$\frac{1}{د_{\overline{ن|}ع\%}}$ تمثل القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً لقرض مقداره جنيه واحد ، ويُسدد القرض على عدد من الأقساط هو [ن] وعلى أساس معدل فائدة ع ٪ يتفق مع وحدة زمن القسط .

ونجد أن $\frac{1}{د_{\overline{ن|}ع\%}}$ يمكن حسابها بالآله الحاسبة ، أو يمـــكن استخراجها مباشرة من الجدول الخامس من الجداول الماليه أمام المدة [ن] وفى صفحة المعدل ع ٪

يتضح أن القسط المتساوي يتكون من جزئين هما :

١ – فائدة القرض عن فترة زمنية واحدة = (أ × ع) .

٢ –قيمة الإستهلاك من أصل القرض = أ × $\frac{1}{\overrightarrow{ج}_{\overline{ن|}ع\%}}$

وبصفة عامة يمكن استنتاج القواعد والملاحظات التالية :

أولاً : فيما يتعلق بالقسط المتساوي (د) :

(١) القسط = الإستهلاك + الفائده

∴ $د = ك_{1} + ف_{1}$

، $د = ك_{2} + ف_{2}$

، $د = ك_{3} + ف_{3}$

.... وهكذا الحال ، حتى :

∴ $د = ك_{ن} + ف_{ن}$

(٢) يمكن حساب القسط بدلالة الإستهلاك الأخير ، حيث :

د = $ك_{ن}$ + $ف_{ن}$

= $ك_{ن}$ + ($س_{ن}$ × ع)

∴ د = $ك_{ن}$ (١ + ع)

∴ القسط المتساوي = الإستهلاك الأخير (١ + ع)

ثانياً : الفوائد والإستهلاكات المستحقه عن كل فترة :

يتم حساب الفائده فى نهاية الفترة على رصيد القرض فى بداية تلك الفترة ، وعلى ذلك يكون :

∴ الفائدة المستحقة فى نهاية الفترة الأولى = $ف_{١}$ = أ × ع

وبمعلومية القسط نوجد :

∴ الإستهلاك الأول = $ك_{١}$ = د − $ف_{١}$

ويكون رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى = رصيد القرض فى أول الفترة الثانية

∴ رصيد القرض فى أول الفترة الثانية = أ − $ك_{١}$

ومن ثم يمكن حساب الفوائد والإستهلاكات المستحقة عن الفترات الزمنية المتتالية ، حيث :

∴ $ف_{٢}$ = (أ − $ك_{١}$) × ع

∴ $ك_{٢}$ = د − $ف_{٢}$

.... وهكذا .

ومن هنا نجد أن :

$ف_{١} > ف_{٢} > ف_{٣} > ف_{٤} \ldots\ldots > ف_{ن}$

ثالثاً : العلاقة بين الإستهلاكات :

(١) قيمة الإستهلاك الأول = $ك_{1}$ = د − $ف_{1}$

$$= أ \times \left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right)$$

(٢) قيمة الإستهلاك الثانى = $ك_{2}$ = د − $ف_{2}$

$$= أ \times \left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} \right) - [(أ - ك_{1}) ع]$$

$$= أ \times \left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} \right) - أ ع + ك_{1} ع$$

$$= أ \times \left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right) + ك_{1} ع$$

$$= ك_{1} + ك_{1} ع$$

$$\therefore ك_{2} = ك_{1} (١ + ع)$$

وكذلــك الحال يمكن حساب الإستهلاكات المتتالية بمعلومية الإستهلاك الأول ، حيث :

* $ك_{2} = ك_{1} (١ + ع)$
* $ك_{3} = ك_{2} (١ + ع)$
* $ك_{4} = ك_{3} (١ + ع)$

.... وهكذا حتى :

$$\therefore ك_{ن} = ك_{(ن-1)} (١ + ع)$$

(٣) ومن ناحية أخرى ، نجد أن :

$ك_{٢} = ك_{١} (١ + ع)$

، $ك_{٣} = ك_{٢} (١ + ع)$

$= ك_{١} (١ + ع)^{٢}$

، $ك_{٤} = ك_{١} (١ + ع)^{٣}$

، $ك_{٥} = ك_{١} (١ + ع)^{٤}$

، $ك_{٦} = ك_{١} (١ + ع)^{٥}$

.... وهكذا ، حتى :

$\therefore ك_{ن} = ك_{١} (١ + ع)^{(ن-١)}$

(٤) بالنسبة للعلاقه بين استهلاكين متتاليين ، نجد أن :

$\because ك_{٢} = ك_{١} (١ + ع)$ (١)

و $ك_{٣} = ك_{١} (١ + ع)^{٢}$ (٢)

وبقسمة العلاقة (٢) ÷ العلاقة (١) نجد أن :

$$\frac{ك_{٣}}{ك_{٢}} = \frac{ك_{١} (١+ع)^{٢}}{ك_{١} (١+ع)} = (١ + ع)$$

ومن هنا نجد أن :

١. أي إستهلاك = الإستهلاك السابق له مباشرةً × (١ + ع)

٢. الإستهلاك النونى = الإستهلاك الأول $(١ + ع)^{(ن-١)}$

٣. نسبة أي إستهلاك إلى الإستهلاك السابق له مباشرةً = (١+ ع)

رابعاً : كيفية حساب أصل القرض :

يمكن حساب أصل القرض بعدة دلالات ، ومن هذه الدلالات ما يلي :

(١) بدلالة القسط [د] :

∵ أ = د × $\overline{ن|}$ ع ٪

∴ أصل القرض = أ = د × $\left(\frac{1-(1+ع)^{-ن}}{ع}\right)$

(٢) القرض كمجموع للإستهلاكات :

حيث نجد أن القرض = المجموع الجبري لجميع الإستهلاكات

∴ أ = $ك_1 + ك_2 + ك_3 + ك_4 + \cdots\cdots ك_ن$

(٣) القرض كجملة دفعة عادية مبلغها الإستهلاك الأول :

فى هذه الحالة ، وباستخدام العلاقة السابقة ، نجد الآتي :

∵ أ = $ك_1 + ك_2 + ك_3 + ك_4 + \cdots\cdots ك_ن$

وعلى ذلك :

∴ أ = $ك_1 + ك_1(1+ع) + ك_1(1+ع)^2 + ك_1(1+ع)^3 +$
$+ \cdots\cdots + ك_1(1+ع)^{(ن-1)}$
$= ك_1\left[1 + (1+ع) + (1+ع)^2 + \cdots + (1+ع)^{(ن-1)}\right]$

أي أن أصل القرض هو جملة دفعه عاديه مبلغها الإستهلاك الأول .

∴ أصل القرض = $ك_1 \times$ جـ $\overline{ن|}$ ع ٪

∴ أصل القرض = أ = د × $\frac{ك_1\left[(1+ع)^{ن}-1\right]}{ع}$

خامساً : كيفية حساب رصيد القرض في نهاية (و) من الفترات :

عند استهلاك القرض طويل الأجل على جزء واحد من الفترات الزمنية ، نجد أن هذه الفترات قد تمتد إلى آجال طويلة ، ومن هنا فإننا قد نرغب فى معرفة رصيد القرض بعد مرور عدد معين من الفترات ، وليكن [و] من الفترات . وبعد التوصل إلى رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات يمكن حساب الفائده والإستهلاك عن الفترة التالية ، حيث :

(١) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

∴ $\text{أ}_{\text{و}}$ = أصل القرض – مجموع الإستهلاكات حتى نهاية الفترة [و]

حيث :

مجموع الإستهلاكات حتى نهاية الفترة [و] =

$$= \text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢} + \text{ك}_{٣} + \text{ك}_{٤} + \cdots + \text{ك}_{\text{و}}$$

(٢) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

$$= \text{القرض} - \left(\text{ك}_{١} \times \overrightarrow{\text{جـ}}\ \overline{\text{و}|}\ \text{ع}\% \right)$$

$$\therefore \text{أ}_{\text{و}} = \text{أ} - \frac{\text{ك}_{١} \left[(١+\text{ع})^{\text{و}} - ١ \right]}{\text{ع}}$$

(٣) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

$$= \text{القسط المتساوي} \left(\text{لـ}\ \overline{\text{ن}-\text{و}|}\ \text{ع}\% \right)$$

$$\therefore \text{أ}_{\text{و}} = \text{د} \times \left(\frac{١ - (١+\text{ع})^{-(\text{ن}-\text{و})}}{\text{ع}} \right)$$

والأمثلة التالية توضح كيفية حساب هذه المتغيرات .

مثال (٣)

إقترض شخص مبلغاً وقدره ٣٠٠٠٠ جنيه ، على أن يسدده على ٥ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٦ ٪ .

والمطلوب :

١- حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً .

٢- حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين .

٣- تصوير جدول استهلاك القرض .

الحـــل :

(١) <u>حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً</u> :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}}$$

$$= 30000 \times \frac{0,06}{1-(1+0,06)^{-5}}$$

$$= 30000 \times 0,2373964 = 7121,89$$

<u>وباستخدام الجداول المالية</u> :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} = 30000 \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{5}|6\%}}$$

$$= 30000 \times 0,2373964 = 7121,89$$

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ٦ ٪ وأمام المده (ن = ٥) نجد أن $\frac{1}{\text{د}_{\overline{5}|6\%}} = 0,2373964$

(٢) حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين :

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين =

= مجموع الأقساط - أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) – أصل القرض

= (٧١٢١,٨٩ × ٥) – ٣٠٠٠٠

= ٣٥٦٠٩,٤٦ – ٣٠٠٠٠ = ٥٦٠٩,٤٦ جنيه

(٣) تصوير جدول استهلاك القرض :

لتصوير جدول استهلاك القرض نقوم بالآتي :

• الفائدة المستحقة فى نهاية الفترة الأولى = $ف_1$ = أ × ع

= ٣٠٠٠٠ × ٠,٠٦ = ١٨٠٠ جنيه

• الإستهلاك الأول = $ك_1$ = د – $ف_1$

= ٧١٢١,٨٩ – ١٨٠٠ = ٥٣٢١,٨٩ جنيه.

• رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى= رصيد القرض فى أول الفترة الثانية

∴ رصيد القرض فى أول الفترة الثانية = أ – $ك_1$

= ٣٠٠٠٠ – ٥٣٢١,٨٩ = ٢٤٦٧٨,١١ جنيه .

ومن ثم يمكن حساب الفوائد والإستهلاكات المستحقة عن الفترات الزمنية المتتالية ، حيث تُحسب الفائدة على رصيد أول الفتره وتُخصم من القسط للحصول على استهلاك الفترة بنفس الطريقة السابقة ، وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض بالشكل التالي :

جدول استهلاك القرض

الفترة	رصيد أول الفتره	الفائدة فى آخر الفتره	القسط (د)	الإستهلاك (ك)	رصيد آخر الفترة
١	٣٠٠٠٠	١٨٠٠	٧١٢١,٨٩	٥٣٢١,٨٩	٢٤٦٧٨,١١
٢	٢٤٦٧٨,١١	١٤٨٠,٧	٧١٢١,٨٩	٥٦٤١,١٩	١٩٠٣٦,٩٢
٣	١٩٠٣٦,٩٢	١١٤٢,٢٢	٧١٢١,٨٩	٥٩٧٩,٦٧	١٣٠٥٧,٢٥
٤	١٣٠٥٧,٢٥	٧٨٣,٤٣٥	٧١٢١,٨٩	٦٣٣٨,٤٥٥	٦٧١٨,٧٩٥
٥	٦٧١٨,٧٩٥	٤٠٣,١٣	٧١٢١,٨٩	٦٧١٨,٧٩٥	صفر

ملحوظة :

لعمل جدول الاستهلاك في حالة وجود عدد بسيط من السنوات المتتالية نقوم بالخطوات التالية :

(١) توجد القسط المتساوي أولاً بستخدام القانون الخاص بالقسط المتساوي وبالتالي نستطيع ملأ العمود الخاص بالقسط المتساوي .

(٢) لعمل جدول الاستهلاك يكتب أصل القرض في خانة الرصيد في أول السنة الأولى من القرض .

(٣) وبضرب هذا المبلغ في معدل الفائدة نحصل على الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى .

(٤) ثم يطرح مقدار الفائدة من القسط السنوي نحصل على الاستهلاك الأول أى المبلغ الذي يستهلك من الرصيد في السنة الأولى .

(٥) وبمعرفة الاستهلاك الأول يمكننا إيجاد الاستهلاكات عن طريق ضرب الاستهلاك الأول في (١+ ع) نحصل على الاستهلاك الثاني وهكذا حتى الاستهلاك الأخير وبالتالي نملأ العمود الخامس بالاستهلاك .

(٦) يطرح الاستهلاك الأول من أصل القرض نحصل على رصيد القرض في نهاية السنة الأولى .

(٧) ننقل هذا الرصيد الى خانة الرصيد في أول السنة الثانية ثم نكرر العملية رقم (٦) حتى يستهلك القرض كله . وبالتالي نستطيع ملأ العمود الأول والأخير معاً والخاصين برصيد القرض أول وآخر الفتره على التوالي .

(٨) تُحسب الفوائد إما عن طريق ضرب رصيد أول الفترة في معدل الفائدة ، أو عن طريق طرح كل استهلاك من القسط المتساوي فنحصل على الفائدة المقابلة .

مثال (٤)

إقترضت إحدى شركات المقاولات مبلغاً وقدره ١٠٠٠٠٠ جنيه من بنك الإسكان والتعمير ، على أن تسدده على ١٠ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ١٢ ٪ .

المطلوب :

١- حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً .

٢- حساب مجموع الإستهلاكات التي تمت من أصل القرض حتى نهاية السنة الخامسة

٣- حساب رصيد القرض فى أول السنة السادسة

٤- قيمة الفائدة التى يتضمنها القسط السادس .

٥- قيمة الإستهلاك التى يتضمنها القسط الثامن .

الحـــل :

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

∴ القسط المتساوي = $د = أ \times \frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{٠,١٢}{١-(١+٠,١٢)^{-١٠}}$

$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,١٧٦٩٨٤١ =$ <u>١٧٦٩٨,٤٢</u>

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القسط المتساوي = $د = أ \times \frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}} = ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{د_{\overline{١٠}|١٢\%}}$

$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,١٧٦٩٨٤١ =$ <u>١٧٦٩٨,٤٢</u>

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ١٢ ٪ وأمام المده (ن = ١٠) نجد أن $\frac{١}{د_{\overline{١٠}|١٢\%}} = ٠,١٧٦٩٨٤١$

(٢) مجموع الإستهلاكات التي تمت من القرض حتى نهاية السنة الخامسة:

ولحسابها نوجد الإستهلاك الأول ، حيث :

$ف_١ = أ \times ع = ١٠٠٠٠٠ \times ٠,١٢ = ١٢٠٠٠$ جنيه.

∴ $ك_١ = د - ف_١ = ١٧٦٩٨,٤٢ - ١٢٠٠٠ = ٥٦٩٨,٤٢$ جنيه.

∴ مجموع الإستهلاكات حتى نهاية السنة الخامسة =

$= ك_١ \times \overrightarrow{جـ}_{\overline{و}|ع\%}$

∴ $= \frac{ك_١\left[(١+ع)^{و}-١\right]}{ع} = \frac{٥٦٩٨,٤٢\left[(١+٠,١٢)^{٥}-١\right]}{٠,١٢}$

$= ٥٦٩٨,٤٢ \times ٦,٣٥٢٨٤٧ = ٣٦١٤٤,٠١٥$ جنيه

(٣) رصيد القرض فى أول السنة السادسة :

هذا الرصيد = رصيد القرض فى نهاية السنة الخامسة =

= القرض – (ك١ × جـ ٥┐١٢٪)

∴ أ٥ = ١٠٠٠٠٠ – $\frac{٥٦٩٨,٤٢[(١+٠,١٢)^{٥}-١]}{٠,١٢}$

= ١٠٠٠٠٠ – ٣٦١٤٤,٠١٥ = ٦٣٨٥٥,٨٩٥ جنيه

(٤) الفائدة التى يتضمنها القسط السادس :

= ف٦ = رصيد أول السنة السادسة × ع

= ٦٣٨٥٥,٨٩٥ × ٠,١٢ = ٧٦٦٢,٧٢ جنيه ٠

(٥) قيمة الإستهلاك التى يتضمنها القسط الثامن :

ك٨ = ك١ (١ + ع)^٧

= ٥٦٩٨,٤٢ (١,١٢)^٧

= ٥٦٩٨,٤٢ × ٢,٢١٠٦٨١٤

= ١٢٥٩٧,٣٩ جنيه ٠

وبطريقة أخرى :

نوجد الإستهلاك السابع ، حيث :

ك٦ = د – ف٦ = ١٧٦٩٨,٤٢ – ٧٦٦٢,٧٢ = ١٠٠٣٥,٧ جنيه٠

∴ ك٧ = ك٦ (١ + ع) = ١٠٠٣٥,٧ × ١,١٢ = ١١٢٣٩,٩٨٤

∴ الإستهلاك الثامن =

ـك٨ = ك٧ (١+ع) = ١١٢٣٩,٩٨٤ × ١,١٢ = ١٢٥٩٧,٣٩

مثال (٥)

إقترضت إحدى شركات التليفون المحمول مبلغاً وقدره ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر الدولى ، على أن تسدده على ٢٠ قسط متساوي من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٨ ٪ .

المطلوب :

إعداد جدول استهلاك القرض موضحاً أهم عناصره في السنوات الأولى والعاشرة والأخيرة من مدة استهلاك القرض ؟.

الحـــل :

** <u>بالنسبة للسنة الأولى</u> :

(١) <u>حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً</u> :

∴ القسط المتساوي $= \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}}$

$= 2000000 \times \frac{0.08}{1-(1+0.08)^{-20}}$

$= 2000000 \times 0.101852 =$ **٢٠٣٧٠٤** جنيه .

<u>وباستخدام الجداول المالية</u> :

∴ القسط المتساوي $= \text{د} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{ر}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} = 2000000 \times \frac{1}{\text{ر}_{\overline{20}|8\%}}$

$= 2000000 \times 0.101852 =$ **٢٠٣٧٠٤** جنيه .

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ٨ ٪ وأمام المده (ن = ٢٠) نجد أن $\frac{1}{\text{ر}_{\overline{20}|8\%}} = 0.101852$

(٢) ف$_{1}$ = رصيد أول السنة الأولى × ع

= أ × ع = ٢٠٠٠٠٠٠ × ٠,٠٨ = <u>١٦٠٠٠٠</u> جنيه.

(٣) ك$_{1}$ = ط − ف$_{1}$ = ٢٠٣٧٠٤ − ١٦٠٠٠٠ = <u>٤٣٧٠٤</u> جنيه.

(٤) رصيد آخر السنة الأولى = أ − ك$_{1}$

= ٢٠٠٠٠٠٠ − ٤٣٧٠٤ = <u>١٩٥٦٢٩٦</u> جنيه

** <u>بالنسبة للسنة العاشرة</u> :

(١) رصيد أول السنة العاشرة = رصيد آخر السنة التاسعة = أ$_{9}$

= القرض − (ك$_{1}$ × $\overrightarrow{\ }_{\overline{9}|}$ ٨٪)

∴ أ$_{9}$ = ٢٠٠٠٠٠٠ − $\frac{٤٣٧٠٤\left[(١+٠,٠٨)^{٩}-١\right]}{٠,٠٨}$

= ٢٠٠٠٠٠٠ − (٤٣٧٠٤ × ١٢,٤٨٧٥٥٧٨)

= <u>١٤٥٤٢٤٣,٧٧ جنيه</u>

(٢) ف$_{10}$ = رصيد أول السنة العاشره × ع

= ١٤٥٤٢٤٣,٧٧ × ٠,٠٨ = <u>١١٦٣٣٩,٥</u> جنيه.

(٣) ك$_{10}$ = د − ف$_{10}$ = ٢٠٣٧٠٤ − ١١٦٣٣٩,٥ = <u>٨٧٣٦٤,٥</u> جنيه

(٤) رصيد آخر السنة العاشرة =

= رصيد أول السنة العاشرة − الإستهلاك العاشر

= أ$_{9}$ − ك$_{10}$

= ١٤٥٤٢٤٣,٧٧ − ٨٧٣٦٤,٥ = <u>١٣٦٦٨٧٩,٣جنيه.</u>

** <u>بالنسبة للسنة العشرين</u> :

(١) رصيد أول السنة العشرين = رصيد آخر السنة التاسعة عشر = $أ_{١٩}$

= القرض − ($ك_{١}$ × $\overrightarrow{جـ}$ $_{\overline{١٩}|}$ ٨٪)

$$\therefore أ_{١٩} = ٢٠٠٠٠٠٠ - \frac{٤٣٧٠٤ \left[(١+٠,٠٨)^{١٩} - ١ \right]}{٠,٠٨}$$

= ٢٠٠٠٠٠٠ − (٤٣٧٠٤ × ٤١,٤٤٦٢٦٣)

= <u>١٨٨٦٣٢,٥١ جنيه</u>

(٢) $ك_{٢٠}$ = رصيد أول السنة الأخيرة =<u>١٨٨٦٣٢,٥١جنيه</u> .

(٣) $ف_{٢٠}$ = د − $ك_{٢٠}$

= ٢٠٣٧٠٤ − ١٨٨٦٣٢,٥٢ = <u>١٥٠٧١,٤٨جنيه</u>

(٤) رصيد آحر السنة العشرين = <u>صفر</u> .

ويكون جدول استهلاك القرض للسنوات الثلاث المطلوبة على النحو التالي :

جدول استهلاك القرض

السنة	رصيد أول الفتره	الفائدة فى آخر الفتره	القسط (د)	الإستهلاك (ك)	رصيد آخر الفترة
الأولى	٢٠٠٠٠٠٠	١٦٠٠٠٠	٢٠٣٧٠٤	٤٣٧٠٤	١٩٥٦٢٩٦
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
العاشره	١٤٥٤٢٢٤,٦	١١٦٣٣٩,٥	٢٠٣٧٠٤	٨٧٣٦٤,٥	١٣٦٦٨٧٩,٣
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
العشرون	١٨٨٦٣٢,٥	١٥٠٧١,٥	٢٠٣٧٠٤	١٨٨٦٣٢,٥	صفر

مثال (٦)

إقترض شخص مبلغاً من المال من بنك ناصر ، على أن يسدده على ثلاث أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١٠ ٪ سنوياً ، فإذا علمت أن : إستهلاك القرض عن العام الثاني بلغ ٣٣٢٣,٢٦ جنيه ، المطلوب : بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من أصل القرض ، والقسط المتساوي ، ومجموع الفوائد التي تحملها المدين ؟٠

الحــل :

(١) حساب أصل القرض :

∵ $\frac{ك_٢}{ك_١} = (١ + ع)$

∴ $ك_١ = \frac{ك_٢}{(١+ع)} = \frac{٣٣٢٣,٢٦}{١,١٠} = ٣٠٢١,١٥$ جنيه

$ك_٢ =$ $= ٣٣٢٣,٢٦$

∴ $ك_٣ = ك_٢ \times (١+ع)$

$= ٣٣٢٣,٢٦ \times ١,١٠$ $= ٣٦٥٥,٥٩$

∴ أصل القرض $= ١٠٠٠٠$ جنيه ٠

(٢) حساب القسط المتساوي :

$ف_١ = أ \times ع = ١٠٠٠٠ \times ٠,١٠ = ١٠٠٠$ جنيه ٠

∵ القسط المتساوي $= د = ك_١ + ف_١$

∴ القسط المتساوي $= د = ٣٠٢١,١٥ + ١٠٠٠ = ٤٠٢١,١٥$ جنيه ٠

<u>وبطريقة أخرى :</u>

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

= ١٠٠٠٠ × $\frac{٠,١٠}{١-(١+٠,١٠)^{-٣}}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٤٠٢١١١٥ = **<u>٤٠٢١,١٥</u>** جنيه .

<u>أو باستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع٪}}$ = ١٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{٣}|١٠٪}}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٤٠٢١١٥ = **<u>٤٠٢١,١٥</u>** جنيه .

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ١٠ ٪ وأمام المده (ن = ٣) نجد أن $\frac{١}{د_{\overline{٣}|١٠٪}}$ = ٠,٤٠٢١١٥

(٣) **<u>مجموع الفوائد التي يتحملها المدين</u>**

∴ الفوائد التي يتحملها المدين = مجموع الأقساط - أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) - أصل القرض

= (٤٠٢١,١٥ × ٣) - ١٠٠٠٠ = ٢٠٦٣,٤٥ جنيه .

مثال (٧)

إقترض شخص مبلغاً ما من بنك القاهره ، على أن يسدده على ٥ أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً ، على أساس معدل فائدة مركبة ١٢ ٪ سنوياً ، فإذا علمت أن الفرق بين الإستهلاكين الأول والثاني ١٨٩ جنيه المطلوب : بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من أصل القرض والقسط المتساوي ؟.

الحــل :

(١) حساب أصل القرض :

∵ $ك_٢ - ك_١ = ك_١ (١ + ع) - ك_١$

∴ $ك_٢ - ك_١ = ك_١ (١ + ع - ١)$

$= ك_١ × ع$

∴ $١٨٩ = ك_١ × ٠,١٢$

∴ $ك_١ = \frac{١٨٩}{٠,١٢}$ = ١٥٧٥ جنيه

$ك_٢$ = ١٥٧٥ + ١٨٩ = ١٧٦٤ جنيه

∴ $ك_٣ = ك_٢ × (١+ع)$

= ١٧٦٤ × ١,١٢ = ١٩٧٥,٦٨ جنيه

∴ $ك_٤ = ك_٣ × (١+ع)$

= ١٩٧٥,٦٨ × ١,١٢ = ٢٢١٢,٧٦ جنيه

∴ $ك_٥ = ك_٤ × (١+ع)$

= ٢٢١٢,٧٦ × ١,١٢ = ٢٤٧٨,٢٩ جنيه

∴ أصل القرض = مجموع الإستهلاكات = ١٠٠٠٥,٧٣ جنيه ٠

(٢) حساب القسط المتساوي :

$ف_١$ = أ × ع = ١٠٠٠٥,٧٣ × ٠,١٢ = ١٢٠٠,٦٨٨ جنيه ٠

∵ القسط المتساوي = د = $ك_١ + ف_١$

∴ القسط المتساوي = د = ١٥٧٥ + ١٢٠٠,٦٨٨

= ٢٧٧٥,٦٨٨ جنيه ٠

وبطريقة أخرى :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$$

$$= ١٠٣٠٥,٧٣ \times \frac{٠,١٢}{١-(١+٠,١٢)^{-٥}}$$

= ١٠٠٠٥,٧٣ × ٠,٢٧٧٤٠٩٧٣ = ٢٧٧٥,٦٨٨ جنيه

أو باستخدام الجداول المالية :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{١}{ر_{\overline{ن}|ع\%}} = ١٠٠٠٥,٧٣ \times \frac{١}{ر_{\overline{٥}|١٢\%}}$$

= ١٠٠٠٥,٧٣ × ٠,٢٧٧٤٠٩٧٣ = ٢٧٧٥,٦٨٨ جنيه

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ١٢ ٪ وأمام المده (ن = ٥) نجد أن $\frac{١}{ر_{\overline{٥}|١٢\%}}$ = ٠,٢٧٧٤٠٩٧٣

مثال (٨)

إقترض شخص مبلغاً من المال من بنك الحرية ، على أن يسدده على خمسة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة معين ، فإذا علمت أن $ك_٢$ = ٣٥٦,٤٧ جنيه ، $ك_٣$ = ٣٩٥,٦٨ جنيه .

المطلوب :

بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من أصل القرض ، والقسط المتساوي ، ومعدل الفائدة ، ومجموع الفوائد التي تحملها المدين ؟.

الحـــل :

(١) حساب أصل القرض :

$\because \frac{ك_3}{ك_2} = (١ + ع)$

$\therefore \frac{٣٩٥,٦٨}{٣٥٦,٤٧} = (١ + ع)$

$\therefore ١,١١ = (١ + ع)$

$\therefore$ ع = ١١ ٪ سنوياً ، وعلى ذلك :

$ك_1 = \frac{ك_2}{(١+ع)} = \frac{٣٥٦,٤٧}{١,١١}$ = ٣٢١,١٤ جنيه

$ك_2$ = = ٣٥٦,٤٧ جنيه

$\therefore ك_3$ = = ٣٩٥,٦٨ جنيه

$\therefore ك_4 = ك_3 \times (١+ع)$

= ٣٩٥,٦٨ × ١,١١ = ٤٣٩,٢٠ جنيه

$\therefore ك_5 = ك_4 \times (١+ع)$

= ٤٣٩,٢٠ × ١,١١ = ٤٨٧,٥١ جنيه

$\therefore$ أصل القرض = مجموع الإستهلاكات = ٢٠٠٠ جنيه ٠

(٢) حساب القسط المتساوي :

$ف_1$ = أ × ع = ٢٠٠٠ × ٠,١١ = ٢٢٠ جنيه ٠

$\because$ القسط المتساوي = د = $ك_1 + ف_1$

$\therefore$ القسط المتساوي = د = ٣٢١,١٤ + ٢٢٠

= ٥٤١,١٤ جنيه ٠

وبطريقة أخرى :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{ع}{1-(1+ع)^{-ن}}$$

$$= 2000 \times \frac{0,11}{1-(1+0,11)^{-5}}$$

= ٢٠٠٠ × ٠,٢٧٠٥٧٠ = **٥٤١,١٤** جنيه

أو باستخدام الجداول المالية :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{1}{ر_{\overline{ن|}ع\%}} = 10005,73 \times \frac{1}{ر_{\overline{5|}11\%}}$$

= ٢٠٠٠ × ٠,٢٧٠٥٧٠ = **٥٤١,١٤** جنيه

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ١١ ٪ وأمام المده (ن = ٥) نجد أن $\frac{1}{ر_{\overline{5|}11\%}}$ = ٠,٢٧٠٥٧٠

(٣) **مجموع الفوائد التي يتحملها المدين**

= مجموع الأقساط – أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) – أصل القرض

= (٥٤١,١٤ × ٥) – ٢٠٠٠ = ٧٠٥,٧ جنيه .

مثال (٩)

قرض يُستهلك على خمسة أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة معين ، وبالرجوع إلى جدول الإستهلاك وجدنا أن : $ك_1$ = ٦٤٢,٢٨ جنيه ، $ك_3$ = ٧٩١,٣٦ جنيه ، والمطلوب بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من معدل الفائدة وأصل القرض ؟.

الحـل :

(١) حساب معدل الفائدة :

∴ $\frac{ك_٣}{ك_١}$ = (١ + ع)^٢

∴ $\frac{٧٩١,٣٦}{٦٤٢,٢٨}$ = (١ + ع)^٢

∴ ١,٢٣٢١ = (١ + ع)^٢ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

∴ ١,١١ = (١ + ع)

∴ ع = ١١ ٪ سنوياً

(٢) حساب أصل القرض :

ك$_١$ = = ٤٦٢,٢٨ جنيه

∴ ك$_٢$ = ك$_١$ × (١+ع)

= ٤٦٢,٢٨ × ١,١١ = ٧١٢,٩٣ جنيه

∴ ك$_٣$ = = ٧٩١,٣٦ جنيه

∴ ك$_٤$ = ك$_٣$ × (١+ع)

= ٧٩١,٣٦ × ١,١١ = ٨٧٨,٤١ جنيه

∴ ك$_٥$ = ك$_٤$ × (١+ع)

= ٨٧٨,٤١ × ١,١١ = ٩٧٥,٠٤ جنيه

∴ أصل القرض = مجموع الإستهلاكات = ٤٠٠٠ جنيه ٠

مثال (١٠)

إقترضت إحدى الشركات مبلغاً وقدره ٤٠٠٠٠ جنيه من بنك التنمية ، على أن تسدده على ١٠ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٧ ٪ ٠

المطلوب :

١. حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً إذا تم سداد الأقساط في بداية كل سنة ؟ ٠

٢. حساب الفوائد التي تحملها المدين ؟٠

الحــل :

حيث أن الأقساط تُسدد في بداية كل سنة ، فإن الأقساط تُعتبر بمثابة دفعة فورية سنوية مدتها ١٠ سنوات وقيمتها الحالية هى قيمة القرض ، ويكون :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{(\text{١}+\text{ع})\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}$$

$$= \text{٤٠٠٠٠} \times \frac{\text{٠,٠٧}}{(\text{١}+\text{٠,٠٧})\left[\text{١}-(\text{١}+\text{٠,٠٧})^{-\text{١٠}}\right]}$$

$$= \text{٤٠٠٠٠} \times \text{٠,١٣٣٠٦٣٠٨٦}$$

= ٥٣٢٢,٥ جنيه ٠

(٢) <u>مجموع الفوائد التي يتحملها المدين</u>

= مجموع الأقساط − أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) − أصل القرض

= (٥٣٢٢,٥ × ١٠) − ٤٠٠٠٠ = <u>١٣٢٢٥</u> جنيه ٠

إستهلاك القروض طويلة الأجل بطريقة الإستهلاكات المتساوية :

وفقا لهذه الطريقة من استهلاك القروض طويلة الأجل يتم سداد القروض على أقساط متساوية من القرض مع دفع الفوائد المستحقة بصفة دورية على رصيد القرض (الاستهلاكات المتساوية) . وتتضمن هذه الطريقة سداد القرض على أقساط متساوية تدفع بصفة دوريــــة في آخــــر كل فترة زمنيــــة متفق عليها كما يضــاف الى هذا القسط المتساوي (الاستهلاك المتساوي) قسط الفائدة المستحقة على الرصيد المتبقي في أول الوحدة الزمنية التي يدفع القسط في نهايتها .

وهذه الطريقة من طرق ســــــداد الديون (القروض) طويلة الأجل تسمى (طريقة الأقساط المتساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الأرصده المتبقيه) • وطبقاً لهذه الطريقة يُقسم القرض على أجزاء متساوية (إستهلاكات) بقدر عدد وحدات الزمن ، ثم تُضاف الفائدة المستحقة على رصيده فى آخر كل فترة إلى كل استهلاك على التوالى

ويترتب على ذلك أن الإستهلاك من أصل القرض يكون ثابت ، وتتناقص الفوائد المستحقة فى نهاية كل فترة بمقدار ثابت ، وبالتالى فإن الفوائد المستحقة تكون فى صورة متوالية عددية متناقصة ، وكذلك الأمر بالنسبة للمبلغ المدفوع فى آخر كل فترة (القسط) ، حيث تكون الأقساط متناقصة بمقدار ثابت أيضاً •

والأمثلة التالية توضح التطبيق العلي لطريقة الأقساط المتساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الأرصده المتبقيه •

مثال (١١)

إقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من بنك مصر بمعدل فائده مركبة ٥٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ٤ أقساط سنوية متساويه من الأصل فقط ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط ، والمطلوب :

١- حساب الإستهلاك ؟٠

٢- تصوير جدول إستهلاك القرض ؟٠

الحـــل :

$$\text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الفترات (السنوات)}}$$

$$\therefore \text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{٤٠٠٠}{٤} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

وعلى ذلك ، يكون :

الفتره	رصيد القرض أول الفتره	الفائده المستحقه آخر الفتره
الأولى	٤٠٠٠	$٤٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ٢٠٠$ جنيه
الثانيه	٤٠٠٠-١٠٠٠=٣٠٠٠	$٣٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ١٥٠$ جنيه
الثالثه	٣٠٠٠-١٠٠٠=٢٠٠٠	$٢٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ١٠٠$ جنيه
الرابعه	٢٠٠٠-١٠٠٠=١٠٠٠	$١٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ٥٠$ جنيه

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالى :

جدول استهلاك القرض

الفتره الزمنيه	رصيد أول الفتره	الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط	رصيد آخر الفتره
١	٤٠٠٠	٢٠٠	١٠٠٠	١٢٠٠	٣٠٠٠
٢	٣٠٠٠	١٥٠	١٠٠٠	١١٥٠	٢٠٠٠
٣	٢٠٠٠	١٠٠	١٠٠٠	١١٠٠	١٠٠٠
٤	١٠٠٠	٥٠	١٠٠٠	١٠٥٠	صفر
		٥٠٠	٤٠٠٠	٤٥٠٠	

ملاحظات :

بالنسبة لطريقة القسط المتساوى من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقى (الإستهلاكات المتساويه) يمكن ملاحظة الآتي :

أولاً : يتناقص القرض الذى تُحسب على أساسه الفائده بمقدار الإستهلاك المتساوى ، وعلى ذلك فإن الفوائد المستحقه آخر الفترات الزمنيه تكون فى صورة متواليه عدديه متناقصه ، حدها الأول = فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده وحدها الأخير = فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ٠

ثانياً مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

يكون مجموع الفوائد المستحقه على المدين = مجموع متواليه عدديه حدها الأول فائدة القرض عن فتره زمنيه ، وحدها الأخير هو فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ، وعدد حدودها يعادل عدد الأقساط ٠

وعلى ذلك :

∴ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢} \left(\text{فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه} \right)$$

ثالثاً : الأقساط المدفوعه فى آخر كل فتره زمنيه تكون فى صورة متواليه عدديه متناقصه ، حيث :

☒ حدها الأول = القسط الأول = الإستهلاك المتساوى + فائدة القرض عن فتره زمنيه واحده ٠

☒ حدها الأخير = القسط الأخير = الإستهلاك المتساوى + فائدة الإستهلاك المتساوى عن فتره زمنيه واحده ٠

وعلى ذلك يكون مجموع المبالغ المستحقه على المدين لسداد القرض وفوائده = مجموع متواليه عدديه حدها الأول هو القسط الأول ، وحدها الأخير هو القسط الأخير

∴ مجموع المبالغ المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢} \left(\text{القسط الأول + القسط الأخير} \right)$$

رابعاً : يمكن إيجاد قيمة أى قسط من الأقساط المدفوعه خلال مدة القرض ، حيث يكون القسط الذى رتبته [ن] هو :

$$د_ن = د_١ - (ن - ١) \text{ فائدة الإستهلاك المتساوى}$$ ٠

مثال (١٢)

إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر بمعدل فائده مركبة ٦٪ سنوياً ، وتعهد المدين بسداد القرض على ٢٠ قسط سنوي ، والمطلوب مقارنة الفوائد التي يتحملها المقترض فى الحالتين التاليتين :

١- إستهلاك القرض بطريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً ؟٠

٢- إستهلاك القرض بطريقة القسط المتساوي من الأصل فقط ، مع سداد الفائده المستحقه على الرصيد المتبقى من القرض مع كل قسط ؟٠

الحـــل :

أولاً : باستخدام طريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{١}{ر_{\overline{ن}|ع\%}}$ = ٥٠٠٠٠ × $\frac{١}{ر_{\overline{٢٠}|٦\%}}$

= أ × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

= ٥٠٠٠٠ × $\frac{٠,٠٦}{١-(١+٠,٠٦)^{-٢٠}}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٨٧١٨٤٦ = ٤٣٥٩,٢٢٨ جنيه

∴ مجموع الأقساط = ٤٣٥٩,٢٢٨ × ٢٠ = ٨٧١٨٤,٥٥٧ جنيه.

∴ مجموع الفوائد التى يتحملها المدين =

= ٨٧١٨٤,٥٥٧ – ٥٠٠٠٠ = ٣٧١٨٤,٥٥٧ جنيه.

ثانياً : باستخدام طريقة الإستهلاكات المتساوية :

الإستهلاك المتساوى = $\frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الفترات (السنوات)}}$

∴ الإستهلاك المتساوى = $\frac{٥٠٠٠٠}{٢٠}$ = ٢٥٠٠ جنيه.

∴ فائدة القرض = ٥٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ = ٣٠٠٠ جنيه.

∴ فائدة الإستهلاك المتساوي = ٢٥٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ = ١٥٠ جنيه.

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٢٠}{٢}$ [٣٠٠٠ + ١٥٠]

= ٣١٥٠٠ جنيه

تمارين محلولة على المبحث الرابع

(تمرين ١)

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه وإتفق على أن يسدد الدين والفوائد بأقساط متساويةمن الأصل والفوائد معا خـلال مدة ٥ سنوات ، والمطلوب حسـاب مقدار القسط السنوي ، والفوائد التي تحملها المدين ، اذا كان معدل الفائدة الإسمي المستخدم هو ١٠ ٪ والفوائد تُضاف مرتيْن سنوياً؟

الحـل :

حيث أن القسط سنوي والمعدل المعطى معدل إسمي والفائدة تضاف مرتين ، فلابد من إيجاد المعدل السنوي الحقيقي ، حيث :

$\text{ع}_{٢} = ١٠٪$ ، $\text{م} = ٢$

معدل الفائده الحقيقى $= \text{ع} = \left(١ + \frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢} - ١ = ٠,١٠٢٥$

(١) القسط المتساوي $= \text{د} = \text{أ} \times \frac{١}{\text{ر}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}٪}}$

$$= \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{١ - (١ + \text{ع})^{-\text{ن}}}$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{٠,١٠٢٥}{١ - (١ + ٠,١٠٢٥)^{-٥}}$$

$= ٥٠٠٠ \times ٠,٢٦٥٤٨٤ = ١٣٢٧,٤٢٢$ جنيه

(٢) مجموع الفوائد التي يتحملها المدين = مجموع الأقساط - أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) – أصل القرض

$= (١٣٢٧,٤٢٢ \times ٥) - ٥٠٠٠$

$= ٦٦٣٧,١١ - ٥٠٠٠ = ١٦٣٧,١١$ جنيه

(تمرين ٢)

اقترضت احدى الشركات مبلغ ١٠٠٠٠٠٠ جنيه من أحد المصارف وأتفقت على سدادها على ٤ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً يدفع القسط في نهاية كل سنة على أن تحسب الفوائد المركبة بواقع ٦٪ سنوياً ٠

والمطلوب :

١- حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً ٠

٢- حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين ٠

٣- تصوير جدول استهلاك القرض ٠

الحـــل :

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{١}{ا_{\overline{ن}|ع٪}}$ = أ × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

= ١٠٠٠٠٠٠ × $\frac{٠,٠٦}{١-(١+٠,٠٦)^{-٤}}$

= ١٠٠٠٠٠٠ × ٠,٢٨٨٥٩١٥ = **٢٨٨٥٩١,٤٩ جنيه**

(٢) حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين :

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين =

= مجموع الأقساط – أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) – أصل القرض

= (٢٨٨٥٩١,٤٩ × ٤) – ١٠٠٠٠٠٠

= ١١٥٤٣٦٥,٩٦ – ١٠٠٠٠٠٠

= **١٥٤٣٦٦ جنيه**

(٣) تصوير جدول استهلاك القرض :

لتصوير جدول استهلاك القرض نقوم بالآتي :

• الفائدة المستحقة فى نهاية الفترة الأولى = $ف_١$ = أ × ع

= ١٠٠٠٠٠٠ × ٠,٠٦

= ٦٠٠٠٠ جنيه.

• الإستهلاك الأول = $ك_١$ = د − $ف_١$

= ٢٨٨٥٩١,٤٩ − ٦٠٠٠٠

= ٢٢٨٥٩١,٤٩ جنيه.

• ويكون رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى

= رصيد القرض فى أول الفترة الثانية

∴ رصيد القرض فى أول الفترة الثانية

= أ − $ك_١$

= ١٠٠٠٠٠٠ − ٢٢٨٥٩١,٤٩

= ٧٧١٤٠٨,٥ جنيه .

ومن ثم يمكن حساب الفوائد والإستهلاكات المستحقة عن الفترات الزمنية المتتالية ، حيث تُحسب الفائدة على رصيد أول الفتره وتُخصم من القسط للحصول على استهلاك الفترة بنفس الطريقة السابقة ، حيث :

$ك_٢$ = ٢٨٨٥٩٠,٤٩ (١,٠٦) = ٢٤٢٣٠٦,٩٧٩ جنيه

$ك_٣$ = ٢٤٢٣٠٦,٩٧٩ (١,٠٦) = ٢٥٦٨٤٥,٣٩٨ جنيه

$ك_٤$ = ٢٥٦٨٤٥,٣٩٨ (١,٠٦) = ٢٧٢٢٥٦,١٢٢ جنيه

وبهذا يمكننا تحديد رصيد القرض في آخر كل سنة كما يلي :

رصيد القرض في آخر السنة الأولى

= ١٠٠٠٠٠٠ – ٢٢٨٥٩١,٤٩٠ = ٧٧١٤٠٨,٥١٠ جنيه

رصيد القرض في آخر السنة الثانية

= ٧٧١٤٠٨,٥١٠ – ك$_{٢}$ = ٥٢٩١٠١,٥٣١ جنيه

رصيد القرض في آخر السنة الثالثة

= ٥٢٩١٠١,٥٣١ – ك$_{٣}$ = ٢٧٢٢٥٦,١٣٣ جنيه

رصيد القرض في آخر السنة الرابعة

= ٢٧٢٢٥٦,١٣٣ – ك$_{٤}$ = صفر

كما يمكن الحصول على الفائدة المستحقة آخر كل سنة بطرح الاستهلاك من القسط السنوي الثابت (د) كما يلي :

ف$_{١}$ = ٦٠٠٠٠ جنيه

ف$_{٢}$ = ٢٨٨٥٩١,٤٩ – ك$_{٢}$ = ٤٦٢٨٤,٥١١ جنيه

ف$_{٣}$ = ٢٨٨٥٩١,٤٩ – ك$_{٣}$ = ٣١٧٤٦,٠٩٢ جنيه

ف$_{٤}$ = ٢٨٨٥٩١,٤٩ – ك$_{٤}$ = ١٦٣٣٥,٣٦٨ جنيه

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض بالشكل التالي :

جدول استهلاك القرض

الفترة	رصيد أول الفتره	الفائدة فى آخر الفتره	القسط (د)	الإستهلاك (ك)	رصيد آخر الفترة
١	١٠٠٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	٢٨٨٥٩٥,٥	٢٢٨٥٩٥,٥	٧٧١٤٠٨,٥
٢	٧٧١٤٠٨,٥	٤٦٢٨٤,٥	٢٨٨٥٩٥,٥	٢٤٢٣٠٦,٩	٥٢٩١٠١,٥
٣	٥٢٩١٠١,٥	٣١٧٤٦,١	٢٨٨٥٩٥,٥	٢٥٦٨٤٥,٤	٢٧٢٢٥٦,١
٤	٢٧٢٢٥٦,١	١٦٢٣٥,٤	٢٨٨٥٩٥,٥	٢٧٢٢٥٦,١	صفر
		١٥٤٣٦٦	١١٠٤٣٦٦	١٠٠٠٠٠٠	

(تمرين ٣)

إقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة بمعدل إسمي ٥ ٪ والفائدة تُضاف في نهاية كل ٦ شهور ، فكان القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً الذي تقرر دفعه كل ٦ شهور لسداد القرض هو ٢٢٨٧,١٧٦ جنيه ، احسب مدة القرض ؟.

الحـــل :

- أ = ٢٠٠٠٠ ،
- د = ٢٢٨٧,١٧٦ ،
- معدل الفائدة النصف سنوي = $\frac{\text{٠,٠٥}}{\text{٢}}$ = ٢,٥ ٪

∵ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{\text{١}}{\text{ر}\ \overline{\text{ن}|}\text{ع٪}}$

∴ ٢٢٨٧,١٧٦ = ٢٠٠٠٠ × $\frac{\text{١}}{\text{ر}\ \overline{\text{ن}|}\text{٢,٥٪}}$

∴ $\frac{\text{١}}{\text{ر}\ \overline{\text{ن}|}\text{٢,٥٪}} = \frac{\text{٢٢٨٧,١٧٦}}{\text{٢٠٠٠٠}}$ = ٠,١١٤٢٥٨٨

وبالبحث في الجدول الخامس من الجداول المالية أمام المدد المختلفة وفي صفحة المعدل ٢,٥٪ عن الرقم ٠,١١٤٢٥٨٨ نجده موجود تحت المعدل ٢,٥٪ أمام ١٠ وحدات زمن .

∴ عدد الأقساط = ١٠ أقساط ويدفع القسط كل ٦ شهور ، أي مرتين في السنه ، وعلى ذلك :

مدة القرض = $\frac{\text{١٠}}{\text{٢}}$ = ٥ سنوات

(تمرين ٤)

قرض يستهلك على ١٠ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً بمعدل فائده مركبه ١١ ٪ سنوياً ، وكان رصيد القرض في أول العام الثامن ٨٢٩٨,٩٢ جنيه ، أوجد أصل القرض والقسط المتساوي ؟ .

الحـــل :

رصيد آخر السنة السابعه = ٨٢٩٨,٩٢

∵ رصيد القرض فى نهاية و من الفترات= القسط المتساوي ($\text{ـه}\ \overline{\text{ن}-\text{و}}|_{\text{ع}٪}$)

$$\therefore\ \text{أ}_{\text{و}} = \text{د} \times \left(\frac{\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-(\text{ن}-\text{و})}}{\text{ع}}\right)$$

$$\therefore\ \text{٨٢٩٨,٩٢} = \text{د} \times \left(\frac{\text{١}-(\text{١}+\text{٠,١١})^{-(\text{١٠}-\text{٧})}}{\text{٠,١١}}\right)$$

$$\therefore\ \text{٨٢٩٨,٩٢} = \text{د} \times \left(\frac{\text{١}-(\text{١,١١})^{-\text{٣}}}{\text{٠,١١}}\right)$$

$$\therefore\ \text{٨٢٩٨,٩٢} = \text{د} \times \text{٢,٤٤٣٧}$$

$$\therefore\ \text{القسط المتساوي} = \text{د} = \frac{\text{٨٢٩٨,٩٢}}{\text{٢,٤٤٣٧}} = \text{٣٣٩٦,٠٣ جنيه}$$

$$\because\ \text{أ} = \text{د} \times \text{ـه}\ \overline{\text{ن}}|_{\text{ع}٪}$$

$$\therefore\ \text{أصل القرض} = \text{أ} = \text{د} \left(\frac{\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}}{\text{ع}}\right)$$

$$= \text{٣٣٩٦,٠٣} \left(\frac{\text{١}-(\text{١}+\text{٠,١١})^{-\text{١٠}}}{\text{٠,١١}}\right)$$

$$= \text{٣٣٩٦,٠٣} \times \text{٥,٨٨٩٢٣٢} = \text{٢٠٠٠٠ جنيه .}$$

(تمرين ٥)

إقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده على ١٢ قسط متساوي من الأصل والفوائد معاً ، ويُدفع القسط في نهاية كل شهر على أساس فائدة مركبة بمعدل إسمي ٦ ٪ والفائدة تُضاف في نهاية كل شهر ، المطلوب إيجاد القسط المتساوي ثم رصيد القرض عقب سداد القسط السادس مباشرةً ؟.

الحــل :

* معدل الفائدة الشهري = $\frac{\text{٠,٠٦}}{\text{١٢}}$ = ٠,٥ ٪

∵ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{1}{a_{\overline{ن}|ع\%}}$ = $\frac{ع}{1-(1+ع)^{-ن}}$

∴ القسط المتساوي = د = ١٠٠٠٠ × $\frac{\text{٠,٠٠٥}}{1-(1+\text{٠,٠٠٥})^{-\text{١٢}}}$

= ١٠٠٠٠ × ٠,٠٨٦٠٦٦٤٣ = ٨٦٠,٦٦

رصيد القرض عقب سداد القسط السادس مباشرةً =رصيد القرض فى نهاية الفتره السادسة= القسط المتساوي ($a_{\overline{ن-و}|ع\%}$)

$$= د \times \left(\frac{1-(1+ع)^{-(ن-و)}}{ع}\right)$$

$$= \text{٨٦٠,٦٦} \times \left(\frac{1-(1+\text{٠,٠٠٥})^{-\text{٦}}}{\text{٠,٠٠٥}}\right)$$

= ٨٦٠,٦٦ × ٥,٨٩٦٣٨٤

= ٥٠٧٤,٧٨ جنيه

(تمرين ٦)

إشترى شخص قطعة أرض وقام بسداد ثلث الثمن مقدماً وتم الاتفاق على سداد باقي الثمن بأقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً على ٣٠ سنة على أن يدفع القسط في نهاية كل سنة فاذا علمت أن الاستهلاك الأول ١٧٨٣,٠١ جنيه والاستهلاك الثاني ١٨٥٤,٣٣ جنيه ، فبدون استخدام الجداول ، المطلوب :

أولاً : تحديد معدل الفائدة المستخدم .

ثانيا : ايجاد ثمن شراء الأرض وقيمة القرض.

ثالثاً : تحديد قيمة الاستهلاك الأخير والقسط المتساوي .

الحـــل

(١) حساب معدل الفائدة :

$$\because \frac{ك_٢}{ك_١} = (١ + ع)$$

$$\therefore \frac{١٨٥٤,٣٣}{١٧٨٣,٠١} = (١ + ع)$$

$$\therefore ١,٠٤ = (١ + ع)$$

$$\therefore ع = ٤ \% \text{ سنوياً}$$

(٢) تحديد أصل القرض . وثمن شراء الأرض :

$$\text{أصل القرض} = ك_١ \times \overrightarrow{\overline{ن|}_{ع\%}} = \frac{ك_١ \left[(١+ع)^{ن} - ١ \right]}{ع}$$

$$= ١٧٨٣,٠١ \times \frac{\left[(١+٠,٠٤)^{٣٠} - ١ \right]}{٠,٠٤}$$

$$= ١٧٨٣,٠١ \times ٥٦,٠٨٤٩٤ = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

وهذا يمثل أصل القرض أو بعبارة أخرى يساوي ثلثي ثمن الأرض المشتراه

∴ ثمن شراء الأرض = ١٠٠٠٠٠ × ١,٥ = ١٥٠٠٠٠ جنيه

(٣) الاستهلاك الأخير والقسط المتساوي :

يمكن ايجاد القسط المتساوي بطرق مختلفة وهو عبارة عن حاصل جمع أى فائدة واستهلاك في نفس الفترة – ويمكن ايجاده أيضا عن طريق ايجاد جملة الاستهلاك الأخير عن فترة واحدة – ويمكن ايجاد القسط المتساوي أولاً أو الاستهلاك الأخير أولاً .

ف$_{١}$ = ١٠٠٠٠٠ × ٤٪ = ٤٠٠٠ جنيه

∴ د = ١٧٨٣,٠١ + ٤٠٠٠ = ٥٧٨٣,٠١ جنيه

∵ القسط المتساوي (د) = ك$_{٣٠}$ (١ + ع)

∴ ٥٧٨٣,٠١ = ك$_{٣٠}$ (١,٠٤)

∴ ك$_{٣٠}$ = ٥٥٦٠,٥٩ جنيه

وبطريقة أخرى ، من الممكن الوصول الى نفس النتيجة بايجاد قيمة الاستهلاك الأخير أولاً ، حيث أن :

ك$_{٣٠}$ = ك$_{١}$ (١+ع)^{٢٩}

= ١٧٨٣,٠١ × ٣,١١٨٦٥١٤٥

= ٥٥٦٠,٥٩ جنيه

ويكون القسط المتساوي = ٥٥٦٠,٥٩ (١,٠٤)

= ٥٧٨٣,٠١ جنيه

(تمرين ٧)

اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده بأقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً على أقســـاط ربع ســـنوية لمدة ٥ سنوات .

المطلوب تحديد قيمة القسط المتساوي ؟.

وإذا رغب الـمدين في ســـداد باقي الـمستحق عليه عند تاريخ استحقاق القسط العاشر ، فما هو المبلغ الواجب سداده ؟ وذلك بفرض أن الفوائد المركبة تحسب بمعدل ($ع_٤$ = ١٠٪) .

الحـــل :

عدد الأقساط = ٥ × ٤ = ٢٠ قسطاً

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{٠,٠٢٥}{١-(١+٠,٠٢٥)^{-٢٠}}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٦٤١٤٧١٣$$

= ٦٤١٤,٧١٣ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع٪}}$ = ١٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{٢٠}|٢,٥٪}}$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٦٤١٤٧١٣$$

= ٦٤١٤,٧١٣ جنيه

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ٢,٥ ٪ وأمام المده (ن = ٢٠) نجد أن $\frac{1}{د_{\overline{٢٠}|٢,٥\%}}$ = ٠,٠٦٤١٤٧١٣

وعند استحقاق القسط العاشر نجد أنه يبقى على المدين عشر أقساط أخرى خلاف القسط العاشر أو إحدى عشر قسطاً بما فيها القسط العاشر ، فاذا فرضنا أن الدفعات أو الأقساط هي ١١ قسط بما فيها القسط العاشر وتكون قيمة كل قسط أو دفعة تساوي ٦٤١٤,٧١٣ جنيه وننظر الى أنها دفعة فورية عددها ١١ دفعة وبالتالي نجد أن القيمة الحالية لهذه الدفعة :

$= \text{قيمة القسط} \times \ddot{د}_{\overline{ن}|ع\%}$

$= ٦٤١٤,٧١٣ \times \ddot{د}_{\overline{١١}|٢,٥\%}$

$$= \frac{٦٤١٤,٧١٣(١+٠,٠٢٥)\left[١-(١+٠,٠٢٥)^{-١١}\right]}{٠,٠٢٥}$$

= ٦٤١٤,٧١٣ × ٩,٧٥٢٠٦٣٩ = ٦٢٥٥٦,٦٩١ جنيه

<u>وباستخدام الجداول المالية :</u>

∴ القيمة الحالية للدفعة $= د \times \ddot{د}_{\overline{ن}|ع\%}$

$= ٦٤١٤,٧١٣ \times \ddot{د}_{\overline{١١}|٢,٥\%}$

$= ٦٤١٤,٧١٣ \left(د_{\overline{١١-١}|٢,٥\%} + ١ \right)$

$= ٦٤١٤,٧١٣ \left(د_{\overline{١٠}|٢,٥\%} + ١ \right)$

= ٦٤١٤,٧١٣ (٨,٧٥٢٠٦٣٩ + ١)

= ٦٤١٤,٧١٣ × ٩,٧٥٢٠٦٣٩ = ٦٢٥٥٦,٦٩١ جنيه

(تمرين ٨)

شـــركة تجارية إقترضت مبلغ ٢٥٠٠٠ جنيه على أساس معدل فائده مركبة[ع = ٣ ٪] ، على أن يُسدد القرض على ٢٠ قسط سنوى متساوى من الأصل والفوائد معاً والمطلوب حساب بيانات السنة الخامسة عشر من جدول استهلاك القرض ؟

الحـــل :

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times \frac{٠,٠٣}{١-(١+٠,٠٣)^{-٢٠}}$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times ٠,٠٦٧٢١٥٧$$

$$= \underline{١٦٨٠,٣٩٢ \text{ جنيه}} \cdot$$

وباستخدام الجداول المالية :

$$\therefore \text{القسط المتساوي} = د = أ \times \frac{١}{د_{\overline{ن|}ع٪}} = ٢٥٠٠٠ \times \frac{١}{د_{\overline{٢٠|}٣٪}}$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times ٠,٠٦٧٢١٥٧ = \underline{١٦٨٠,٣٩٢ \text{ جنيه}} \cdot$$

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ٣ ٪ وأمام المده (ن = ٢٠) نجد أن $\frac{١}{د_{\overline{٢٠|}٣٪}} = ٠,٠٦٧٢١٥٧$

$ف_{١} = أ \times ع = ٢٥٠٠٠ \times ٠,٠٣ = \underline{٧٥٠}$ جنيه.

$ك_{١} = د - ف_{١} = ١٦٨٠,٣٩٢ - ٧٥٠ = \underline{٩٣٠,٣٩٢}$ جنيه.

** بالنسبة للسنة الخامسة عشر :

(١) رصيد أول السنة الخامسة عشر = رصيد آخر السنة الرابعة عشر = أ$_{١٤}$

= القرض - (ك$_{١}$ × $\overrightarrow{ج}$ $_{\overline{١٤}|٣٪}$)

∴ أ$_{١٤}$ = ٢٥٠٠٠ - $\dfrac{٩٣٠,٣٩٢ \left[(١+٠,٠٣)^{١٤} - ١ \right]}{٠,٠٣}$

= ٢٥٠٠٠ - (٩٣٠,٣٩٢ × ١٧,٠٨٦٣٢٤)

=٩١٠٣,٠٢١ جنيه

(٢) ف$_{١٥}$ = رصيد أول السنة الخامسة عشر × ع

= ٩١٠٣,٠٢١ × ٠,٠٣ = ٢٧٣,٠٩ جنيه.

(٣) ك$_{١٥}$ = د - ف$_{١٥}$

= ١٦٨٠,٣٩٢ - ٢٧٣,٠٩ = ١٤٠٧,٠٣ جنيه.

(٤) رصيد آخر السنة الخامسة عشر

= رصيد أول السنة الخامسة عشر - الإستهلاك الخامس عشر

= أ$_{١٤}$ - ك$_{١٥}$

= ٩١٠٣,٠٢١ - ١٤٠٧,٠٣ = ٧٦٩٥,٧٢ جنيه

(تمرين ٩)

إقترض شخص مبلغاً وقدره ٢٠٠٠٠ جنيه ، على أن يسدده على ٥ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كل منها فى نهاية كل سنة ، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو ٣ ٪ ، المطلوب :

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً ٠

(٢) حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين ٠

الحـــل :

وباستخدام الجداول المالية :

(١) حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً :

∵ القسط المتساوي = $\text{د} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} = ٢٠٠٠٠ \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{٥}|٣\%}}$

∴ القسط المتساوي = $\text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}}$

$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{٠,٠٣}{١-(١+٠,٠٣)^{-٥}}$

$= ٢٠٠٠٠ \times ٠,٢١٨٣٥٤٦$

= ٤٣٦٧,٠٩ جنيه

(٢) حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين :

= مجموع الأقساط − أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) − أصل القرض

= (٤٣٦٧,٠٩ × ٥) − ٢٠٠٠٠

= ١٨٣٥,٤٥٧ جنيه

(تمرين ١٠)

إقترض شخص مبلغ ٤٥٠٠٠ جنيه على أن يسدده على ٥ أقساط سنوية بطريقة الاستهلاكات المتساوية من رأس المال فقط مع دفع فائدة على رصيـــد القرض في أول كل فترة بمعدل فائدة مركبة (ع٢ = ١٠٪) (تدفع الفوائـــد مع الاســـتهلاك في نهايـــة الفترة ولكن الفوائد تحسب على الرصيد في أول تلك الفترة)

المطلوب :

أوجد مقـــدار الاستهلاك السنوي ، ثم صور جدول استهلاك القرض ؟٠

الحـــل :

حيث أن الإستهلاك سنوي والمعدل المعطى معدل إسمي والفائدة تضاف مرتين ، فلابد من إيجاد المعدل السنوي الحقيقي ، حيث :

ع٢ = ١٠٪ ، م = ٢

$$\because \text{ معدل الفائده الحقيقى } = ع = \left(١ + \frac{ع_م}{م}\right)^{م} - ١$$

$$\therefore \text{ معدل الفائده الحقيقى } = ع = \left(١ + \frac{٠,١٠}{٢}\right)^{٢} - ١$$

$$= (١,١)^{٢} - ١ = ١٠,٢٥ \%$$

وعلى ذلك يكون :المعدل الحقيقي السنوي = ١٠,٢٥٪

$$\text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الفترات}}$$

$$\therefore \quad \text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{٤٥٠٠٠}{٥} = ٩٠٠٠ \text{ جنيه}٠$$

وعلى ذلك ، يكون :

الفتره	رصيد القرض أول الفتره	الفائده المستحقه آخر الفتره
الأولى	٤٥٠٠٠	٤٥٠٠٠ × ١٠,٢٥ / ١٠٠ = ٤٦١٢,٥
الثانيه	٤٥٠٠٠-٩٠٠٠=٣٦٠٠٠	٣٦٠٠٠ × ١٠,٢٥ / ١٠٠ = ٣٦٩٠,٠
الثالثه	٣٦٠٠٠-٩٠٠٠=٢٧٠٠٠	٢٧٠٠٠ × ١٠,٢٥ / ١٠٠ = ٢٧٦٧,٥
الرابعه	٢٧٠٠٠-٩٠٠٠=١٨٠٠٠	١٨٠٠٠ × ١٠,٢٥ / ١٠٠ = ١٨٤٥,٠
الخامسة	١٨٠٠٠-٩٠٠٠=٩٠٠٠	٩٠٠٠ × ١٠,٢٥ / ١٠٠ = ٩٢٢,٥٠

وعلى ذلك يمكن تصوير جدول استهلاك القرض على النحو التالى :

جدول استهلاك القرض

الفتره الزمنيه	رصيد أول الفتره	الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط	رصيد آخر الفتره
١	٤٥٠٠٠	٤٦١٢,٥	٩٠٠٠	١٣٦١٢,٥	٣٦٠٠٠
٢	٣٦٠٠٠	٣٦٩٠,٠	٩٠٠٠	١٢٩٦٠,٠	٢٧٠٠٠
٣	٢٧٠٠٠	٢٧٦٧,٥	٩٠٠٠	١١٧٦٧,٥	١٨٠٠٠
٤	١٨٠٠٠	١٨٤٥,٠	٩٠٠٠	١٠٨٤٥,٠	٩٠٠٠
٥	٩٠٠٠	٩٢٢,٥٠	٩٠٠٠	٩٩٢٢,٥	صفر
		١٣٨٣٧,٥	٤٥٠٠٠	٥٨٨٣٧,٥	

(تمرين ١١)

إقترض شـــخص مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه على أن يسدده على ٢٥ قســـطاً سنوياً بفائدة سنوية مركبة معدلها ٨٪ والمطلوب مقارنة الفوائد التي يدفعها حتى نهاية المدة اذا سدد القرض :

أولاً : بطريقـــــة الأقســـــاط المتســـــاوية من الأصل والفوائد معاً ،

ثانياً : بطريقـــــة الاســـــتهلاكات المتســـــاوية من رأس المال فقط مع دفع فوائد الأرصدة .

الحـــل :

أولاً : <u>باستخدام طريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً</u> :

∴ القسط المتساوي = د = أ × $\frac{1}{\text{ر}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{1}{\text{ر}_{\overline{٢٥}|٨\%}}$$

$$= \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times \frac{٠,٠٨}{1-(1+٠,٠٨)^{-٢٥}}$$

$$= ١٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٩٣٦٧٨٧٧٩$$

= ٩٣٦٧,٨٧٨ جنيه .

∴ مجموع الأقساط = ٩٣٦٧,٨٧٨ × ٢٥ = ٢٣٤١٩٦,٩٤٨ جنيه .

∴ مجموع الفوائد التى يتحملها المدين =

= ٢٣٤١٩٦,٩٤٨ – ١٠٠٠٠٠ = <u>١٣٤١٩٦,٩٤٨ جنيه</u>

ثانياً : باستخدام طريقة الإستهلاكات المتساوية :

$$\text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الفترات (السنوات)}}$$

∴ الإستهلاك المتساوى = $\frac{١٠٠٠٠٠}{٢٥}$ = ٤٠٠٠ جنيه٠

∴ فائدة القرض = ١٠٠٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ = ٨٠٠٠ جنيه٠

∴ فائدة الإستهلاك المتساوي = ٤٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ = ٣٢٠ جنيه٠

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٢٥}{٢}$ [٨٠٠٠ + ٣٢٠]

= ١٠٤٠٠٠ جنيه

أى أن مجموع الفوائد التي يدفعها المدين في الحالة الثانية أقل من تلك التي يدفعها في الحالة الأولى وبالتالي تعتبر طريقة الاستهلاكات المتساوية هي الأفضل في إستهلاك القروض طويلة الأجل بالنسبة للمدين ٠

خلاصة المبحث الرابع

(أولاً) عند استهلاك القرض طويل الأجل من خلال شراء عقد تكوين أموال ، نجد أن المدين يسدد في أول كل سنة كل من القسط (د) والفائده الدورية لشركة تكوين الأموال ، حيث :

$$\text{القسط} = \text{د} = \frac{\text{أ}}{\overrightarrow{\text{جـ}}\,_{\overline{\text{ن}}|\bar{\text{ع}}\%}} = \frac{\text{أ} \times \bar{\text{ع}}}{(\text{١} + \bar{\text{ع}})^{\text{ن}} - \text{١}}$$

$$\text{مبلغ الفائدة الدورية} = \text{أ} \times \text{ع}$$

حيث $\bar{\text{ع}}$ يمثل معدل الفائدة الذي تستخدمه شركة تكوين الأموال لحساب أقساطها (د) .

(ثانياً) عند استهلاك القرض طويل الأجل من خلال طريقة القسط المتساوي من الأصل والفوائد معا :

* كيفية حساب القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً (د) :

(١) $\text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$

(٢) $\text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \left(\frac{\text{١}}{\overrightarrow{\text{جـ}}\,_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} + \text{ع} \right)$

(٣) $\text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{\text{١} - (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}}$

(٤) $\text{القسط المتساوي} = \text{د} = \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ف}_{\text{ن}}$

(٥) $\text{د} = \text{س}_{\text{ن}} (\text{١} + \text{ع})$

***الفوائد والإستهلاكات المستحقه عن كل فترة :**

∴ الفائدة المستحقة فى نهاية الفترة الأولى = $ف_1$ = أ × ع

∴ الإستهلاك الأول = $ك_1$ = د − $ف_1$

ويكون رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى = رصيد القرض فى أول الفترة الثانية

∴ رصيد القرض فى أول الفترة الثانية = أ − $ك_1$

∴ $ف_2$ = (أ − $ك_1$) × ع

∴ $ك_2$ = د − $ف_2$

.... وهكذا .

*** العلاقه بين الإستهلاكات :**

(١) قيمة الإستهلاك الأول = $ك_1$ = د − $ف_1$

$$= أ \times \left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right)$$

(٢) قيمة الإستهلاك الثانى = $ك_2$ = د − $ف_2$

∴ $ك_2 = ك_1 (١ + ع)$

* $ك_2 = ك_1 (١ + ع)$

.... وهكذا حتى :

∴ $ك_ن = ك_{(ن-١)} (١ + ع)$

(٣) ومن ناحية أخرى ، نجد أن :

∴ $ك_ن = ك_1 (١ + ع)^{(ن-١)}$

(٤) بالنسبة للعلاقه بين استهلاكين متتاليين ، نجد أن :

$$\frac{ك_3}{ك_2} = \frac{ك_1 (1+ع)^2}{ك_1 (1+ع)} = (1 + ع)$$

ومن هنا نجد أن :

١. أي إستهلاك = الإستهلاك السابق له مباشرةً × $(1 + ع)$

٢. الإستهلاك النونى = الإستهلاك الأول $(1 + ع)^{(ن-1)}$

٣. نسبة أي إستهلاك إلى الإستهلاك السابق له مباشرةً = $(1+ ع)$

***كيفية حساب أصل القرض :**

يمكن حساب أصل القرض بعدة دلالات ، ومن هذه الدلالات ما يلى :

(١) **بدلالة القسط [د] :**

∵ $أ = د \times {}^{د}\overline{ن|}_{ع\%}$

∴ أصل القرض = $أ = د \times \left(\frac{1-(1+ع)^{-ن}}{ع}\right)$

(٢) **القرض كمجموع للإستهلاكات :**

حيث نجد أن القرض = المجموع الجبري لجميع الإستهلاكات

∴ $أ = ك_1 + ك_2 + ك_3 + ك_4 + \ldots\ldots ك_ن$

(٣) **القرض كجملة دفعة عادية مبلغها الإستهلاك الأول :**

أصل القرض هو جملة دفعه عاديه مبلغها الإستهلاك الأول .

∴ أصل القرض = $ك_1 \times \overrightarrow{\overline{ن|}_{ع\%}}$

∴ أصل القرض = $أ = د \times \frac{ك_1\left[(1+ع)^ن-1\right]}{ع}$

***كيفية حساب رصيد القرض في نهاية (و) من الفترات :**

(١) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

∴ $أ_و$ = أصل القرض – مجموع الإستهلاكات حتى نهاية الفترة [و]

حيث :

مجموع الإستهلاكات حتى نهاية الفترة [و] =

$= ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤ + \cdots\cdots + ك_و$

(٢) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

= القرض – ($ك_١ \times \overrightarrow{جـ}_{\overline{و}|ع\%}$)

$$\therefore\ أ_و = أ - \frac{ك_١\left[(١+ع)^{و}-١\right]}{ع}$$

(٣) رصيد القرض فى نهاية [و] من الفترات =

= القسط المتساوي ($\overset{د}{}_{\overline{ن-و}|ع\%}$)

$$\therefore\ أ_و = د \times \left(\frac{١-(١+ع)^{-(ن-و)}}{ع}\right)$$

***حساب مجموع الفوائد التي يتحملها المدين :**

مجموع الفوائد التي يتحملها المدين =

= مجموع الأقساط – أصل القرض

= (قيمة القسط × عدد الأقساط) – أصل القرض

(ثالثاً) عند استهلاك القرض طويل الأجل من خلال طريقة القسط المتساوي من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الرصيد المتبقي :

$$\text{** الإستهلاك المتساوى} = \frac{\text{أصل الدين}}{\text{عدد الفترات (السنوات)}}$$

** مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}\left(\text{فائدة القرض عن فتره زمنيه + فائدة الإستهلاك عن فتره زمنيه}\right)$$

** مجموع المبالغ المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الأقساط}}{٢}\left(\text{القسط الأول + القسط الأخير}\right)$$

** يمكن إيجاد قيمة أى قسط من الأقساط المدفوعه خلال مدة القرض ، حيث يكون القسط الذى رتبته [ن] هو :

$د_{ن} = د_{١} - (ن - ١)$ فائدة الإستهلاك المتساوى.

تمارين على المبحث الرابع

(١) اقترضت احدى الشركات مبلغ ١٥٠٠٠٠ جنيه وتعهدت بسداده على عشرة أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً يدفع القسط في نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة قدره ٨٪ سنوياً والمطلوب :

تحـــديد قيمة القســـط المتســـاوي

تحـــديد الفائدة المستحقة على القرض في نهاية السنة السابعه

تحـــديد الأستهلاك الأخير .

(٢) إقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسداده على ستة أقساط من رأس المال والفوائد معاً ويدفع القسط كل ستة شهور وذلك بمعدل فائدة اسمي سنوي قدره ١٢٪ فاذا كانت الفوائد تضاف في نهاية كل نصف سنة ، والمطلوب :

أولاً : تحـــديد القسط المتساوي ،

ثانياً : تكوين جدول الاستهلاك .

(٣) اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسدادها على أثنتي عشر قســطاً متســـاوياً من رأس المال والفوائد معاً يدفع القسط في آخر كل شهر على أساس معدل فائدة مركبة مقداره ٦٪ سنويا على اساس اضافة الفوائد في نهاية كل شهر والمطلوب :

ايجاد القســـط المتســـاوي ،

رصيد القرض عقب سداد القســـط الســـادس مباشرة وذلك بطريقتين .

(٤) إقترض شخص مبلغ من النقود وتعهد بسداده على خمسة أقساط متساوية من رأس المال والفوائد معاً ، يُدفع القسط في آخر كل سنة .
فاذا علمت أن الاستهلاك الثاني بلغ ١٨٨٠٤,٠١ جنيه والثالث مبلغ ١٩٩٣٢,٢٥ جنيه فالمطلوب :

تحـــديد معدل الفائدة ،

تحـــديد أصل القرض ،

تحـــديد قيمة القســـط المتســـاوي بدون استخدام الجداول .

(٥) اقترض شـــخص مبلغ ٥٠٠٠ ريال وأتفق مع الدائن على أن يسدده على عشرة أقساط نصف سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً ، فأحسب مقدار القسط النصف ســنوي على أساس معدل فائدة اســمي سنوي ٨٪ يدفع على مرتين في السنة ثم احسب أيضاً جملــة الفوائــد الــتي يتحملها المــدين على القــرض كلـــه ، ثم صــور جدول الاستهلاك للقرض .

(٦) اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ ريال على أن يســـدد القرض على ٢٠ قسطاً سنوياً من الأصل والفوائد والمطلوب :

حساب القسط السنوي ،

مقدار الفوائد التي يدفعها المدين للدائن ،

عمـــل جدول الاستهلاك للسنوات الخمس الأولى من القرض ن

حساب الرصيد في بدأ السنة الرابعة بطريقة مستقلة عن الجدول علماً بأن معدل الفائدة السنوي ٥٪ .

(٧) اقترض شخص مبلغ ما وأتفق على أن يسدده على خمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا فاذا علم أن الاستهلاك الثالث ٣٩٩٠,٥٠ جنيه والاستهلاك الثاني ٣٨٠٠,٤٧ جنيه فاحسب :

(١) معدل الفائدة ،

(٢) أصل القرض ،

(٣) مجموع الفوائد التي يسددها المدين وذلك بدون الرجوع الى الجداول المالية .

(٨) اقترضت أحدي الشركات مبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيه وتعهدت بسداد هذا المبلغ على أربعة أقساط متساوية من أصل القرض بحيث يدفع القسط آخر كل عام على أن تقوم بسداد الفوائد المستحقة على رصيد القرض في آخر كل عام بمعدل قدره ٨٪ والمطلوب :

أولاً : حساب جملة الفوائد التي تحملتها الشركة ،

ثانياً : تصوير جدول الاستهلاك .

(٩) اقترضت أحدي الشركات مبلغ ٨٠٠٠٠ جنيه وتعهدت بسداد القرض على أربعة أقساط متساوية من أصل القرض على أن تدفع الفوائد المستحقة على أرصدته في نهاية كل سنة ، والمطلوب ايجاد مجموع الفوائد التي تحملتها الشركة واعداد جدول استهلاك القرض اذا كانت الفوائد تحسب بمعدل ٩٪ .

(١٠) أوجد مجموع الفوائد التي تتحملها الشركة في التمرين السابق اذا تم السداد على أساس القسط المتساوي من رأس المال والفوائد معاً . وأعد جدول استهلاك القرض .

(١١) اقترض شـــخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمدة ٢٠ سنة وأتفق مع الدائن على أن يســـدد له الدين على ٢٠ قسـطاً سنوياً متساوياً من الأصل مع دفع فوائد الأرصدة بصفة دورية كل سنة والمطلوب حساب مجموع الفوائد التي يدفعها طول مدة العقد علماً بأن معدل الفائدة ٧٪ .

(١٢) اذا كانت مدة القرض في التمرين السابق ٤ سنوات فقط فما هو مقدار الفوائد ، صور جدول الاستهلاك لهذا القرض .

(١٣) اذا أراد المدين في التمـــرين السابق أن يسدد قســـطاً متســـاوياً من الأصل والفوائد معاً ، فما مقدار هذا القسط وما مقدار الفوائد التي يدفعها ؟ صور جدول الاستهلاك .

(١٤) قرض يُستهلك على ٣ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، يُدفع كـل مـنها فـي نهايـة كل سنة على أساس معدل فائدة مركبة ١١٪ ، وبالرجوع إلى جدول الإستهلاك وجدنا أن الفرق بين الإستهلاكين الثالث والثانـي يبلغ ٣٩,٢١ جنيه ، والمطلوب بدون استخدام أية جداول أوجد كـلاً مـن أصـل القرض ، ومعدل الفائدة ، ومجموع الفوائد التى تحملها المقترض ؟٠

(١٥) إقترضـت إحدى الشركات مبلغاً معيناً من بنك مصر ، على أن تسدده علـى ١٠ أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً ، فإذا علمت أن القسط المتســاوي من الأصل والفوائد معاً إذا تم سداده في بداية كل سنه يكون ٥٣٢,٢٥ جنيه ، بينما يكون القسط ٥٦٩,٥١ جنيه إذا تم سداد الأقساط فـي نهايـة كل سنة ٠ والمطلوب بدون استخدام أية جداول أوجد كلاً من أصل القرض ، ومجموع الفوائد التى تحملها المقترض ؟ ٠

المبحث الخامس

إهلاك الأصول الثابته

Depreciation of Fixed Assets

مقدمه :

الأصول الثابتــة *Fixed Assets* هى إصــول تقتنيها المنشــأة بقصد المساعدة فى العملية الأنتاجية لا بقصد البيع أو الإتجــار فيهــا ، مثل المبــاني والعـدد والآلات والســيارات وقاطــرات السـكك الحـديدية وغــيرهــا .

ونظراً لأن هذه الأصــول تفقــد قيمتها أو كــثيراً من قيمتها كلما طــالت مــدة إســتخدامها أو تشــغيلها بالرغم مما يتبــع من وســائل فنيــة لصيــانتها والمحافظــة عليها ، فإنه بطبيعــة الحــال يتبــع ذلك تنــاقص في قيمــة رأس المــال المســتثمر في هــذه الأصــول .

وبنــاءاً على ذلك نجــد أن المنشــآت الصناعيــة والتجاريــة والزراعيــة وغيرها تحتجز في نهايــة كل مدة (عادة آخر كل سنة) جزءاً من ايرادهــا (أرباحهــا) بقصــد تكوين مبالغ تستخدمها في شراء أصــول جديــدة بــدلا من الأصول القديمة التي تصبح غير قابلة للاستعمال بسبب التلف أو البلى أو بسبب ظهور مخترعات حديثة أفضـــل من حيث الانتاج والاستغلال . ويسمى المبلغ المحجوز لهذا الغرض في آخر كل وحدة زمن (بالاستهلاك) كما يسمى مجمــوع هــذه المبالــغ في أى وقت (باحتياطي الاستهلاك أو الاستبدال أو مخصص الاستهلاك) .

ويعرف المحاسبون الاستهلاك بأنه النقص التدريجي الذي يصيب الأصل بسبب الاستعمال ومضي المدة ٠ ويهتم المحاسبون بتقدير قيمة الاستهلاك السنوي بهدف تكوين مخصص لمواجهة هذا الاستهلاك ، وحتى يتمكن المشروع من تعويض الأصل الذي يتم استهلاكه عندما يبلغ السن الافتراضي ويصبح غير صالح للاستعمال .

وعلى ذلك فان القيمة الدفترية لأى من الأصـــول في أى وقت من الأوقـــات معناها القيمة الاصلية للأصل مطروحـــا منها مخصص الاستهلاك ويلاحظ أن المحاسبون يطلقون على الاستهلاك كلمة الاهلاك وكذلك يطلقون كلمة مخصص الاهلاك بدلا من مخصص الاستهلاك وسوف نستخدم كلا من اللفظين في هذا الفصل .

ويلاحظ أن بعض الأصول المستهلكة يكون لها في نهاية المدة قيمة تباع بها وتسمى قيمة النفايـــة أو الخـــردة . والفرق بين تكلفة الأصـــل وقيمة النفاية تمثل قيمة الاســـتهلاك الكلي للأصـــل ٠

ويجب ملاحظة أن بعض الأصول يكون لها قيمة نفاية (أو خرده) فى نهاية العمر الإنتاجى ٠ ويكون الفرق بين القيمة الأصلية للأصل وقيمة الخردة يمثل قيمة الإستهلاك الكلي للأصل ٠

ولدراسة موضوع إهلاك الأصول الثابتة من وجهة النظر الرياضية نستخدم الرموز والتعاريف التالية :

- ج : تمثل تكلفة الأصل Original Cost ٠
- س : قيمة النفاية أو الخردة rap or Salvage or Resiclual Values
- م : مخصص الإهلاك السنوي Wearing Value of Asser

• ن : العمر الإنتاجي للأصل Useful Life ٠

• ق : القيمة الدفترية للأصل rrizing Value or Book Value

ويُستخدم مخصص الإهلاك لمقابلة استهلاك الأصل بحيث يتمكن المشروع من تعويض الأصل الهالك (القديم) بأصل آخر جديد ٠ وعلى ذلك فإن القيمة الدفترية للأصل فى أي وقت تعني :

القيمة الأصلية للأصل – مخصص الإهلاك

وتوجد عدة طرق لإستهلاك الأصول الثابته ، ومن هذه الطرق :

١- طريقة الخط المستقيم ٠

٢- طريقة النسبة الثابتة من رصيد الأصل آخر كل مده ٠

٣- طريقة النسبة المتناقصة من القيمة المطلوب استهلاكها ٠

٤- طريقة مخصص الإهلاك المستثمر ٠

وفي هذا المبحث نلقي الضوء على طرق إستهلاك الأصول الثابتة بشئ من التفصيل على النحو التالي :

طريقة الخط المستقيم : *Straight Line Method*

وفي هذه الطريقة يتم تحديد القيمة المراد إستهلاكها من الأصل على أساس قيمة الأصل مطروحا منها قيمة النفاية ، ثم يتم تقسيم هذه القيمة على سنوات العمر الانتاجي للأصل وبالتالي نحصل على قيمة الاستهلاك السنوي على النحو التالي :

الاستهلاك الكلى (ك) = تكلفة الاصل – النفاية

∴ ك = ج – س

وبالتالي يكون الاستهلاك السنوي (إذا كانت ن بالسنوات) =

$$= \frac{١}{ن} (ج - س)$$

وفيما يلي أمثلة توضيحية على معالجة استهلاك الأصول الثابتة وفقاً لطريقة الخط المستقيم .

مثال (١)

آلة تبلغ تكلفتها ٢٥٠٠٠ جنيه ويُقدر عمرها الانتاجى بـ ١٥ سنة ويقدر الخبراء بإمكان بيعها كنفاية بعد انتهاء عمرها الانتاجى بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه ، والمطلوب اذا كانت الطريقة المتبعة في معالجة إهلاك الأصول الثابتة هى طريقة الخط المستقيم :

(١) حساب ما يمكن تخصيصة سنويا للإستهلاك .

(٢) حساب المعدل المئوي للإستهلاك .

(٣) حساب الرصيد الدفتري للآلة في أول السنة الرابعة.

الحــل :

من واقع بيانات هذا المثال يتضح أن :

ج = ٢٥٠٠٠ جنيه

س = ٣٠٠٠ جنيه

ن = ١٥ سنة

(١) مخصص الإستهلاك السنوي :

$$م = \frac{١}{ن} (ج - س)$$

$$= \frac{١}{١٥} (٢٥٠٠٠ - ٣٠٠٠)$$

$$= \frac{٢٢٠٠٠}{١٥} = ١٤٦٦,٦٧ \text{ جنيه}$$

(٢) المعدل المئوي للإستهلاك :

$$= \frac{م}{ج} \% = \frac{١٤٦٦,٦٧}{٢٥٠٠٠} \% = ٥,٨٧ \%$$

(٣) الرصيد الدفتري للآلة في أول السنة الرابعة

= الرصيد في نهاية السنة الثالثة

= التكلفة الأصلية للآلة – مجموع الإستهلاكات الثلاث

= ج – مجموع الإستهلاكات الثلاث

= ٢٥٠٠٠ – (١٤٦٦,٦٧ × ٣)

= ٢٥٠٠٠ – ٤٤٠٠,٠١

= ٢٠٥٩٩,٩٩ جنيه.

ملحوظه :

رصيد الأصل في بداية أي فتره = رصيد الأصل آخر الفتره السابقه

مثال (٢)

في المثال السابق المطلوب تصوير جدول إستهلاك الأصل إذا فرض أن العمر الإنتاجي للآلة هو ٥ سوات فقط ؟

الحــل :

$$\because م = \frac{١}{ن} (ج - س)$$

$$\therefore م = \frac{١}{٥} (٢٥٠٠٠ - ٣٠٠٠)$$

$$= \frac{٢٢٠٠٠}{٥} = ٤٤٠٠ \text{ جنيه }.$$

ويكون جدول الإستهلاك على النحو التالي :

جدول إستهلاك الأصــــل

الفترة الزمنية	قيمة الأصل أول الفترة	الإستهلاك لكل فترة	مجموع الإســـتهلاك	قيمة الأصل آخر الفترة
١	٢٥٠٠٠	٤٤٠٠	٤٤٠٠	٢٠٦٠٠
٢	٢٠٦٠٠	٤٤٠٠	٨٨٠٠	١٦٢٠٠
٣	١٦٢٠٠	٤٤٠٠	١٣٢٠٠	١١٨٠٠
٤	١١٨٠٠	٤٤٠٠	١٧٦٠٠	٧٤٠٠
٥	٧٤٠٠	٤٤٠٠	٢٢٠٠٠	٣٠٠٠

ونلاحظ أن هذه الطريقة تعتبر أن الاستهلاك يتم بقيمة ثابتة طوال مدة العمر الانتاجي للأصل كما أن مخصص الاستهلاك لا يستثمر على الإطلاق ، وهذا ما يعيب هذه الطريقه من طرق إستهلاك الأصول الثابته مما يجعلها غير عمليه .

طريقة الاستهلاك على أساس النسبة الثابتة من القيمة الدفترية :

**** *Fixed Rate Method***

وبمقتضى هذه الطريقة يتم حساب نصيب كل فترة زمنية في حساب الاستهلاك كنسبة ثابتة من القيمة الدفترية في نهاية الفترة الزمنية السابقة ، ويحدد قسط الاستهلاك في نهاية كل فترة زمنية كما يلي :

بفرض أن النسبة الثابتة من الإستهلاك هي [ل] ، فيكون :

☒ الفترة الزمنيــة الأولى :

قسط الاهلاك في نهاية الفترة الأولى = تكلفة الأصل × النسبة الثابتة

= ج × ل = ج ل

∴القيمة الدفترية في نهاية الفترة الزمنية الأولى = ج - ج ل

= ج (١- ل)

وهي تمثل القيمة الدفترية للأصل في بداية الفترة الثانية ٠

☒ الفترة الزمنيــة الثانية :

قسط الاهــلاك في نهاية الفترة الزمنية الثانية = ج (١- ل) × ل

∴القيمة الدفترية في نهاية الفترة الزمنية الثانية =

= ج (١- ل) - [ل × ج (١- ل)]

= ج (١- ل) (١- ل) = ج (١- ل)^{٢}

☒ الفترة الزمنيــة الثالثه :

الاهــلاك في نهاية الفترة الزمنية الثالثة :

= ج (١- ل)^{٢} × ل

∴ القيمة الدفترية في نهاية الفترة الزمنية الثالثة = ج (١ - ل)^{٣}

وهكذا حتى نجد أن :

القيمة الدفترية في نهاية الفترة الزمنية (ن- ١)

$= ج \times (١ - ل)^{ن-١}$

وقسط الاهـــلاك في نهاية الفترة الزمنية [ن]

$= ل \times ج (١ - ل)^{ن-١}$

وعلى ذلك نجد أن قيمة الأصل الدفترية في نهاية الفترة الزمنية [ن] هي :

$= ج (١ - ل)^{ن}$

وهذه القيمـــة تهمنا نظـــراً لأن هـــذه القيمـــة لابد وأن تعادل قيمة النفاية أو الخردة [س] أى أن :

$\therefore ج (١ - ل)^{ن} = س$

$\therefore (١ - ل)^{ن} = \frac{س}{ج}$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين :

$\therefore ن لو (١ - ل) = لو (س) - لو (ج)$

$\therefore لو (١ - ل) = \frac{لو س - لو ج}{ن}$

ومن هذه العلاقة الأخيرة يمكننا الحصول على النسبة الثابتة للإستهلاك من القيمة الدفترية للأصل والتي رمزنا لها بالرمز (ل) ، ومن خلال هذه النسبة يمكن حساب قسط الاهـــلاك اللازم في نهاية كل فترة زمنية وفقاً لهذه الطريقة من طرق استهلاك الأصول الثابته.

وفيما يلي أمثلة تطبيقية على طريقة النسبة الثابتة من الإستهلاك في معالجة إهلاك الأصول الثابتة .

مثال (٣)

آلة طباعة بكلية التجاره قيمتها ٥٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة الآله في نهاية عمـره الانتـاجي بمبلـغ ٤٠٠٠ جنيه ، والمطلوب تحديد نسبة الاهـلاك السنوي وذلك بفرض أن الاستهلاك يتم على أساس النسبة الثابتة من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة وذلك على فرض أن العمر الانتاجي للآله يبلغ عشرة أعوام ؟ .

الحـل :

قيمة الأصل = ج = ٥٠٠٠٠ جنيه ، قيمة النفايه = س = ٤٠٠٠ جنيه

العمر الإنتاجي للأصل = ن = ١٠ سنوات

نفرض أن النسبة الثابتة من الإستهلاك = ل

$$\because \text{لو} (١ - ل) = \frac{\text{لو س} - \text{لو ج}}{ن}$$

$$\therefore \text{لو} (١ - ل) = \frac{\text{لو } ٤٠٠٠ - \text{لو } ٥٠٠٠٠}{١٠}$$

$$= \frac{٣,٦٠٢٠٦ - ٤,٦٩٨٩٧}{١٠} = - ٠,١٠٩٦٩١٠٠١$$

$$\therefore ١ - ل = ٠,٧٧٧$$

$$\therefore ل = ١ - ٠,٧٧٧ = ٠,٢٢٣$$

$\therefore$ نسبة الإستهلاك = ل = ٠,٢٢٣ = ٢٢,٣ ٪

<u>أو بطريقة أخرى :</u>

$$ل = ١ - \left(\frac{س}{ج}\right)^{\frac{١}{ن}} = ١ - \left(\frac{٤٠٠٠}{٥٠٠٠٠}\right)^{\frac{١}{١٠}} = ٠,٢٢٣$$

أى أن الاهلاك يتم بمعدل قدره ٢٢,٣ ٪ من قيمة الآله في نهاية السنة السابقة

مثال (٤)

أصل قيمته ١٠٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة الأصل في نهاية عمره الانتاجي بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ، و بفرض أن الاستهلاك يتم على أساس النسبة الثابتة من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة و على فرض أن العمر الانتاجي لهذا الاصل يبلغ خمسة أعوام ، المطلوب :

(١) تحديد نسبة الاهلاك السنوي .

(٢) تصوير جدول إستهلاك الأصل .

الحل :

ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه   س = ٥٠٠٠ جنيه   ، ن = ٥ سنوات

نفرض أن النسبة الثابتة من الإستهلاك = ل

$$\therefore \text{لو } (١ - \text{ل}) = \frac{\text{لو س} - \text{لو ج}}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{لو } (١ - \text{ل}) = \frac{\text{لو } ٥٠٠٠ - \text{لو } ١٠٠٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{٣,٦٩٨٩٧ - ٥,٠٠}{٥}$$

$$\therefore \text{لو } (١ - \text{ل}) = - ٠,٢٦٠٢٠٥٩٩٩$$

ومن جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات (أو بالآلة الحاسبة) نجد أن :

$$\therefore ١ - \text{ل} = ٠,٥٤٩٣$$

$$\therefore \text{نسبة الإستهلاك} = \text{ل} = ٠,٤٥٠٧$$

$$= ٤٥,٠٧ \%$$

أى أن الاهلاك يتم بمعدل قدره ٤٥,٠٧ ٪ من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة ويمكن تحقيق ذلك عملياً على النحو التالي :

☒ قيمة الأصل في بداية السنة الأولى = ١٠٠٠٠٠ جنيه

☒ الاهلاك في نهاية السنة الأولى

= ١٠٠٠٠٠ × ٠,٤٥٠٧ = ٤٥٠٧٠ جنيه

☒ قيمة الأصل في نهاية السنة الأولى

= ١٠٠٠٠٠ − ٤٥٠٧٠ = ٥٤٩٣٠ جنيه

☒ الإهلاك في نهاية السنة الثانية

=٥٤٩٣٠ × ٠,٤٥٠٧ = ٢٤٧٥٦,٩٥١ جنيه

☒ قيمة الأصل في نهاية السنة الثانية

= ٥٤٩٣٠ − ٢٤٧٥٦,٩٥ = ٣٠١٧٣,٠٤٩ جنيه

☒ الإهلاك في نهاية السنة الثالثة

= ٣٠١٧٣,٠٤٩ × ٠,٤٥٠٧ = ١٣٥٩٨,٩٩٣ جنيه

☒ قيمة الاصل في نهاية السنة الثالثة

= ٣٠١٧٣,٠٤٩ − ١٣٥٩٨,٩٩٣ = ١٦٥٧٤,٠٥٦ جنيه

☒ الإهلاك في نهاية السنة الرابعة

= ١٦٥٧٤,٠٥٦ × ٠,٤٥٠٧ = ٧٤٦٩,٩٣ جنيه

☒ قيمة الاصل في نهاية السنة الرابعة

= ١٦٥٧٤,٠٥٦ − ٧٤٦٩,٩٣ = ٩١٠٤,١٢٩ جنيه

☒ الإهلاك في نهاية السنة الخامسة

= ٩١٠٤,١٢٩ × ٠,٤٥٠٧ = ٤١٠٣,٢٣١جنيه

☒ قيمة الاصل في نهاية السنة الخامسة

= ٩١٠٤,١٢٩ − ٤١٠٣,٢٣١ =٥٠٠٠,٨٩٨ جنيه

وهذه القيمة تبلغ في الواقع ٥٠٠٠ جنيه والفروق ناتجة عن التقريب ، وعلى ذلك يكون جدول الاستهلاك على النحو التالي :-

جدول إستهلاك الأصـــــل

الفترة الزمنية	قيمة الأصل أول الفترة	قيمة الإهلاك في نهاية الفترة	قيمة الأصل آخر الفترة
الأولى	١٠٠٠٠٠,٠٠	٤٥٠٧٠,٠٠٠	٥٤٩٣٠,٠٠٠
الثانية	٥٤٩٣٠,٠٠٠	٢٤٧٥٦,٩٥١	٣٠١٧٣,٠٤٩
الثالثة	٣٠١٧٣,٠٤٩	١٣٥٩٨,٩٩٣	١٦٥٧٤,٠٥٦
الرابعة	١٦٥٧٤,٠٥٦	٧٤٦٩,٩٣٠	٩١٠٤,١٢٩٠
الخامسة	٩١٠٤,١٢٩	٤١٠٣,٢٣١	٥٠٠٠,٠٠٠٠
مجمع الإهلاك		٩٥٠٠٠	

ومن هذا الجدول نجد أن :

مجمع الإهلاك = القيمه الهالكه = ج – س

= ١٠٠٠٠٠ – ٥٠٠٠

= ٩٥٠٠٠ جنيه

طريقة النسبة المتناقصة من القيمة المطلوب إستهلاكها:

Declining Balance Method :

من العرض السابق يتبين لنا أن طريقة النسبة الثابتة تؤدي الى تحميل الفترات الزمنية المختلفة بنسبة ثابتة لحساب الاســتهلاكات بينما الطريقة الأولى تؤدي الى تحميل الفترات الزمنية المختلفة بمبلغ ثابت ، والحقيقة أن كلا من الطريقتين يؤدي الى توزيع غير عادل بتكلفة الأصول الثابتة على الفترات الزمنية المختلفة وأن كانت الطريقة الثانية أفضل من الطريقة الأولى ولكن يعيب الطريقة الثانية أنها تحتاج الى عمليات حسابية معقدة نسبياً

ولهذا فأن الطريقة الثالثة وهي طريقة النسبة المتناقصة من القيمة المطلوب إستهلاكها تقوم على مبدأ تحميل السنوات المختلفة بأعباء متناقصة مع مرور الزمن ولكنها تتميز بأن نسبة الاهــلاك يتم حسابها بطريقة مبسطة كما يلي :

بفرض أن :

العمر الأنتاجي للأصل = ن

قيمة النفاية (الخردة) = س

والقيمة الأصلية للأصل = ج ، يكون :

القيمة المطلوب استهلاكها = ج – س

فان نسبة الاهــلاك التي تتحملها كل سنة يعبر عنها بكسر اعتيادي بحيث يكون :

☒ مقامه هــو مجمــوع المتواليــة العددية ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ن .

$= \frac{ن}{٢} (١ + ن)$

☒ وبسطه = ن للفترة الأولى ، و (ن-١) للفترة الثانية ،(ن-٢) للفترة الثالثة ، وهكذا حـــتى الفترة الأخـــيرة يكون بسط الكسر = ١.

وعلى هذا تكون نسب الاستهلاك كما يلي :

** في نهاية الفترة الأولى ، يكون :

$$\text{نسبة الإستهلاك} = \frac{\text{ن}}{\text{مجموع المتوالية}}$$

** في نهاية الفترة الثانية ، يكون :

$$\text{نسبة الإستهلاك} = \frac{\text{ن}-١}{\text{مجموع المتوالية}}$$

** في نهاية الفترة الثالثة ، يكون :

$$\text{نسبة الإستهلاك} = \frac{\text{ن}-٢}{\text{مجموع المتوالية}}$$

وهكذا يكون الحال بالنسبة لبقية الفترات ، وحتى الفترة الأخيرة ، حيث :

** في نهاية الفترة الأخيرة ، يكون :

$$\text{نسبة الإستهلاك} = \frac{١}{\text{مجموع المتوالية}}$$

مثال (٥)

آلــة قيمتهــا ٥٠٠٠٠ جنيه يقدر الخبراء عمرها الأنتاجي بسبع سنوات تباع بعدها كخردة بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ، والمطلوب تحـديد الاســتهلاك السنوي واعداد جدول الاســتهلاك وذلك بطريقة النســب المتناقصة من القيمة المطلوب استهلاكها ؟.

الحـــل :

* قيمة الأصل = ج = ٥٠٠٠٠ جنيه ،

* قيمة النفاية = س = ٥٠٠٠ جنيه

∴ القيمة المطلوب استهلاكها = ٥٠٠٠٠ – ٥٠٠٠ = ٤٥٠٠٠ جنيه

* عدد السنوات = ن = ٧ سنوات

∴ مقام النسب = $\frac{ن}{٢}$ (١ + ن)

= $\frac{٧}{٢}$ (١ + ٧) = ٢٨

∴ نسبة إستهلاك السنة الأولى = $\frac{٧}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الثانيه = $\frac{٦}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الثالثه = $\frac{٥}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الرابعه = $\frac{٤}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الخامسه = $\frac{٣}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة السادسه = $\frac{٢}{٢٨}$

∴ نسبة إستهلاك السنة السابعه = $\frac{١}{٢٨}$

ويكون :إستهلاك أي سنة = القيمة المطلوب استهلاكها × نسبة إهلاك السنة

وعلى هذا نجد أن الاستهلاك للسنوات المختلفة هو :

إستهلاك السنة الأولى = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٧}{٢٨}$ = ١١٢٥٠ جنيه

إستهلاك السنة الثانية = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٦}{٢٨}$ = ٩٦٤٢,٨٦ جنيه

إستهلاك السنة الثالثة = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٥}{٢٨}$ = ٨٠٣٥,٧١ جنيه

إستهلاك السنة الرابعة = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٤}{٢٨}$ = ٦٤٢٨,٥٧ جنيه

إستهلاك السنة الخامسة = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٣}{٢٨}$ = ٤٨٢١,٤٣ جنيه

إستهلاك السنة السادسة = ٤٥٠٠٠ × $\frac{٢}{٢٨}$ = ٣٢١٤,٢٩ جنيه

إستهلاك السنة السابعة = ٤٥٠٠٠ × $\frac{١}{٢٨}$ = ١٦٠٧,١٤ جنيه

جدول إستهلاك الأصـــل

الفترة الزمنية	نسبة الإهلاك	قيمة الأصل أول الفترة	قيمة الإهلاك في نهاية الفترة	مجموع الإهلاك آخر الفترة
الأولى	$\frac{٧}{٢٨}$	٥٠٠٠٠,٠٠	١١٢٥٠,٠٠	١١٢٥٠,٠٠
الثانية	$\frac{٦}{٢٨}$	٣٨٧٥٠,٠٠	٩٦٤٢,٨٦	٢٠٨٩٢,٨٦
الثالثة	$\frac{٥}{٢٨}$	٢٩١٠٧,١٤	٨٠٣٥,٧١	٢٨٩٢٨,٥٧
الرابعة	$\frac{٤}{٢٨}$	٢١٠٧١,٤٣	٦٤٢٨,٥٧	٣٥٣٥٧,١٤
الخامسة	$\frac{٣}{٢٨}$	١٤٦٢٤,٨٦	٤٨٢١,٤٣	٤٠١٧٨,٥٧
السادسة	$\frac{٢}{٢٨}$	٩٨٢١,٤٣	٣٢١٤,٢٩	٤٣٣٩٢,٨٦
السابعة	$\frac{١}{٢٨}$	٦٦٠٧,١٤	١٦٠٧,١٤	٤٥٠٠٠

طريقة مخصص الاستهلاك المستثمر :

تتميز هذه الطريقة بتساوي مخصصات الاهلاك مع استثمارها فضلا عن بقاء قيمة الأصـــل ثابتة في الدفاتر طول عمره الانتاجي •

وطبقاً لطريقة مخصص الإهلاك المستثمر يتم حجز مبلغ ثابت من الأرباح فى نهاية كل سنة من سنوات العمر الإنتاجي للأصل ، وبالتالى استثمار هذه المبالغ في أحد المصارف التجارية طبقاً لمعدل الإستثمار السائد في السوق أو فى أي من القنوات الإستثمارية ، بحيث تكون جملة هذه المبالغ المتساوية تعادل القيمة الهالكة من الأصل فى نهاية عمره الإنتاجي •

وعلى ذلك ، يكون :

جملة مخصص الإهلاك = القيمة الهالكة

∴ جملة مخصص الإهلاك = قيمة الأصل – قيمة الخردة

$$\therefore م \times \overrightarrow{س}_{\overline{ن}|ع\%} = ج - س$$

$$\therefore \text{مخصص الإهلاك} = م = (ج - س)\ \frac{1}{\overrightarrow{جـ}_{\overline{ن}|ع\%}}$$

أي أن :

$$\therefore م = (ج - س)\left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع\right)$$

أو :

$$\therefore م = (ج - س)\left(\frac{ع}{(1+ع)^{ن} - 1}\right)$$

مثال (٦)

أصل ثابت قيمته الأصليه ٢٢٥٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن مثل هذه الأصول تصلح للعمل لمدة ٤ سنوات بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ٢٥٠٠ جنيه ، ويفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت ، وتصوير جدول استهلاك الأصل ؟.

الحـــل :

ج = ٢٢٥٠٠ جنيه ، س =٢٥٠٠ جنيه ، ن =٤ سنوات ، ع = ٨ ٪

أولاً : حساب قسط الإستهلاك الثابت :

$$\therefore \text{م} = (\text{ج} - \text{س})\left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1}\right)$$

$$\therefore \text{م} = (22500 - 2500)\left(\frac{0.08}{(1+0.08)^{4} - 1}\right) = 4438.42 \text{ جنيه.}$$

ثانياً : جدول استهلاك الأصل :

رقم الفترة	رصيد أول الفتره	احتياطى الإستهلاك أول الفترة	الفائدة آخر الفترة	قسط الإستهلاك أول الفترة	مجمع الإهلاك	رصيد آخر الفترة
١	٢٢٥٠٠	ــــــ	ــــــ	٤٤٣٨,٤٢	٤٤٣٨,٤٢	١٨٠٦١,٥٨
٢	١٨٠٦١,٥٨	٤٤٣٨,٤٢	٣٥٥,٠٧	٤٤٣٨,٤٢	٩٢٣١,٩١	١٣٢٦٨,٠٩
٣	١٣٢٦٨,٠٩	٩٢٣١,٩١	٧٣٨,٥٥	٤٤٣٨,٤٢	١٤٤٠٨,٨٨	١٣٢٦٨,٠٩
٤	١٣٢٦٨,٠٩	١٤٤٠٨,٨٨	١٠٥٢,٧١	٤٤٣٨,٤٢	٢٠٠٠٠	٢٥٠٠
			٢١٤٦,٣٣	١٧٧٥٣,٦٨		

ملاحظات على جدول الإستهلاك :

- بيانات الخانة الثانية تمثل رصيد الأصل أول كل فترة ، حيث يبدأ بقيمة الأصل كلها عند السنة الأولى ، وبعد ذلك تمثل رصيد آخر السنة السابقة
- بيانات الخانة الثالثة تمثل إحتياطي الإستهلاك أول كل سنة ، وفى السنة الأولى لم يكن الإحتياطي قد تكون ، وبعد ذلك يتمثل فى مجمع إهلاك السنة السابقه مباشرةً ٠
- بيانات الخانة الرابعة تمثل الفائده آخر كل سنة ، حيث :

  فائدة آخر السنة = إحتياطي الإستهلاك أول السنة × معدل الفائدة
- بيانات الخانة الخامسة تمثل قسط الإستهلاك السنوي المتساوي ٠
- بيانات الخانة السادسة وتمثل مجمع الإهلاك ، ويتم حساب مجمع إهلاك السنه بجمع (القسط المتساوي + الفائده + إحتياطي الإستهلاك) ٠
- بيانات الخانة السابعة تمثل رصيد الأصل آخر السنة ، ويتم حساب رصيد آخر السنةعلى أنه = قيمة الأصل – مجمع إهلاك السنة ٠

تقدير القيمة الدفترية للأصل بعد عدد من السنوات :

طبقاً لطريقة مخصص الإهلاك المستثمر يمكن تقدير القيمة الدفترية للأصل بعد مرور عدد معين من الفترات الزمنية (وليكن بعد [و] من الفترات) ٠

حيث أنه بعد مرور [و] من الفترات الزمنية يكون مجمع الإهلاك متمثلاً فى جملة دفعة عادية مبلغها هو قسط الإستهلاك المتساوي [م] ومدتها [و] من الفترات الزمنية ٠

وبالتالى يكون مجمع الإهلاك في نهاية و من الفترات الزمنية هو :

$$= م \times \overrightarrow{ج}_{\overline{و}|ع\%}$$

$$= \frac{م\left[(١+ع)^{و} - ١\right]}{ع}$$

وتكون القيمة الدفترية للأصل في نهاية و من الفترات الزمنية =

= قيمة الأصل – مجمع الإهلاك في نهاية و من الفترات

$$= ج - \left[م \times \overrightarrow{ج}_{\overline{و}|ع\%}\right]$$

$$\therefore ق = ج - \left\{\frac{م\left[(١+ع)^{و} - ١\right]}{ع}\right\}$$

مثال (٧)

أصل ثابت قيمته الأصليه ٢٦٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن مثل هذا النوع من الأصول يصلح للعمل لمدة ١٠ سنوات بعدها يمكن بيعه كخرده بمبلغ ١٠٠٠ جنيه ، ويفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٧,٥ ٪ سنوياً .

المطلوب :

١- حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت ؟.

٢- حساب مجمع إهلاك الأصل فى أول السنة السادسة من تاريخ الشراء ؟.

٣- تقدير القيمة الدفترية للأصل فى أول السنة السابعه ؟.

٤- تقدير القيمة الدفترية للأصل فى أول السنة الثامنة ؟.

الحـل :

ج = ٢٦٠٠٠ جنيه ،　　النفاية = س = ١٠٠٠ جنيه ،

ن = ١٠ سنوات ،　　ع = ٧,٥ ٪ سنوي

أولاً : حساب قسط الإستهلاك الثابت :

$$\because \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1} \right)$$

$$\therefore \text{م} = (٢٦٠٠٠ - ١٠٠٠) \left(\frac{٠,٠٧٥}{(1+٠,٠٧٥)^{١٠} - 1} \right)$$

$$= ٢٥٠٠٠ \times ٠,٠٧٠٦٨٥٩$$

= ١٧٦٧,١٤٨ جنيه .

ثانياً : مجمع الإهلاك فى أول السنة السادسة

= مجمع الإهلاك فى آخر السنة الخامسة

ومن هنا :

و = ٥　　،　　م = ١٧٦٧,١٤٨　　، ع = ٧,٥٪ سنوي

∵ مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

$$= \text{م} \times \overrightarrow{\text{و}|}\text{ع}\%$$

$$= \frac{\text{م}\left[(1+\text{ع})^{\text{و}} - 1\right]}{\text{ع}}$$

∴ مجمع الإهلاك فى نهاية السنة الخامسة

$$= \frac{١٧٦٧,١٤٨\left[(1+٠,٠٧٥)^{٥} - 1\right]}{٠,٠٧٥}$$

= ١٧٦٧,١٤٨ × ٥,٨٠٨٣٩١ = ١٠٢٦٤,٢٨٧ جنيه

ثالثاً : <u>القيمة الدفترية للأصل في أول السنة السابعه</u>

= القيمة الدفترية للأصل في آخر السنة السادسه

وحيث أن قيمة الأصل فى نهاية الفترة (و) = ق =

$$= \text{ج} - [\text{م} \times \overrightarrow{\text{و}|\text{ع}\%}]$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} - \left\{ \frac{\text{م}\left[(1+\text{ع})^{\text{و}} - 1\right]}{\text{ع}} \right\}$$

حيث :

و = ٦ سنوات م = ١٧٦٧,١٤٨ ع = ٧,٥٪ سنوي

$$\therefore \text{ق} = ٢٦٠٠٠ - \left\{ \frac{١٧٦٧,١٤٨\left[(١+٠,٠٧٥)^{٦} - ١\right]}{٠,٠٧٥} \right\}$$

= ٢٦٠٠٠ – (١٧٦٧,١٤٨ × ٧,٢٤٤) = ١٣١٩٨,٧٤ جنيه .

رابعاً : <u>القيمة الدفترية للأصل في أول السنة الثامنة</u>

= القيمة الدفترية للأصل في آخر السنة السابعة

وحيث أن قيمة الأصل فى نهاية الفترة (و) = ق =

$$= \text{ج} - [\text{م} \times \overrightarrow{\text{و}|\text{ع}\%}]$$

$$\therefore \text{ق} = \text{ج} - \left\{ \frac{\text{م}\left[(1+\text{ع})^{\text{و}} - 1\right]}{\text{ع}} \right\}$$

حيث :

و = ٧ سنوات م = ١٧٦٧,١٤٨ ع = ٧,٥٪ سنوي

$$\therefore \text{ق} = ٢٦٠٠٠ - \left\{ \frac{١٧٦٧,١٤٨\left[(١+٠,٠٧٥)^{٧} - ١\right]}{٠,٠٧٥} \right\}$$

= ٢٦٠٠٠ – (١٧٦٧,١٤٨ × ٨,٧٨٧٣٢٢) = ١٠٤٧١,٥ جنيه

معالجة التضخم في إهلاك الأصول الثابتة :

نجد أن سوق المال يتعرض للتغير المستمر ، وأن مستويات الأسعار تتجه للإرتفاع المستمر ، وبالتالى تنخفض القوة الشرائية للنقود ٠ وعلى ذلك فإنه عند استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى معالجة إهلاك الأصول الثابتة نجد أن مجمع الإهلاك المتكون فى نهاية المدة يكون غير كاف لتعويض الأصل المستهلك بأصل آخر جديد مماثل ٠

وتطبيقاً لمبدأ الحيطة والحذر يجب أخذ عامل التضخم (التغير فى القوة الشرائية للنقود) فى الإعتبار عند تقدير قسط الإستهلاك المتساوي الذي يتم استثماره بحيث تكون جملة هذه الإستثمارات تعادل القيمة السوقية للأصل فى تاريخ تجديد أو استبدال الأصل القديم بآخر جديد ٠

فإذا رمزنا لمعدل ارتفاع الأسعار خلال الفترة الزمنية بالرمز [ل] ، وبالتالى تكون قيمة الأصل مع أخذ التغير فى الأسعار فى الإعتبار يمكن أن نرمز لها بالرمز [$\bar{\text{ج}}$] وكذلك يمكن أن نرمز لقسط الإستهلاك المتساوي بالرمز [$\bar{\text{م}}$] ، وعلى ذلك فإنه من الناحية الرياضية يكون :

$$\bar{\text{ج}} = \text{ج}\,(1+\text{ل})^{\text{ن}}$$

∴ مخصص الإهلاك = $\bar{\text{م}} = (\bar{\text{ج}} - \text{س})\,\dfrac{1}{\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$

$$\therefore\ \bar{\text{م}} = (\bar{\text{ج}} - \text{س})\left(\frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} - \text{ع}\right)$$

$$\therefore\ \bar{\text{م}} = (\bar{\text{ج}} - \text{س})\left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1}\right)$$

مثال (٨)

قامت شركة من كبريات الشركات الصناعية بشراء آلة صناعية قيمتها الأصليه ١١٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء العمر لهذه الآله بـــ ٢٥ سنة بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه ، وبفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٦ ٪ سنوياً ، وأن الأسعار الخاصة بمثل هذا النوع من الأصول ترتفع بمعدل فائدة [$ع_٢$ = ٦٪] والمطلوب :

١- حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت الواجب احتجازه فى نهاية كل سنة ؟.

٢- حساب مجمع إهلاك الأصل فى أول السنة السادسة عشر من تاريخ الشراء ؟.

الحـــل :

ج = ١١٠٠٠٠ جنيه ، النفاية = س = ١٠٠٠٠ جنيه

وحيث أن معدل ارتفاع الأسعار = $ع_٢$ = ٦٪ ، يكون

المعدل النصف سنوي = $\frac{٦}{٢}$ ٪ = ٣٪

ونجعل ن بالأنصاف سنوات :

ن = ٢٥ سنة = ٥٠ فترة نصف سنوية .

ع = ٦ ٪ سنوي

** قيمة الأصل مع أخذ التغير فى الأسعار فى الإعتبار = $\bar{ج}$ =

$\bar{ج}$ = ج (١+ل) ^{ن}

= ١١٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)^{٥٠} = ٤٨٢٢٢٩,٦٦ جنيه .

أولاً : حساب قسط الإستهلاك الثابت :

$$\overline{م} = (\overline{ج} - س)\left(\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع\right)$$

$$\therefore \overline{م} = (٤٨٢٢٢٩,٦٦ - ١٠٠٠٠)\left(\frac{٠,٠٦}{(١+٠,٠٦)^{٢٥} - ١}\right)$$

$$= ٤٧٢٢٢٩,٦٦ \times ٠,٠١٨٢٢٦٧٢$$

= ٨٦٠٧,١٩٧ جنيه .

ثانياً : مجمع الإهلاك في أول السنة السادسة عشر

= مجمع الإهلاك فى آخر السنة الخامسة عشر

ومن هنا :

و = ١٥ سنة

$\overline{م}$ = ٨٦٠٧,١٩٧

ع = ٦ ٪ سنوي

∵ مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

$$= \overline{م} \times \overrightarrow{د_{\overline{و}|ع\%}}$$

$$= \frac{\overline{م}\left[(١+ع)^{و} - ١\right]}{ع}$$

∴ مجمع الإهلاك فى نهاية السنة الخامسة عشر

$$= \frac{٨٦٠٧,١٩٧\left[(١+٠,٠٦)^{١٥} - ١\right]}{٠,٠٦}$$

= ٨٦٠٧,١٩٧ × ٢٣,٢٧٥٩٧ = ٢٠٠٣٤٠,٨٥٧ جنيه

تقدير المدة اللازمة لجعل جملة أقساط الإستهلاك الخاصة بمجموعة من الأصول تعادل مجموع القيم الإستهلاكية لها :

قد يكون لدى مصنع أو شركة مجموعة من الأصول وتحتجز أقساط استهلاك لكل أصل منها وتستثمرها بمعدل فائدة معين ، وترغب في معرفة المدة اللازمة لجعل جملة أقساط الإستهلاك الخاصة بتلك الأصول تعادل مجموع القيم الإستهلاكية لها .

ولمعرفة هذه المدة نقوم بما يلي :

١. نحسب القيمة الإستهلاكية لكل أصل من الأصول ، وبالتالي نحصل على مجموع القيم الإستهلاكية لجميع الأصول .
٢. نحسب قسط الإستهلاك لكل أصل من هذه الأصول طبقاً لطريقة معينة من طرق الإستهلاك ، ولتكن طريقة مخصص الإهلاك المستثمر ، وبالتالي نحصل على مجموع أقساط الإستهلاك لجميع الأصول .
٣. نعتبر مجموع القيم الإستهلاكية التي حصلنا عليها بمثابة قيمة إستهلاكية لأصل واحد ، كما نعتبر مجموع أقساط الإستهلاك التي حصلنا عليها بمثابة قسط إستهلاك أصل واحد .
٤. نطبق العلاقة العامة :

القيمة الإستهلاكية = قسط الإستهلاك × جـ ن| ع٪

ومن هذه العلاقة يمكن حساب قيمة الدالة جـ ن| ع٪ ، ومن خلالها يمكن معرفة المدة [ن] التي تجعل جملة أقساط الإستهلاك = مجموع القيم الإستهلاكية لمجموعة الأصول موضع الدراسة .

حيث :

$$\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} = \frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}-\text{١}}{\text{ع}}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times \text{ع} = (\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}-\text{١}$$

$$\therefore \quad \left(\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times \text{ع}\right)+\text{١} = (\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين ، نجد أن :

$$\therefore \quad \text{لو}\left\{\left(\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times \text{ع}\right)+\text{١}\right\} = \text{لو}\,(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}$$

$$\therefore \quad \text{ن} = \frac{\text{لو}\left\{\left(\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times \text{ع}\right)+\text{١}\right\}}{\text{لو}(\text{١}+\text{ع})}$$

مثال (٩)

شركة الهدى والنور الصناعية تمتلك مجموعات الأصول التالية :

<u>المجموعة الأولى</u> : تبلغ تكاليف إنشائها والحصول عليها ٢٢٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة النفاية الخاصة بها بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه ، كما يقدر متوسط عمرها الإنتاجي بـــ ٥ سنوات .

<u>المجموعة الثانية</u> : تبلغ تكاليفها ٤٣٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة النفاية الخاصة بها بمبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه ، كما يقدر متوسط عمرها الإنتاجي بـــ ٧ سنوات .

<u>المجموعة الثالثة</u> : تبلغ تكاليفها ٩٠٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة النفاية الخاصة بها بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه ، كما يقدر متوسط عمرها الإنتاجي بـــ ١٠ سنوات

<u>المجموعة الرابعة</u> : تبلغ تكاليفها ١١٤٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة النفاية الخاصة بها بمبلغ ١٤٠٠٠٠ جنيه ، كما يقدر متوسط عمرها الإنتاجي بـــ ١٥ سنة ٠

وبفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذه الأصول وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ،

المطلوب :

١. حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت لكل مجموعة من الأصول٠
٢. تحديد المدة التي تصل بعدها جملة أقساط الإستهلاك إلى مجموع القيم الإستهلاكية للأصول ٠

الحـــل :

أولاً : <u>حساب قسط الإستهلاك الثابت</u> :

$$\because \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1} \right)$$

∴ قسط الإستهلاك للمجموعة الأولى =

$$= (٢٢٠٠٠٠ - ٢٠٠٠٠) \left(\frac{٠,٠٨}{(١+٠,٠٨)^{٥} - ١} \right)$$

= ٢٠٠٠٠٠ × ٠,١٧٠٤٥٦٤٥٤ = <u>٣٤٠٩١,٢٩١ جنيه</u> ٠

∴ قسط الإستهلاك للمجموعة الثانيه =

$$= (٤٣٠٠٠٠ - ٣٠٠٠٠) \left(\frac{٠,٠٨}{(١+٠,٠٨)^{٧} - ١} \right)$$

= ٤٠٠٠٠٠ × ٠,١١٢٠٧٢٤٠١ = <u>٤٤٨٢٨,٩٦١ جنيه</u> ٠

∴ قسط الإستهلاك للمجموعة الثالثه =

$$= (٩٠٠٠٠٠ - ١٠٠٠٠٠)\left(\frac{٠,٠٨}{(١+٠,٠٨)^{١٠} -١}\right)$$

= ٨٠٠٠٠٠ × ٠,٠٦٩٠٢٩٤٨٨ = <u>٥٥٢٢٣,٥٩١ جنيه</u> .

∴ قسط الإستهلاك للمجموعة الرابعه =

$$= (١١٤٠٠٠٠ - ١٤٠٠٠٠)\left(\frac{٠,٠٨}{(١+٠,٠٨)^{١٥} -١}\right)$$

= ١٠٠٠٠٠٠ × ٠,٠٣٦٨٢٩٥٤٤ = <u>٣٦٨٢٩,٥٤٥ جنيه</u> .

∴ مجموع أقساط الإستهلاك للمجموعات الأربع = **١٧٠٩٧٣,٣٨٧جنيه**

ومن ناحية أخرى :

مجموع القيم الإستهلاكية للمجموعات الأربع =

= ٢٠٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠٠ + ٨٠٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠٠

= **٢٤٠٠٠٠٠ جنيه**

وعلى ذلك يمكن أن نعتبر وجود أصل واحد قسط إستهلاكه السنوي ١٧٠٩٧٣,٣٨٧جنيه ، وتبلغ قيمته الإستهلاكية ٢٤٠٠٠٠٠ جنيه ، ويكون :

القيمة الإستهلاكية =قسط الإستهلاك × $\overrightarrow{ن|}ع٪$

$$∴ \overrightarrow{ن|}ع٪ = \frac{\text{القيمة الإستهلاكية}}{\text{قسط الإستهلاك}}$$

$$= \frac{٢٤٠٠٠٠٠}{١٧٠٩٧٣,٣٨٧} = ١٤,٠٣٧٧٢٧٢٣$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{لو}\left\{\left(\text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \times \text{ع}\right)+\text{١}\right\}}{\text{لو}(\text{١}+\text{ع})}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{لو}\left\{\left(\text{١٤,٠٣٧٢٧٢٣} \times \text{٠,٠٨}\right)+\text{١}\right\}}{\text{لو}(\text{١}+\text{٠,٠٨})}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{لو ٢,١٢٢٩٨١٧٨٦}}{\text{لو١,٠٨}}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{٠,٣٢٦٩٤٦٢٦٨}}{\text{٠,٠٣٣٤٢٣٧٥٥}} = \text{٩,٧٨١٨٥٣١٦١ سنة}$$

	يوم	شهر	سنة
أي أن المدة المطلوبة = ن =	١٢	٩	٩

تمارين محلولة على المبحث الثالث

(تمرين ١)

لدى كلية التجارة آلة نسخ وطباعة تبلغ تكلفتها ٣٠٠٠٠ جنيه وعمرها الانتاجي ١٠ سنوات ويقدر الخبراء بإمكان بيعها كنفاية بعد انتهاء عمرها الانتاجي بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه ، فإذا كانت الطريقة المتبعة في معالجة إهلاك الأصول الثابتة بالكلية هى طريقة الخط المستقيم ، المطلوب :

(١) المخصص السنوي للإستهلاك.

(٢) معدل الإستهلاك السنوي .

(٣) الرصيد الدفتري للآلة في نهاية السنة الخامسة .

(٤) تصوير جدول الإستهلاك لتلك الآلة.

الحـــل :

ج = ٣٠٠٠٠ جنيه ، س = ٢٠٠٠ جنيه ، ن = ١٠ سنوات

(١) مخصص الإستهلاك السنوي :

$$م = \frac{١}{ن} (ج - س)$$

$$= \frac{١}{١٠} (٣٠٠٠٠ - ٢٠٠٠)$$

$$= \frac{٢٨٠٠٠}{١٠} = ٢٨٠٠ \text{ جنيه}$$.

(٢) المعدل المئوي للإستهلاك :

$$= \frac{م}{ج} \% = \frac{٢٨٠٠}{٣٠٠٠٠} \%$$

$$= ٩,٣٣ \%$$

(٣) الرصيد الدفتري للآلة في آخر السنة الخامسة

= التكلفة الأصلية للآلة – مجموع الإستهلاكات الخمس

= ج – مجموع الإستهلاكات الخمس

= ٣٠٠٠٠ – (٢٨٠٠ × ٥)

= ٣٠٠٠٠ – ١٤٠٠٠

= ١٦٠٠٠ جنيه،

(٤) يكون جدول الإستهلاك على النحو التالي :

جدول إستهلاك الأصـــل

الفترة الزمنية	قيمة الأصل أول الفترة	الإستهلاك لكل فترة	مجموع الإســـتهلاك	قيمة الأصل آخر الفترة
١	٣٠٠٠٠	٢٨٠٠	٢٨٠٠	٢٧٢٠٠
٢	٢٧٢٠٠	٢٨٠٠	٥٦٠٠	٢٤٤٠٠
٣	٢٤٤٠٠	٢٨٠٠	٨٤٠٠	٢١٦٠٠
٤	٢١٦٠٠	٢٨٠٠	١١٢٠٠	١٨٨٠٠
٥	١٨٨٠٠	٢٨٠٠	١٤٠٠٠	١٦٠٠٠
٦	١٦٠٠٠	٢٨٠٠	١٦٨٠٠	١٣٢٠٠
٧	١٣٢٠٠	٢٨٠٠	١٩٦٠٠	١٠٤٠٠
٨	١٠٤٠٠	٢٨٠٠	٢٢٤٠٠	٧٦٠٠
٩	٧٦٠٠	٢٨٠٠	٢٥٢٠٠	٤٨٠٠
١٠	٤٨٠٠	٢٨٠٠	٢٨٠٠٠	٢٠٠٠

(تمرين ٢)

إشترت شركة الهادي للملابس الجاهزة آلة صناعية بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه وتقدر قيمة الآلة في نهاية العمــره الانتــاجي بمبلــغ ٦٨٦٠ جنيه ، وبفرض أن الاستهلاك يتم على أساس النسبة الثابتة من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة و أن العمر الانتاجي يُقدر بــ ٥ أعوام ، المطلوب :

(١) حساب معدل الاهــلاك السنوي ٠

(٢) تصوير جدول الإستهلاك ٠

الحــل :

ج = ٢٠٠٠٠ جنيه ٠ س = ٦٨٦٠ جنيه ٠ ن = ٥ سنوات

نفرض أن النسبة الثابتة من الإستهلاك = ل

$$\because \text{لو } (١ - ل) = \frac{\text{لو س} - \text{لو ج}}{ن}$$

$$\therefore \text{لو } (١ - ل) = \frac{\text{لو } ٦٨٦٠ - \text{لو } ٢٠٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{٣,٨٣٦٣٢٤ - ٤,٣٠١٠٣}{٥}$$

$$= - ٠,٠٩٢٩٤١١٧٥$$

ومن جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات (أو بالآلة الحاسبة) نجد أن :

$\therefore$ ١ - ل = ٠,٨٠٧٣

$\therefore$ معدل الإستهلاك = ل = ٠,١٩٢٧

= ١٩,٢٧ ٪

وهذا يعني أن الاهلاك يتم بمعدل قدره. ١٩,٢٧ ٪ من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة ٠

(٢) لتصوير جدول إستهلاك الأصل ، نجد أن الاهلاك يتم بمعدل قدره. ١٩,٢٧ ٪ من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة ويمكن تحقيق ذلك عملياً على النحو التالي :

- بالنسبة للسنة الأولى :
- قيمة الأصل في بداية السنة الأولى = ٢٠٠٠٠ جنيه
- الاهلاك في نهاية السنة الأولى :

= ٢٠٠٠٠ × ٠,١٩٢٧ = ٣٨٥٤ جنيه

- قيمة الأصل في نهاية السنة الأولى

= ٢٠٠٠٠ - ٣٨٥٤ = ١٦١٤٦ جنيه

- بالنسبة للسنة الثانيه :
- قيمة الأصل في بداية السنة الثانيه = ١٦١٤٦ جنيه
- الأهلاك في نهاية السنة الثانية

=١٦١٤٦ × ٠,١٩٢٧ = ٣١١١,٣٣ جنيه

- قيمة الأصل في نهاية السنة الثانية

= ١٦١٤٦ - ٣١١١,٣٣ = ١٣٠٣٤,٦٧ جنيه

- بالنسبة للسنة الثالثه :
- قيمة الأصل في بداية السنة الثالثه = ١٣٠٣٤,٦٧ جنيه
- الاهلاك في نهاية السنة الثالثة

= ١٣٠٣٤,٦٧ × ٠,١٩٢٧ = ٢٥١١,٧٨ جنيه

- قيمة الاصل في نهاية السنة الثالثة

= ١٣٠٣٤,٦٧ - ٢٥١١,٧٨ = ١٠٥٢٢,٨٩ جنيه

- بالنسبة للسنة الرابعه :
- قيمة الأصل في بداية السنة الرابعه = ١٠٥٢٢,٨٩ جنيه
- الاهلاك في نهاية السنة الرابعة

= ١٠٥٢٢,٨٩ × ٠,١٩٢٧ = ٢٠٢٧,٧٦ جنيه

- قيمة الاصل في نهاية السنة الرابعة

= ١٠٥٢٢,٨٩ − ٢٠٢٧,٧٦ = ٨٤٩٥,١٣ جنيه

- بالنسبة للسنة الخامسه :
- قيمة الأصل في بداية السنة الخامسه = ٨٤٩٥,١٣ جنيه

الاهلاك في نهاية السنة الخامسة

= ٨٤٩٥,١٣× ٠,١٩٢٧ = ١٦٣٧,٠١ جنيه

قيمة الاصل في نهاية السنة الخامسة

= ٨٤٩٥,١٣− ١٦٣٧,٠١ = ٦٨٥٨,١٢ جنيه

وهذه القيمة تبلغ في الواقع ٦٨٦٠ جنيه والفروق ناتجة عن التقريب ، وعلى ذلك يمكن تصوير جدول الإستهلاك كما يلي ٠

جدول إستهلاك الأصـــل

الفترة الزمنية	قيمة الأصل أول الفترة	قيمة الإهلاك في نهاية الفترة	قيمة الأصل آخر الفترة
١	٢٠٠٠٠,٠٠	٣٨٥٤,٠٠	١٦١٤٦,٠٠
٢	١٦١٤٦,٠٠	٣١١١,٣٣	١٣٠٣٤,٦٧
٣	١٣٠٣٤,٦٧	٢٥١١,٧٨	١٠٥٢٢,٨٩
٤	١٠٥٢٢,٨٩	٢٠٢٧,٧٦	٨٤٩٥,١٣
٥	٨٤٩٥,١٣	١٦٣٧,٠١	٦٨٦٠
مجمع الإهلاك		١٣١٤٠	

(تمرين ٣)

إشترى مدير مصنع للملابس الجاهزه بالمحله الكبرى آلــة قيمتهــا ١٠٠٠٠٠ جنيه يقدر الخبراء عمرها الأنتاجي بأربع سنوات تباع بعدها كخردة بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه ، فإذا كان المتبع في ذلك المصنع معالجة الأصول الثابتة حسابياً بطريقة النســـب المتناقصة من القيمة المطلوب استهلاكها ، والمطلوب :

(١) تحــديد الاســتهلاك السنوي •

(٢) إعداد جدول الاســتهلاك •

الحــل :

• قيمة الأصل =ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه ،

• قيمة النفاية=س= ٢٠٠٠٠ جنيه

∴ القيمة المطلوب استهلاكها = ١٠٠٠٠٠ - ٢٠٠٠٠ = ٨٠٠٠٠ جنيه

• عدد السنوات = ن = ٤ سنوات

∴ مقام النسب = $\frac{ن}{٢}$ (١ + ن)

= $\frac{٤}{٢}$ (١ + ٤) = ١٠

∴ نسبة إستهلاك السنة الأولى = $\frac{٤}{١٠}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الثانيه = $\frac{٣}{١٠}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الثالثه = $\frac{٢}{١٠}$

∴ نسبة إستهلاك السنة الرابعه = $\frac{١}{١٠}$

ويكون :إستهلاك أي سنة = القيمة المطلوب استهلاكها × نسبة إهلاك السنة

وعلى هذا نجد أن الاستهلاك للسنوات المختلفة هو :

إستهلاك السنة الأولى = ٨٠٠٠٠ × $\frac{٤}{١٠}$ = ٣٢٠٠٠ جنيه

إستهلاك السنة الثانية = ٨٠٠٠٠ × $\frac{٣}{١٠}$ = ٢٤٠٠٠ جنيه

إستهلاك السنة الثالثة = ٨٠٠٠٠ × $\frac{٢}{١٠}$ = ١٦٠٠٠ جنيه

إستهلاك السنة الرابعة = ٨٠٠٠٠ × $\frac{١}{١٠}$ = ٨٠٠٠ جنيه

وبهذا يمكن اعداد جدول الاستهلاك المطلوب على النحو التالي :

جدول إستهلاك الأصل

الفترة الزمنية	نسبة الإهلاك	قيمة الأصل أول الفترة	قيمة الإهلاك في نهاية الفترة	مجموع الإهلاك آخر الفترة
الأولى	$\frac{٤}{١٠}$	١٠٠٠٠٠	٣٢٠٠٠	٦٨٠٠٠
الثانية	$\frac{٣}{١٠}$	٦٨٠٠٠	٢٤٠٠٠	٤٤٠٠٠
الثالثة	$\frac{٢}{١٠}$	٤٤٠٠٠	١٦٠٠٠	٢٨٠٠٠
الرابعة	$\frac{١}{١٠}$	٢٨٠٠٠	٨٠٠٠	٢٠٠٠٠

(تمرين ٤)

في المعمل التجاري بكلية التجاره آلة طباعه تبلغ قيمتها الأصليه ٤٥٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن مثل هذه الأصول تصلح للعمل لمدة ٤ سنوات بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ، وبفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ، المطلوب :

(١) حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت .

(٢) تصوير جدول استهلاك الأصل .

الحـــل :

- تكلفة الأصل = ج = ٤٥٠٠٠ جنيه
- النفاية = س = ٥٠٠٠ جنيه
- العمر الإنتاجي للأصل = ن = ٤ سنوات
- ع = ٨ ٪ سنوي

أولاً : <u>حساب قسط الإستهلاك الثابت</u> :

$$\because \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1} \right)$$

$$\therefore \text{م} = (45000 - 5000) \left(\frac{0.08}{(1+0.08)^{4} - 1} \right)$$

= ٤٠٠٠٠ × ٠,٢٢١٩٢٠٨

= ٨٨٧٦,٨٣ جنيه.

ثانياً : جدول استهلاك الأصل :

رقم الفترة	رصيد أول الفتره	احتياطى الإستهلاك أول الفترة	الفائدة آخر الفترة	قسط الإستهلاك أول الفترة	مجمع الإهلاك	رصيد آخر الفترة
١	٤٥٠٠٠,٠	---	---	٨٨٧٦,٨٣	٨٨٧٦,٨٣	٣٦١٢٣,١٧
٢	٣٦١٢٣,١٧	٨٨٧٦,٨٣	٧١٠,١٥	٨٨٧٦,٨٣	١٨٤٦٣,٨١	٢٦٥٣٦,٢
٣	٢٦٥٣٦,٢	١٨٤٦٣,٨١	١٤٧٧,١٢	٨٨٧٦,٨٣	٢٨٨١٧,٨٥	١٦١٨٢,٢٦
٤	١٦١٨٢,٢٦	٢٨٨١٧,٨٥	٢٣٠٥,٤٣	٨٨٧٦,٨٣	٤٠٠٠٠,٠٠	٥٠٠٠
			٤٤٩٢,٦٨	٣٥٥٠٧,٣٢		

(تمرين ٥)

أصل ثابت قيمته الأصليه ٥١٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء أن مثل هذه الأصول تصلح للعمل لمدة ١٠ سنوات بعدها يمكن بيعها كخرده بمبلغ ١٠٠٠ جنيه ، وبفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٧,٥ ٪ سنوياً ، المطلوب :

١- حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت ؟٠

٢- حساب مجمع إهلاك الأصل فى أول السنة السادسة من تاريخ الشراء ؟٠

٣- تقدير القيمة الدفترية للأصل فى أول السنة السادسة ؟٠

الحـــل :

ج = ٥١٠٠٠ جنيه ،   النفاية = س =١٠٠٠ جنيه ،

ن =١٠ سنوات ،   ع = ٧,٥ ٪ سنوي

أولاً : حساب قسط الإستهلاك الثابت :

∵ م = (ج – س) $\left(\frac{ع}{(١+ع)^{ن} - ١} \right)$

∴ م = (٥١٠٠٠ – ١٠٠٠) $\left(\frac{٠,٠٧٥}{(١+٠,٠٧٥)^{١٠} - ١} \right)$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٧٠٦٨٥٩ = ٣٥٣٤,٢٩٦ جنيه .

ثانياً : مجمع الإهلاك في أول السنة السادسة

= مجمع الإهلاك فى آخر السنة الخامسة

حيث :

- و = ٥
- م = ٣٥٣٤,٢٩٦
- ع = ٧,٥٪ سنوي

∵ مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

= م × $\overrightarrow{و\rceil}$ ع٪

= $\frac{م \left[(١+ع)^{و} - ١ \right]}{ع}$

∴ مجمع الإهلاك فى نهاية السنة الخامسة

= $\frac{٣٥٣٤,٢٩٦ \left[(١+٠,٠٧٥)^{٥} - ١ \right]}{٠,٠٧٥}$

= ٣٥٣٤,٢٩٦ × ٥,٨٠٨٣٩١

= ٢٠٥٢٨,٥٧٥ جنيه

ثالثاً : <u>القيمة الدفترية للأصل في أول السنة السادسة</u>

= القيمة الدفترية للأصل في آخر السنة الخامسة

وحيث أن قيمة الأصل فى نهاية الفترة (و) = ق =

= ج – [م × جـ⃗ و| ع٪]

∴ ق = ج – { م [(١+ع)^و – ١] / ع }

☒ و = ٥ سنوات م = ٣٥٣٤,٢٩٦ ع = ٧,٥٪ سنوي

∴ ق = ٥١٠٠٠ – { ٣٥٣٤,٢٩٦ [(١+٠,٠٧٥)^٥ – ١] / ٠,٠٧٥ }

= ٥١٠٠٠ – (٣٥٣٤,٢٩٦ × ٥,٨٠٨٣٩١)

= ٥١٠٠٠ – ٢٠٥٢٨,٥٧٥ = ٣٠٤٧١,٤٢٥ جنيه ٠

(تمرين ٦)

أقامت شركة صناعية مبنى لإحتواء الآلات الخاصة بالعملية الصناعية ، وقد بلغت تكاليف البناء الأصلية مبلغ ١٥٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر الخبراء العمر الإفتراضي للمبنى بـ ٣٠ سنة بعدها يمكن بيعها كأنقاض بمبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه ، وبفرض أنه تم استخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر فى إستهلاك هذا الأصل وأنه أمكن استثمار مخصص الإهلاك بمعدل فائده مركبة ٨ ٪ سنوياً ، وأن الأسعار الخاصة بمثل هذا النوع من الأصول ترتفع بمعدل فائدة مركبة [ع٢ = ٨٪] والمطلوب :

١- حساب قسط الإستهلاك السنوي الثابت الواجب احتجازه فى نهاية كل سنة

٢- حساب مجمع إهلاك الأصل فى أول السنة الـ١٦ من تاريخ الشراء ؟٠

الحــل :

☒ التكلفة الأصلية للمبنى = ج = ١٥٠٠٠٠ جنيه ،

☒ النفاية = س = ٢٠٠٠٠ جنيه

☒ وحيث أن ارتفاع الأسعار يتم بصورة نصف سنوية ، وأن معدل إرتفاع الأسعار الإسمي السنوي= $\text{ع}_{٢}$ = ٨٪ ، يكون :

$$\text{المعدل النصف سنوي لإرتفاع الأسعار} = \frac{٨}{٢}\ \% = ٤\ \%$$

ونجعل ن بالأنصاف سنوات :

☒ ن = ٣٠ سنة = ٦٠ فترة نصف سنوية .

☒ ع = ٨ ٪ سنوي

∴ قيمة الأصل مع أخذ التغير فى الأسعار فى الإعتبار =

$$= \bar{\text{ج}} = \text{ج}\ (١+\text{ل})^{\text{ن}}$$

$$= ١٥٠٠٠٠\ (١ + ٠,٠٤)^{٦٠}$$

$$= ١٥٠٠٠٠ \times ١٠,٥١٩٦٢٧ = ١٥٧٧٩٤٤,١١١ \text{ جنيه}$$

وعلى ذلك ، يكون :

أولاً : <u>حساب قسط الإستهلاك الثابت</u> :

$$\bar{\text{م}} = (\bar{\text{ج}} - \text{س}) \left(\frac{١}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore\ \bar{\text{م}} = (١٥٧٧٩٤٤,١١ - ٢٠٠٠٠) \left(\frac{٠,٠٨}{(١+٠,٠٨)^{٣٠} - ١} \right)$$

$$= ١٥٥٧٩٤٤,١١١ \times ٠,٠٠٨٨٢٧٤٣٣ = \underline{١٣٧٥٢,٦٤٨ \text{ جنيه}}$$

ثانياً : مجمع الإهلاك فى أول السنة السادسة عشر

= مجمع الإهلاك فى آخر السنة الخامسة عشر

ومن هنا :

- و = ١٥ سنة
- $\overline{م}$ = ١٣٧٥٢,٦٤٨
- ع = ٨ ٪ سنوي

∵ مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

= $\overline{م}$ × جـ $\overline{و}$| ع٪

$$= \frac{\overline{م}\left[(١+ع)^{و} - ١\right]}{ع}$$

∴ مجمع الإهلاك فى نهاية السنة الخامسة عشر

$$= \frac{١٣٧٥٢,٦٤٨\left[(١+٠,٠٨)^{١٥} - ١\right]}{٠,٠٨}$$

= ١٣٧٥٢,٦٤٨ × ٢٧,١٥٢١١٤

= ٣٧٣٤١٣,٤٩ جنيه

(تمرين ٧)

آلة تصوير تبلغ قيمتها الأصلية ٤٥٠٠ جنيه ويقدر عمرها الانتاجي بأربع سنوات بعده يمكن بيعها كخرده بمبلغ ٥٠٠ جنيه ويفرض أنه أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً .

المطلوب :

١ - تحديد قيمة قسط الاستهلاك السنوي الثابت .

٢ - اعداد جدول الاستهلاك .

الحـــل :

- **تكلفة الأصل = ج = ٤٥٠٠ جنيه ،**
- **النفاية = س = ٥٠٠ جنيه**
- **العمر الإنتاجي للأصل = ن = ٤ سنوات ،**
- **ع = ٤ ٪ سنوي**

أولاً : حساب قسط الإستهلاك الثابت :

$$\because \quad \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1} \right)$$

$$\therefore \quad \text{م} = (٤٥٠٠ - ٥٠٠) \left(\frac{٠,٠٤}{(1+٠,٠٤)^{4} - 1} \right)$$

= ٤٠٠٠ × ٠,٢٣٥٤٩

= ٩٤١,٩٦ جنيه.

ثانياً : جدول استهلاك الأصل :

رقم الفترة	رصيد أول الفتره	احتياطى الإستهلاك أول الفترة	الفائدة آخر الفترة	قسط الإستهلاك أول الفترة	مجمع الإهلاك	رصيد آخر الفترة
١	٤٥٠٠,٠٠	---	---	٩٤١,٩٦	٩٤١,٩٦	٣٥٥٨,٠٤
٢	٣٥٥٨,٠٤	٩٤١,٩٦٠	٣٧,٦٨٠	٩٤١,٩٦	١٩٢١,٦٠	٢٥٧٨,٤٠
٣	٢٥٧٨,٤٠	١٩٢١,٦٠	٧٦,٨٦٠	٩٤١,٩٦	٢٩٤٠,٤٢	٥٥٩,٦٢٠
٤	٥٥٩,٦٢٠	٢٩٤٠,٤٢	١١٧,٦٢	٩٤١,٩٦	٤٠٠٠	٥٠٠
			٢٢١,١٦	٣٧٦٧,٨٤		

(تمرين ٨)

أصل ثابت قيمته الأصلية ١٥٠٠٠ جنيه ويقدر عمره الانتاجي بسبع سنوات وتقدر قيمة النفاية بمبلغ ١٠٠٠ جنيه وبفرض أنه أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة (ع٢ = ٨٪) .

والمطلوب :

١ – تحديد قيمة قسط الاستهلاك السنوي الثابت .

٢– مجمع الإهلاك في بداية السنة الرابعة .

الحــل

- **تكلفة الأصل = ج = ١٥٠٠٠ جنيه ،**
- **النفاية = س =١٠٠٠ جنيه**
- **العمر الإنتاجي للأصل = ن =٧ سنوات ،**
- **ع٢ = ٨ ٪ سنوي ، وهو معدل إسمي ولكي يمكن حساب قسط الإستهلاك السنوي فلابد من حساب معدل الفائدة الحقيقي السنوي ، حيث :**

ع ٢ = ٨٪ ، م = ٢

∵ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{ع_م}{م}\right)^{م} - ١$

∴ معدل الفائده الحقيقى = ع = $\left(١+\frac{٠,٠٨}{٢}\right)^{٢} - ١$

$= (١,٠٤)^{٢} - ١$

$= ٠,٨١٦$

وعلى ذلك يكون :

أولاً : <u>حساب قسط الإستهلاك الثابت</u> :

$$\because \quad \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}} - \text{١}} \right)$$

$$\therefore \quad \text{م} = (\text{١٥٠٠٠} - \text{١٠٠٠}) \left(\frac{\text{٠,٠٨١٦}}{(\text{١}+\text{٠,٠٨١٦})^{\text{٧}} - \text{١}} \right)$$

= ١٤٠٠٠ × ٠,١١١٥٢٤٧٠١

= ١٥٦١,٣٤٦ جنيه

ثانياً : <u>مجمع الإهلاك فى أول السنة الرابعه</u>

= مجمع الإهلاك فى آخر السنة الثالثه

ومن هنا :

- و = ٣
- م = ١٥٦١,٣٤٦
- ع = ٨,١٦ ٪ سنوي

∵ مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

= م × $\overrightarrow{\text{ج}}$ و⌉ع٪

$$= \frac{\text{م}\left[(\text{١}+\text{ع})^{\text{و}} - \text{١}\right]}{\text{ع}}$$

∴ مجمع الإهلاك فى نهاية السنة الثالثه

$$= \frac{\text{١٥٦١,٣٤٦}\left[(\text{١}+\text{٠,٠٨١٦})^{\text{٣}} - \text{١}\right]}{\text{٠,٠٨١٦}}$$

= ١٥٦١,٣٤٦ × ٣,٢٥١٤٥٨٦

= ٥٠٧٦,٦٥٢ جنيه

(تمرين ٩)

يرغب مدير مصنع للملابس الجاهزه بالمنصوره تحديث الآلات بمصنعه ، فعُرض عليه آلة تبلغ قيمتها الأصلية ١٠٠٠٠٠ جنيه ، وتتمثل الطاقه الإنتاجيه لها في إنتاج ١٠٠٠٠ وحده سنوياً ، ويقدر عمرها الانتاجي بـــ ١٠ سنوات ، كما تُقدر مصروفات الصيانه والإصلاح بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه سنوياً ، كما تُقدر مصروفات تشغيل الآله بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه سنوياً ، وبفرض أن المصنع يستخدم طريقة مخصص الإهلاك المستثمر في استهلاك الأصول ، وقد أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة ٥٪ سنوياً .

المطلوب :

١. تحديد الاستهلاك السنوي الثابت .

٢. إيجاد تكلفة الوحده المنتجه.

الحـــل

- تكلفة الأصل = ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه ، س = صفر (ليس للأصل نفايه)
- العمر الإنتاجي للأصل = ن =١٠ سنوات ،
- ع = ٥ ٪ سنوي .

أولاً : <u>حساب الإستهلاك السنوي الثابت</u> :

$$\because \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1} \right)$$

$$\therefore \text{م} = 100000 \times \left(\frac{0.05}{(1+0.05)^{10} - 1} \right)$$

$$= 100000 \times 0.0795045740$$

= ٧٩٥٠,٤٦ جنيه

وباستخدام الجداول المالية :

$$\therefore \text{الإستهلاك السنوي} = م = (ج - س)\left(\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع\right)$$

$$= 100000\left(\frac{1}{د_{\overline{10}|5\%}} - 0.05\right)$$

= ١٠٠٠٠٠ × ٠,٠٧٩٥٠٤٥٧٤ = ٧٩٥٠,٤٦ جنيه

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ٥ ٪ وأمام المده (ن = ١٠) نجد أن $\frac{1}{د_{\overline{10}|5\%}}$ = ٠,٠٧٩٥٠٤٥٧٤

ثانياً : حساب تكلفة الوحدة المنتجه :

لإيجاد تكلفة الوحده المنتجه :

حساب إجمالي التكاليف السنويه ، وتشمل :

(١) الفائده السنوية على رأس المال المستغل في إقتناء الآله =

$= 100000 \times \frac{5}{100} =$ ٥٠٠٠ جنيه

(٢) القسط السنوي للإستهلاك = ٧٩٥٠,٤٦ جنيه

(٣) مصروفات الصيانه والإصلاح = ٥٠٠٠ جنيه

(٤) مصروفات تشغيل الآله = ١٥٠٠٠ جنيه

∴ إجمالي التكاليف السنويه = = ٣٢٩٥٠,٤٦ جنيه

∴ تكلفة الوحدة المنتجه = $\frac{32950.46}{10000}$ = ٣,٣ جنيه

(تمرين ١٠)

مصنع للملابس الجاهزه بالمنصوره يوجد به آلة تنتج ٢٠٠٠ وحده سنوياً ، ويقدر عمرها الانتاجي بـــ ٥ سنوات ، كما تُقدر مصروفات الصيانه والإصلاح بمبلغ ٣٢٠٠ جنيه سنوياً ، كما تُقدر مصروفات تشغيل الآله بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه سنوياً ، وبفرض أن المصنع يستخدم طريقة مخصص الإهلاك المستثمر في استهلاك الأصول ، وقد أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة ٥٪ سنوياً ، فإذا كانت تكلفة الوحدة المنتجه ٣,٣ جنيه ، المطلوب تقدير قيمة تلك الآله بفرض أن ذلك الأصل ليس له نفايه ؟ .

الحـــل

- قيمة الأصل = ج ، س = صفر (ليس للأصل نفايه)
- العمر الإنتاجي للأصل = ن =٥ سنوات ، ع = ٥ ٪ سنوي .

حساب إجمالي التكاليف السنويه ، وتشمل :

(١) الإستهلاك السنوي = م = (ج – س) $\left(\frac{ع}{(١+ع)^{ن} - ١} \right)$

$= ج \left(\frac{٠,٠٥}{(١+٠,٠٥)^{٥} - ١} \right)$

$= ج \times ٠,١٨٠٩٧٥$ = <u>٠,١٨٠٩٧٥ ج</u>

(٢) الفائده السنوية على رأس المال المستغل في إقتناء الآله =

$= ج \times \frac{٥}{١٠٠} =$ = <u>٠,٠٥ ج</u>

(٣) مصروفات الصيانه والإصلاح = =<u>٣٢٠٠ جنيه</u>

(٤) مصروفات تشغيل الآله = =<u>٣٠٠٠ جنيه</u>

∴ إجمالي التكاليف السنويه =

= ٠,١٨٠٩٧٥ ج + ٠,٠٥ ج + ٣٢٠٠ + ٣٠٠٠

∴ = ٠,٢٣٠٩٧٥ ج + ٦٢٠٠

∴ تكلفة الوحدة المنتجه = إجمالي التكاليف / عدد الوحدات

∴ ٣,٣ = (٠,٢٣٠٩٧٥ ج + ٦٢٠٠) / ٢٠٠٠

∴ ٦٦٠٠ = ٠,٢٣٠٩٧٥ ج + ٦٢٠٠

∴ ٠,٢٣٠٩٧٥ ج = ٤٠٠

∴ قيمة الآله = ج = ٤٠٠ / ٠,٢٣٠٩٧٥ = ١٧٣١,٨ جنيه ٠

(تمرين ١١)

شركة طلخا للأسمده لديها آله ثمنها ١٠٠٠٠٠ جنيه ويقدر عمرها الانتاجي بـ ١٠ سنوات تباع بعده كنفاية بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه ، والمطلوب :

تحديد قيمة قسط الاستهلاك السنوي الثابت في الحالات التاليه :

١- طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الخط المستقيم ٠

٢- طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط متناقص (الإهلاك على أساس القيمه الدفتريه) ٠

٣- طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط مستثمر (علماً بأن معدل الفائده المركبه ١٠,٥ ٪ سنوياً) ٠

٤- طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط مستثمر مع الأخذ في الإعتبار التغير في الأسعار علماً بأن معدل الفائده المركبه ١٠ ٪ سنوياً ، ومعدل التضخم ٨ ٪ سنوياً) ٠

الحـــل

- تكلفة الأصل = ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه ،
- النفاية = س = ١٠٠٠٠ جنيه
- العمر الإنتاجي للأصل = ن = ١٠ سنوات ،

<u>أولاً إذا كانت طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الخط المستقيم</u>

الإستهلاك السنوي = م = $\frac{١}{ن}$ (ج – س)

∴ م = $\frac{١}{١٠}$ (١٠٠٠٠٠ – ١٠٠٠٠)

= $\frac{٩٠٠٠٠}{١٠}$ = ٩٠٠٠ جنيه ٠

∴ نسبة الإهلاك الثابت للآله = $\frac{٩٠٠٠}{١٠٠٠٠٠}$ = ٠,٠٩

∴ الإهلاك السنوي = ٩ ٪ من قيمة الأصل ٠

<u>ثانياً إذا كانت طريقة إهلاك الأصول هي الإهلاك بقسط متناقص</u>

نفرض أن النسبة الثابتة للإستهلاك من القيمه الدفتريه = ل

∵ لو (١– ل) = $\frac{\text{لو س – لو ج}}{ن}$

∴ لو (١– ل) = $\frac{\text{لو ١٠٠٠٠ – لو ١٠٠٠٠٠}}{١٠}$ = $\frac{٤–٥}{١٠}$ = – ٠,١

∴ ١ – ل = ٠,٧٩٤

∴ ل = ١ – ٠,٧٩٤ = ٠,٢٠٦

أو :

ل = ١ – $\left(\frac{س}{ج}\right)^{\frac{١}{ن}}$ = ١ – $\left(\frac{١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠}\right)^{\frac{١}{١٠}}$ = ٠,٢٠٦

∴ قسط الإستهلاك في نهاية السنة الأولى =

= ١٠٠٠٠٠ × ٠,٢٠٦ = ٢٠٦٠٠ جنيه

∴ قسط الإستهلاك في نهاية السنة الثانيه =

= (١٠٠٠٠٠ – ٢٠٦٠٠) × ٠,٢٠٦

= ٧٩٤٠٠ × ٠,٢٠٦ = ١٦٣٥٦,٤ جنيه

∴ قسط الإستهلاك في نهاية السنة الثالثه =

= (٧٩٤٠٠ – ١٦٣٥٦,٤) × ٠,٢٠٦

= ٦٣٠٤٣,٦ × ٠,٢٠٦ = ١٢٩٨٦,٩٨٢ جنيه

وهكذا يكون الحال حتى نهاية العمر الإنتاجي للأصل .

ثالثاً إذا كانت طريقة إهلاك الأصول هي الإهلاك بقسط مستثمر

- ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه ،
- النفاية = س = ١٠٠٠٠ جنيه ،
- ن = ١٠ سنوات ،
- ع = ١٠ ٪ سنوي

قسط الإستهلاك = م = (ج – س) $\left(\frac{ع}{(١+ع)^{ن} - ١}\right)$

= (١٠٠٠٠٠ – ١٠٠٠٠) $\left(\frac{٠,١٠}{(١+٠,١٠)^{١٠} - ١}\right)$

= ٩٠٠٠٠ × ٠,٠٦٢٧٤٥

= ٥٦٤٧,٠٩ جنيه .

رابعاً إذا كانت طريقة إهلاك الأصول هي الإهلاك بقسط مستثمر مع الأخذ في الإعتبار التغير في القوة الشرائية للنقود :

- ج = ١٠٠٠٠٠ جنيه
- النفاية = س = ١٠٠٠٠ جنيه
- وحيث أن معدل ارتفاع الأسعار = ل = ٨٪ سنوياً

  نجعل ن بالسنوات ، أي ن = ١٠ سنوات ٠
- ع = ١٠ ٪ سنوي

قيمة الأصل مع أخذ التغير فى الأسعار فى الإعتبار = $\overline{ج}$ =

$$\overline{ج} = ج\ (١+ل)^{ن}$$

$$= ١٠٠٠٠٠\ (١ + ٠,٠٨)^{١٠}$$

= ٢١٥٨٩٢,٥ جنيه ٠

حساب قسط الإستهلاك الثابت :

$$\overline{م} = (\overline{ج} - س) \left(\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع٪}} - ع \right)$$

$$\therefore\ \overline{م} = (٢١٥٨٩٢,٥ - ١٠٠٠٠) \left(\frac{٠,١٠}{(١+٠,١٠)^{١٠} - ١} \right)$$

= ٢٠٥٨٩٢,٥ × ٠,٠٦٢٧٤٥

= **١٢٩١٨,٨ جنيه** ٠

(تمرين ١٢)

ينتج مصنع العامريه ١٠٠٠٠٠ وحده سنوياً ، وذلك باستخدام آلة تبلغ قيمتها الأصلية ٢٠٠٠٠٠ جنيه ، ويقدر عمرها الانتاجي بـ ١٥ سنه ، يمكن أن تباع بعد ذلك كخرده بمبلغ ٤٠٠٠٠ جنيه ، كما تُقدر مصروفات الصيانه والإصلاح بمبلغ ٨٠٠٠ جنيه سنوياً ، كما تُقدر مصروفات تشغيل الآله بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه سنوياً ، ويفرض أن المصنع يستخدم طريقة مخصص الإهلاك المستثمر في استهلاك الأصول ، وقد أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً .

المطلوب :

١- تحديد الاستهلاك السنوي الثابت .

٢- إيجاد تكلفة الوحده المنتجه.

الحـــل

- تكلفة الأصل = ج = ٢٠٠٠٠٠ جنيه ، س = ٢٠٠٠٠ جنيه
- العمر الإنتاجي للأصل = ن =١٥ سنه ،
- ع = ١٠ ٪ سنوي .

أولاً : <u>حساب الإستهلاك السنوي الثابت</u> :

$$\therefore \text{م} = (\text{ج} - \text{س})\left(\frac{\text{ع}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1}\right)$$

$$\therefore \text{م} = (200000 - 40000)\left(\frac{0.1}{(1+0.1)^{15} - 1}\right)$$

$$= 160000 \times 0.0314738$$

$$= 5035.8 \text{ جنيه}$$

وباستخدام الجداول المالية :

∴ الإستهلاك السنوي = م = (ج – س) $\left(\frac{١}{د \overline{ن|}ع ٪} - ع \right)$

= ١٦٠٠٠٠ $\left(\frac{١}{د \overline{١٥|}١٠٪} - ٠,١٠ \right)$

= ١٦٠٠٠٠ × ٠,٠٣١٤٧٣٨ = ٥٠٣٥,٨ جنيه

حيث بالكشف في جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة المعدل ١٠ ٪

وأمام المده (ن = ١٥) نجد أن $\frac{١}{د \overline{١٥|}١٠٪}$ = ٠,٠٣١٤٧٣٨

ثانياً : حساب تكلفة الوحدة المنتجه :

حساب إجمالي التكاليف السنويه ، وتشمل :

(١) الفائده السنوية على رأس المال المستغل في إقتناء الآله =

= ٢٠٠٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٢٠٠٠٠ جنيه

(٢) القسط السنوي للإستهلاك = ٥٠٣٥,٨ جنيه

(٣) مصروفات الصيانه والإصلاح = ٨٠٠٠ جنيه

(٤) مصروفات تشغيل الآله = ٢٠٠٠ جنيه

∴ إجمالي التكاليف السنويه = ٣٥٠٣٥,٨ جنيه

∴ تكلفة الوحدة المنتجه = $\frac{٣٥٠٣٥,٨}{١٠٠٠٠٠}$ = ٠,٣٥ جنيه

خلاصة المبحث الخامس

(١) عند استهلاك الأصول الثابته باستخدام طريقة الخط المستقيم (القسط الثابت) نحصل على قيمة الاستهلاك السنوي على النحو التالي :

$$\text{الاستهلاك السنوي} = \frac{١}{ن} (ج - س)$$

(٢) عند استهلاك الأصول باستخدام طريقة الاستهلاك على أساس النسبة الثابتة من القيمة الدفترية يمكننا الحصول على النسبة الثابتة للإستهلاك من القيمة الدفترية والتي رمزنا لها بالرمز (ل) باستخدام العلاقه :

$$\text{لو} (١ - ل) = \frac{\text{لو س} - \text{لو ج}}{ن}$$

أو :

$$ل = ١ - \left(\frac{س}{ج}\right)^{\frac{١}{ن}}$$

(٣) عند استهلاك الأصول باستخدام طريقة النسبة المتناقصة من القيمة المطلوب إستهلاكها :

فان نسبة الاهلاك التي تتحملها كل سنة يعبر عنها بكسر اعتيادي بحيث يكون مقامه = $\frac{ن}{٢}$ (١ + ن) ، وبسطه = ن للفترة الأولى ، و (ن-١) للفترة الثانية ،(ن-٢) للفترة الثالثة ، وهكذا حتى الفترة الأخيرة يكون بسط الكسر = ١.

(٤) عند استهلاك الأصول باستخدام طريقة مخصص الإهلاك المستثمر نجد أن :

(١) مخصص الإهلاك = م = $(\text{ج} - \text{س}) \dfrac{\text{١}}{\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$

$$\therefore \ \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore \ \text{م} = (\text{ج} - \text{س}) \left(\frac{\text{ع}}{(\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{١}} \right)$$

(٢) مجمع الإهلاك في نهاية و من الفترات الزمنية هو :

$$= \text{م} \times \overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{و}}|\text{ع}\%}$$

$$= \frac{\text{م}\left[(\text{١} + \text{ع})^{\text{و}} - \text{١}\right]}{\text{ع}}$$

(٣) القيمة الدفترية للأصل في نهاية و من الفترات الزمنية =

= قيمة الأصل – مجمع الإهلاك في نهاية و من الفترات

$$= \text{ج} - [\text{م} \times \overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{و}}|\text{ع}\%}]$$

$$= \text{ج} - \left\{ \frac{\text{م}\left[(\text{١} + \text{ع})^{\text{و}} - \text{١}\right]}{\text{ع}} \right\}$$

(٥) عند استهلاك الأصول باستخدام طريقـــة مخصص الإهلاك المستثمر مع أخذ التغير في القوة الشرائية للنقود في الإعتبار ، نجد أن :

(١) مخصص الإهلاك = $\overline{\text{م}} = (\overline{\text{ج}} - \text{س}) \dfrac{\text{١}}{\overrightarrow{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}$

$$\therefore \ \overline{\text{م}} = (\overline{\text{ج}} - \text{س}) \left(\frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$\therefore \overline{م} = (\overline{ج} - س)\left(\frac{ع}{(1+ع)^{ن} - 1}\right)$$

حيث : $\overline{ج} = ج\,(1+ل)^{ن}$

(٢) مجمع الإهلاك في نهاية الفترة (و)

$= \overline{م} \times \overrightarrow{ج}\ \overline{و}|_{ع\%}$

$$= \frac{\overline{م}\left[(1+ع)^{و} - 1\right]}{ع}$$

(٦) لإيجاد تكلفة الوحده النتجه ، نوجد إجمالي التكاليف السنويه ثم نطبق العلاقه التاليه :

تكلفة الوحدة المنتجه = $\frac{\text{إجمالي التكاليف}}{\text{عدد الوحدات}}$

تمارين على المبحث الخامس

(١) آلـــة قيمتها ١٠٠٠٠٠ جنيه عمرها الانتاجي يبلغ ١٥ سنة ، تبلغ قيمة النفاية لها بعد انتهاء العمر الانتاجي للآلـــة ١٥٠٠٠ جنيه والمطلوب تحـديد قيمة الاستهلاك السنوي اذا كانت الطريقة المستخدمه في الإستهلاك هي طريقة الخط المستقيم .

(٢) أوجد قيمة الاســتهلاك في التمرين السابق اذا كانت الطريقة المستخدمه في الإستهلاك هي :

(١) طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط متناقص (الإهلاك على أساس القيمه الدفتريه) .

(٢) طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط مستثمر (علماً بأن معدل الفائده المركبه ١٠,٥ ٪ سنوياً) .

(٣) طريقة إهلاك الأصول المستخدمه هي طريقة الإهلاك بقسط مستثمر مع الأخذ في الإعتبار التغير في الأسعار علماً بأن معدل الفائده المركبه ١٠ ٪ سنوياً ، ومعدل التضخم ٨ ٪ سنوياً) .

(٣) آلـــة ثمنها ١٢٠٠٠٠ جنيه ويقدر عمرها الانتاجي بـــ ٧ سنوات كما تقدر قيمة النفاية بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه والمطلوب تحـديد نسبة الاستهلاك السنوي وذلك بفرض أن الاستهلاك يتم على أساس نسبة ثابتة من قيمة الأصل في نهاية السنة السابقة .

(٤) آلـــة ثمنها ٢٥٠٠٠ جنيه عمرها الانتاجي ١٠ سنوات وتصبح قيمة النفاية للآلـــة ٢٠٠٠ جنيه واذا فرضنا أن الأسعار ترتفع بمعدل قدره ٣٪ كل سنتين ، فالمطلوب تحـديد قسط الاستهلاك

المتساوي اذا كانت الشركة المالكة للآلـــة تستثمر مخصص الاستهلاك بمعدل قدره ٤٪ سنوياً وأنها ترغب في أخذ التغير في الأســعار في الاعتبار .

(٥) جهاز ثمنه ٢٥٠٠٠ جنيه عمر الانتاجي ٥ سنوات كما يقدر ثمن النفاية بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ، فاذا كانت الجهة المالكة للجهاز ترغب في استهلاكه على أقساط متساوية وأنها تستثمر هذه الأقساط بمعدل ٥٪ سنوياً ، فالمطلوب تحديد القيمة الدفترية للجهاز في نهاية السنة الثالثة.

(٦) أصل ثابت قيمته الأصلية ٧٥٠٠٠ جنيه ويقدر عمره الانتاجي بـــ ٦ سنوات وتقدر قيمة النفاية بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه ويفرض أنه أمكن استثمار ما يقابل مخصص الاستهلاك بمعدل فائدة مركبة (ع ٢ = ٨٪) والمطلوب :

١ – تحديد قيمة قسط الاستهلاك السنوي الثابت .

٢ – اعداد جدول الاستهلاك .

(٧) أقامت شركة الدلتا للتأمين عمارة تكلف بناؤها ١٨٠٠٠٠ جنيه . وقد قدر الخبراء للعمارة عمراً انتاجياً قدره ٣٥٠٠٠ سنة تباع بعده العمارة كأنقاض بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه واذا علمت أن الشركة ترغب في استهلاك المباني بطريقة القسط الثابت المستثمر بمعدل فائدة مركبة (ع٢ = ٦٪) وأن أسعار المباني ترتفع بمعدل (ع١ = ٨٪) فالمطلوب :

(أ) تحديد قسط الاستهلاك في نهاية كل ســنة .

(ب) تحديد مجمع الاستهلاك في نهاية السنة العشرين .

المبحث السادس

تقييم واستهلاك السـنـدات

Valuation of Bonds

<u>تقديم وتعريفات</u> :

السندات هى وسيلة للجهات الحكومية وللهيئات الإقتصادية للإقتراض من الأفراد العاديين ، وهذه السندات تكون بمثابة الدين العام الذى تعلن بموجبها الحكومة أو الهيئات الإقتصادية المختلفة عن حاجتها لبعض الأموال اللازمة لتمويل بعض الخطط التنموية أو لتمويل العجز فى الميزانية العمومية للدولة ، وغير ذلك من الأسباب التى تلجأ إليها الدولة للإقتراض من الجمهور . قد تحتاج الهيئات سواء الحكومية أو الأهلية الى نقود وبدلاً من أن تلجأ الى الإقتراض من جهات أخرى فأنها تلجأ الى إصدار سندات تبيعها للجمهور بحيث تحصل من هذا البيع على مقدار القرض المطلوب .

وكل سند من السندات عبارة عن تعهد من جانب الهيئة المدينة بأن تسدد لحامله في نهاية مدة محددة من الزمن القيمة المنصوص عليها في السند وعلى أن تدفع خلال هذه المدة فائدة دورية كل فترة زمنية محددة (كل سنة أو كل ستة شهور مثلاً) ، بمعدل معلوم (يسمى فائدة السند أو معدل الفائدة الدورية للسند) .

<u>وعلى ذلك يمكن تعريف السند</u> هو صك مكتوب يمثل ديناً لحامله أو لمالكه على الهيئة المصدرة له بفائدة وأجل محددين فى السند .

وتوجد أنواع متعددة من السندات ، فنجد منها السندات العادية ، و السندات الرابحة (ذات الجوائز) ، و السندات الممتازة . ونجد أن السند قابل للتداول بين الأفراد ، ويمكن الإقتراض بضمان السند ، ونجد أن القوانين التى تنظم عملية إصدار السندات لم تحدد حد أدنى لقيمة السند كما هو الحال فى الأسهم ، ولكن تحديد القيمة الإسمية للسند تكون متروكه للجهة المصدرة للسند ، وغالباً ما يحدد قانون إصدار السندات بعض الشروط القانونية التى تنظم عملية إصدار السندات .

القيمة الاسمية وقيمة الاصدار للسند :

القيمة التي تكون مكتوبة على السند تسمى بالقيمة الاسمية للسند *Face & Par Value* ، وهي عبارة عن القيمة في تاريخ الاستحقاق المذكور على السند أيضاً قد تكون ١٠٠ جنيه أو ١٠٠٠ جنيه مثلاً ويذكر معدل فائدة السند كنسبة مئوية من هذه القيمة .

أما القيمة التي تدفع لشراء السند عند اصداره فتسمى قيمة الاصدار أو ثمن الاصدار . وقد يكون ثمن الاصدار *Redemption Price* مساوياً للقيمة الاسمية وفي هذه الحالة نقول أن السند أُصدر بقيمته الإسمية ، وقد يكون ثمن الإصدار أكبر من القيمة الاسمية وفي هذه الحالة نقول أن السند أُصدر بعلاوة على القيمة الاسمية كما نقول أن السند أُصدر بخصم اذا كان ثمن الاصدار أقل من القيمة الاسمية .

فإذا كانت القيمة الاسمية للسند ٥٠٠٠ جنيه وكان ثمن الاصدار ٥٢٠٠ جنيه فاننا نقول ان السند أُصدر بعلاوة قدرها ٢٠٠ جنيه على القيمة الاسمية أما اذا كان ثمن الاصدار للسند المذكور ٤٩٠٠ جنيه فاننا نقول أنه أُصدر بخصم مقداره ١٠٠ جنيه على القيمة الاسمية.

القيمة الاستهلاكية للسند :

تتمثل القيمة الإستهلاكية للسند في القيمة التي تدفع لحامل السند عند استهلاكه ، وقد تكون هذه القيمة مساوية للقيمة الاسمية وفي هذه الحالة نقول ان السند يستهلك بقيمته الإسمية ، كما قد تكون القيمة الاستهلاكية أكبر من القيمة الاسمية أو أقل منها وفي الحالة الأولى نقول أن السند يستهلك بعلاوة على القيمة الاسمية كما نقول في الحالة الثانية أن السند يستهلك بخصم على القيمة الاسمية .

فإذا قيل أن سند قيمته الاسمية ١٥٠٠ جنيه يعطي فائدة سنوية بمعدل ٨٪ على قيمته الاسمية أصدر بخصم ٢٪ ويستهلك في نهاية ١٠ سنوات بعلاوة قدرها ٣٪على القيمة الاسمية ، فان معنى هذا أن المشتري يدفع ١٤٧٠ جنيه في نظير حصوله على سند تتعهد الهيئة المدينة بمقتضاه أن تدفع سنوياً ١٢٠ جنيه لمدة ١٠ سنوات ، وفي نهاية هذه المدة تعطيه مبلغ وقدره ١٥٤٥ جنيه .

تقييم السندات رياضياً :

تقييم السند يعني تقدير ثمن شرائه من الناحية الرياضية ، أى أن تقييم السند في تاريخ ما هو معرفة القيمة التي يمكن أن يباع بها أو يشتري بها في السوق المالية في ذلك التاريخ •

والشخص الذي يرغب في شراء السند يقدر ثمن الشراء طبقاً لمعدل الفائدة الذي يرغب في استثمار أمواله به ، ويعرف بمعدل الاستثمار *Interest Rate* ، فعند إصدار القرض يباع السند بالقيمة التي تطلبها الهيئة المدنية وتسميه قيمة الاصدار ، وبعد هذا قد ترتفع قيمة السند أو تنخفض تبعاً لعدة عوامل مختلفة أهمها معدل فائدة الاستثمار السائد في السوق المالية .

ولتقيم السند يجب أن نتذكر أن حامل السند له الحق في الحصول على مبلغ اجمالي في تاريخ معلوم ، وهذا المبلغ هو القيمة الاستهلاكية للسند كما أن له الحق في الحصول على مبلغ دوري هو فائدة السند يدفع له في فترة زمنية (كل سنة أو كل ستة شهور) على حسب شروط السند ويستمر حتى تاريخ الاستهلاك .

وبناءاً على ذلك ، فان الثمن الذي يقبل المشتري أن يدفعه في شراء السند هو في الواقع عبارة عن القيمة الحالية للفوائد الدورية (الكوبونات) مضافاً اليها القيمة الحالية للقيمة الاستهلاكية حتى تاريخ السداد.

ومن البديهي أن يكون مفهوماً أن المعدل الذي يستخدم لحساب هاتين القيمتين الحاليتين هو معدل الاستثمار الذي يود أن يحققه المشتري على أمواله التي يستثمرها .

وقبل تقييم السندات من الناحية الرياضية يجب ذكر وتعريف بعض المصطلحات والرموز الخاصة بالسندات ، حيث :

(١) س : القيمة الإسمية للسند *Face or Par Value* ، وهي القيمة المكتوبة على السند وتُحسب فائدة السند على أساسها •

(٢) ع : معدل الإستثمار *Interest Rate* ، وهو المعدل الذي يرغب مشتري السند فى تحقيقه •

(٣) ن : وتمثل مدة السند ، ويتم تحديدها فى السند عند الإصدار ، وتكون عبارة عن عدد الفترات الزمنية التى يحدث فيها إضافة الفوائد من تاريخ معين حتى تاريخ الاستهلاك *Maturity Date*.

(٤) ف : الفائدة الدورية للسند *Caupon* ، ويتم تحديدها على أساس معدل الفائدة الإسمى الوارد فى السند •

(٥) ك : وتمثل القيمة الإستهلاكية للسند ، *Redemption Valua* وهى القيمة التى ستُدفع لحامل السند أو مالكه عند استهلاكه أو سداده ، ويمكن أن تختلف عن القيمة الإسمية للسند •

(٦) م : ثمن شراء السند *Value of Bond* •

وتتلخص خطوات تحديد ثمن شراء السند فيما يلي :

١- حساب الفائدة الدورية للسند ، وذلك حسب معدل الفائدة الإسمي المنصوص عليه في السند •

٢- تقدير القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية للسند من تاريخ الشراء وحتى تاريخ استهلاك السند ، وذلك باستخدام معدل الإستثمار الذي يرغب مشتري السند فى تحقيقه •

٣- تقدير القيمة الحالية للفوائد الدورية على أساس أن الفوائد الدورية هى دفعات عادية ، وذلك عن المدة من تاريخ الشراء وحتى تاريخ استهلاك السند ، وذلك باستخدام معدل الإستثمار •

٤- نطبق المعادلة التالية لتحديد ثمن شراء السند ، حيث :

ثمن شراء السند =

= القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية + القيمة الحالية للفوائد الدورية

حيث :

١- القيمة الحالية للقيمة الإستهلاكية =

= القيمة الإستهلاكية × القيمة الحالية لوحدة النقود

$$= \text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%}$$

أو :

$$= \text{ك} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}$$

٢- القيمة الحالية للفوائد الدورية = القيمة الحالية لدفعة عادية مبلغها هو الفائدة الدورية ولمدة [ن] من الفترات الزمنية ٠

أي أن :

$$\text{القيمة الحالية للفوائد الدورية} = \text{ف} \times \text{ـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

أو :

$$\text{القيمة الحالية للفوائد الدورية} = \frac{\text{ف}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

وعلى ذلك ، يمكن تقدير ثمن شراء السند ، والذي رمزنا له بالرمز (م) على النحو التالي :

ثمن شراء السند =

$$\text{م} = \text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} + \text{ف} \times \text{ـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\therefore \text{م} = \text{ك} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

مثال (١)

سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ١٠ سنوات بنفس قيمته الإسمية بمعدل فائدة إسمي ٧٪ سنوياً ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند مع رغبته فى أن يحصل على معدل فائدة (استثمار) ٩٪ سنوياً ، والمطلوب إيجاد ثمن شراء السند فى هذه الحالة ؟٠

الحـــل :

- س = ك = ١٠٠٠٠ • معدل الفائدة = ٧٪ سنوي
- معدل الإستثمار = ٩٪ سنوي • ن = ١٠ سنوات ٠
- $\text{ف} = ١٠٠٠٠ \times \frac{٧}{١٠٠} = ٧٠٠$ جنيه٠

$$\because \text{ثمن شراء السند} = \text{م} = \text{ك} \times (١+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{م} = ١٠٠٠٠ \times (١+٠,٠٩)^{-١٠} + \frac{٧٠٠\left[١-(١+٠,٠٩)^{-١٠}\right]}{٠,٠٩}$$

$$= [١٠٠٠٠ \times ٠,٤٢٢٤١٠٨] + [٧٠٠ \times ٦,٤١٧٦٥٧٧]$$

$$= ٨٧١٦,٤٧ \text{ جنيه } ٠$$

<u>وباستخدام الجداول الماليه :</u>

$$\text{م} = \text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} + \text{ف} \times \text{ل}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\text{م} = ١٠٠٠٠ \times \text{ح}^{١٠}_{٩\%} + ٧٠٠ \times \text{ل}_{\overline{١٠}|٩\%}$$

$$= [١٠٠٠٠ \times ٠,٤٢٢٤١٠٨] + [٧٠٠ \times ٦,٤١٧٦٥٧٧]$$

$$= ٨٧١٦,٤٧ \text{ جنيه } ٠$$

مثال (٢)

ما هو ثمن شراء السند فى المثال (١) السابق إذا كان معدل الإستثمار ٦٪ سنوياً ؟٠

الحــل :

* س = ك = ١٠٠٠٠ ،   * معدل الفائدة = ٧٪ سنوي

* معدل الإستثمار = ٦٪ سنوي   * ن = ١٠ سنوات ، ف = ٧٠٠

$$\therefore م = ١٠٠٠٠ \times (١+٠,٠٦)^{-١٠} + \frac{٧٠٠\left[١-(١+٠,٠٦)^{-١٠}\right]}{٠,٠٦}$$

= [١٠٠٠٠ × ٠,٥٥٨٣٩٤٧٨] + [٧٠٠ × ٧,٣٦٠٠٨٧١]

= ١٠٧٣٦ جنيه ٠

مثال (٣)

ما هو ثمن شراء السند فى المثال (١) إذا كان معدل الإستثمار ٧٪ سنوياً ؟٠

الحــل :

* س = ك = ١٠٠٠٠   * معدل الفائدة = ٧٪ سنوي

* معدل الإستثمار = ٧٪ سنوي   * ن = ١٠ سنوات

* ف = ٧٠٠

$$\therefore م = ١٠٠٠٠ \times (١+٠,٠٧)^{-١٠} + \frac{٧٠٠\left[١-(١+٠,٠٧)^{-١٠}\right]}{٠,٠٧}$$

= [١٠٠٠٠ × ٠,٥٠٨٣٤٩٢٩] + [٧٠٠ × ٧,٠٢٣٥٨١٥]

=١٠٠٠٠جنيه

ملحوظة هامة :

**** بمراجعة نتائج الأمثلة الثلاث السابقة نلاحظ ما يلي :**

أولاً :عندما يكون معدل الإستثمار > معدل الفائدة ،

يكون ثمن الشراء < القيمة الإستهلاكية للسند.

ثانياً :عندما يكون معدل الإستثمار < معدل الفائدة

يكون ثمن الشراء > القيمة الإستهلاكية للسند.

ثالثاً :عندما يكون معدل الإستثمار = معدل الفائدة

يكون ثمن الشراء = القيمة الإستهلاكية للسند.

مثال (٤)

سند قيمته الإسمية ٢٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد بعد ٩ سنوات ، ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٨٪ بحيث تُدفع الفائدة أربع مرات في السنة (أو أن $ع_٤$ = ٨٪) ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند مع رغبته فى أن يحقق معدل استثمار ($ع_٤$= ١٠٪) ، والمطلوب إيجاد ثمن شراء السند فى هذه الحالة إذا كان :

(أ) أن الشراء تم بعد صرف كوبون الفوائد مباشرةً ؟.

(ب) أن الشراء تم قبل صرف كوبون الفوائد مباشرةً ؟.

الحـــل :

- س = ك = ٢٥٠٠٠ .
- معدل الفائدة = ٨٪ سنوي = ٢٪ ربع سنوي
- معدل الإستثمار = ١٠٪ سنوي = ٢,٥٪ ربع سنوي
- ن = ٩ سنوات = ٣٦ ربع سنة

■ ف = ٢٥٠٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠}$ = ٥٠٠ جنيه،

أولاً : <u>ثمن الشراء بعد صرف كوبون الفوائد مباشرةً</u> =

∴ ثمن شراء السند = م = ك × (١+ع)$^{-ن}$ + $\frac{\text{ف}\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

∴ م = ٢٥٠٠٠ × (١+٠,٠٢٥)$^{-٣٦}$ + $\frac{٥٠٠\left[١-(١+٠,٠٢٥)^{-٣٦}\right]}{٠,٠٢٥}$

= [٢٥٠٠٠ × ٠,٤١١٠٩٣٧] + [٥٠٠ × ٢٣,٥٥٦٢٥١]

= ٢٢٠٥٥,٤٧ جنيه ،

ثانياً : <u>ثمن شراء السند قبل صرف الكوبون مباشرةً</u>

= ثمن الشراء بعد صرف الكوبون مباشرةً + مقدار فائدة دورية واحدة

∴ ثمن الشراء قبل صرف الكوبون مباشرةً

= ٢٢٠٥٥,٤٧ + ٥٠٠

= ٢٢٥٥٥,٤٧ جنيه ،

<u>تقييم السند في تاريخ يقع بين موعدي سداد فائدتين</u> :

للحصول على ثمن شراء السند في تاريخ يقع بين موعدي سداد فائدتين ، نقوم بالآتي :

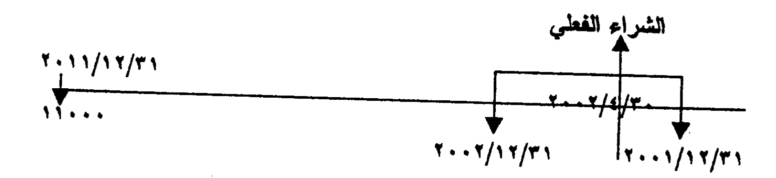
١- نوجد ثمن الشراء (الفرضي) = م ١ ، وذلك بفرض أن الشراء تم بتاريخ دفع آخر فائدة دورية

٢- يكون ثمن الشراء الفعلي = م ٢ = جملة ثمن الشراء الفرضي في تاريخ الشراء الفعلي عن المدة الفاصلة بين تاريخ الشراء الفرضي وتاريخ الشراء الفعلي ،

مثال (٥)

سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد ٢٠١١/١٢/٣١م بقيمة إستهلاكية ١١٠٪ ، ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٤٪ بحيث تُدفع الفائدة فى ١٢/٣١ من كل سنة ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند مع رغبته فى أن يحقق معدل استثمار ٣ ٪ سنوياً ، والمطلوب إيجاد ثمن شراء السند إذا تم الشراء فى ٢٠٠٢/٤/٣٠ ؟

الحـــل :



نفرض أن الشراء تم في تاريخ دفع آخر فائدة دورية سابقه وهو : ١٩٨٩/١٢/٣١م ، ومن هنا يكون :

س = ١٠٠٠٠ جنيه • ك = ١٠٠٠٠ × ١١٠٪ = ١١٠٠٠ جنيه •

معدل الفائدة = ٤٪ سنوي

معدل الإستثمار = ٣ ٪ سنوي

٢٠١١/١٢/٣١
٢٠٠١/١٢/٣١ -

∴ ن = ــ/ــ/ ١٠ سنوات •

▪ ف = ١٠٠٠٠ × $\frac{٤}{١٠٠}$ = ٤٠٠ جنيه•

$$\because \text{ثمن شراء السند} = \text{م} = \text{ك} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{م}_{\text{١}} = \text{١١٠٠٠} \times (\text{١}+\text{٠,٠٣})^{-\text{١٠}} + \frac{\text{٤٠٠}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{٠,٠٣})^{-\text{١٠}}\right]}{\text{٠,٠٣}}$$

= [١١٠٠٠ × ٠,٧٤٤٠٩٣٩] + [٤٠٠ × ٨,٥٣٠٢٠٣]

= <u>١١٥٩٧,١١ جنيه</u> ٠

** المدة الواقعة بين تاريخ الشراء الفرضي وتاريخ الشراء الفعلي =

٣٠	٤	٢٠٠٢
٣١	١٢	٢٠٠١ -
= —	٤	—

= ٤ شهور ٠

ثمن الشراء الفعلي = جملة ثمن الشراء الفرضي عن مدة قدرها ٤ شهور

$$\therefore \text{م}_{\text{٢}} = \text{م}_{\text{١}}\,(\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}}$$

$$= \text{١١٥٩٧,١١}\ (\text{١}+\text{٠,٠٣})^{\frac{\text{٤}}{\text{١٢}}}$$

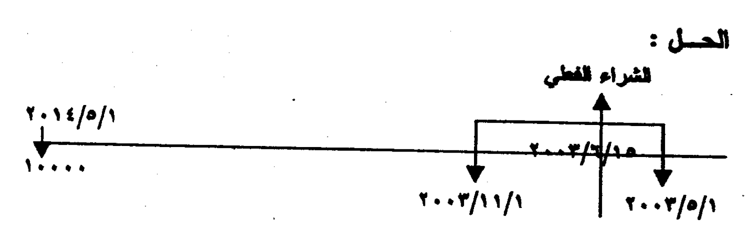
= ١١٥٩٧,١١ × ١,٠٠٩٩٠٢

= ١١٧١١,٩٤ جنيه ٠

مثال (٦)

سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه يُستهلك بنفس قيمته الإسمية فى أول مايو ٢٠١٤م ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٦٪ بحيث تُدفع الفائدة فىأول مايو وأول نوفمبر من كل سنة ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند فى ٢٠٠٣/٦/١٥م إذا كان المشتري يرغب فى أن يحقق معدل استثمار ٢٪ عن نصف السنة ، والمطلوب إيجاد ثمن شراء السند ؟٠

الحـل :



نفرض أن الشراء تم في تاريخ دفع آخر فائدة دورية سابقه وهو ٢٠٠٣/٥/١

ومن هنا يكون :

- س = ١٠٠٠٠ جنيه ، ك = ١٠٠٠٠ جنيه ،
- معدل الفائدة= ٦٪ سنوي = ٣٪ نصف سنوي
- معدل الإستثمار = ٢ ٪ نصف سنوي

٢٠١٤/٥/١
٢٠٠٣/٥/١ -

ن = ـ / ـ / ١١ سنة = ٢٢ نصف سنة ،

ف = ١٠٠٠٠ × $\frac{٣}{١٠٠}$ = ٣٠٠ جنيه،

ثمن الشراء الفرضي =

∵ ثمن شراء السند = م = ك × (١+ع) $^{-ن}$ + $\frac{ف[١-(١+ع)^{-ن}]}{ع}$

∴ م١ = ١٠٠٠ × (١+٠,٠٢) $^{-٢٢}$ + $\frac{٣٠٠[١-(١+٠,٠٢)^{-٢٢}]}{٠,٠٢}$

= [١٠٠٠٠ × ٠,٦٤٦٨٣٩] + [٣٠٠ × ١٧,٦٥٨٠٥]

= ١١٧٦٥,٨١ جنيه ،

** المدة الواقعة بين تاريخ الشراء الفرضي وتاريخ الشراء الفعلي =

١٥ / ٦ / ٢٠٠٣
- ١ / ٥ / ٢٠٠٣

∴ ن = ٤٥ يوم .

∴ ثمن الشراء الفعلي = جملة ثمن الشراء الفرضي عن مدة قدرها ٤٥ يوم

∴ $\text{م}_{٢} = \text{م}_{١} (١ + \text{ع})^{\text{ن}}$

$$= ١١٧٦٥,٨١ \; (١ + ٠,٠٤)^{\frac{٤٥}{٣٦٠}}$$

$$= ١١٧٦٥,٨١ \times ١,٠٠٤٩١٥$$

= ١١٨٢٣,٦٣ جنيه .

شراء السند بعلاوة أو بخصم :

سبق أن ذكرنا أنه اذا ما تم شراء السند بثمن أكبر من القيمة الاستهلاكية يقال أن الشراء قد تم بعلاوة ، واذا كان ثمن الشراء أقل من القيمة الاستهلاكية يقال أن الشراء قد تم بخصم .

واذا فرضنا أن الفرق بين ثمن الشراء والقيمة الاستهلاكية = ل .

فإن :

ل = م − ك

- وتكون ل موجبة اذا كانت م > ك
- وتكون ل سالبة اذا كانت م < ك

ويمكن تحديد هذه القيمة (ل) على النحو التالي :

$\because \text{ل} = \text{م} - \text{ك}$

وبالتعويض عن قيمة م ، حيث :

$$\text{م} = \text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} + \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\therefore \text{ل} = \left(\text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} + \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} \right) - \text{ك}$$

$$\therefore \text{ل} = \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} - \text{ك} \left(١ - \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} \right)$$

وبضرب الحد الثاني من الطرف الأيسر في (ع) وقسمته أيضاً على (ع)

$$\therefore \text{ل} = \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} - \text{ك ع} \times \frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%}}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} - \text{ك ع} \times \frac{\left[١ - (١ + \text{ع})^{-\text{ن}} \right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} - \text{ك ع} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\therefore \text{ل} = [\text{ف} - \text{ك ع}]\ \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

وعلى ذلك فإن قيمة العلاوه أو الخصم ، ل ، تتحدد كما يلي :

$$\text{ل} = \text{ف} - (\text{ك ع}) \ \frac{\left[١ - (١ + \text{ع})^{-\text{ن}} \right]}{\text{ع}}$$

وبالتالي فان السند يشترى بعلاوة اذا كانت : $\text{ف} > \text{ك ع}$

ويشترى بخصم اذا كانت : $\text{ف} < \text{ك ع}$

ويشترى بنفس القيمة الاسمية اذا كانت : $\text{ف} = \text{ك ع}$

مثال (٧)

سند قيمته الاسـمية ١٠٠٠٠ جنيه ويستهلك بعد ١٥ سنة بقيمته الاسـمية واذا كان معدل الفائدة الدورية سنوية ٦٪ ومعدل الاستثمار في السوق ١٠٪ سنويا ، فالمطلوب ايـجاد علاوة أو خصم الشراء على فرض أن السند يشترى عقب دفع الكوبون مباشرة ثم أوجد ثمن الشراء .

الحـل :

- س = ك = ١٠٠٠٠ جنيه
- معدل الفائدة = ٦٪ سنوي ، والفوائد تدفع سنوياً
- معدل الإستثمار = ١٠٪ سنوي
- ن = ١٥ سنة
- $\text{ف} = ١٠٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} = ٦٠٠$ جنيه.
- $\text{ك ع} = ١٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ١٠٠٠$ جنيه.

$$\because \text{ل} = \text{ف} - (\text{ك ع}) \frac{\left[١ - (١ + \text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = (٦٠٠ - ١٠٠٠) \frac{\left[١ - (١ + ٠{,}١٠)^{-١٥}\right]}{٠{,}١٠}$$

$$= -٤٠٠ \times ٧{,}٦٠٦٠٨ = -٣٠٤٢{,}٤٣$$

وحيث أن [ل] قيمة سالبة فأن شراء السند يكون قد تم بخصم قدره ٣٠٤٢,٤٣ جنيه ، ويكون :

∴ ثمن شراء السند = ١١٠٠٠ − ٣٠٤٢,٣٣٢

= ٧٩٥٧,٦٦٨ جنيه

ملحوظه:

يمكن تحديد قيمة (ل) باستخدام الجداول الماليه من خلال تطبيق العلاقه :

$$\text{ل} = [\text{ف} - \text{ك ع}]\ \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\therefore \text{ل} = (٦٠٠ - ١٠٠٠)\ \text{د}_{\overline{١٥}|١٠\%}$$

$$= -٤٠٠ \times ٧,٦٠٦٠٨ = -٣٠٤٢,٤٣$$

وذلـــك حيـــث أن $\text{د}_{\overline{١٥}|١٠\%} = ٧,٦٠٦٠٨$ ، مـــن واقـــع الجدول الرابع من الجداول الماليه في صفحة المعدل ١٠ ٪ وأمام الفتره (ن = ١٥)

مثال (٨)

سند قيمته الاسمية ٨٠٠٠ جنيه يستهلك بعد ١٠ سنوات من الآن بنسبه قدرها ١١٠٪ من القيمة الاســـــمية ، فاذا علمت أن السند يمنح فائدة سنويه بمعدل ٨٪ ، فالمطلوب تحديد علاوة أو خصم الشراء اذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ٥٪ سنوياً وكذلك أوجد ثـــمن الشراء .

الحـــل :

- س = ٨٠٠٠ جنيه
- ك = ٨٠٠٠ × ١١٠٪ = ٨٨٠٠ جنيه
- معدل الفائدة = ٨٪ سنوي ، والفوائد تدفع سنوياً
- معدل الإستثمار = ٥٪ سنوي
- ن = ١٠ سنوات .
- ف = ٨٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ = ٦٤٠ جنيه.
- ك ع = ٨٨٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٤٤٠ جنيه.

$$\because \text{ل} = \text{ف} - (\text{ك ع}) \frac{\left[1-(1+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = (٦٤٠ - ٤٤٠) \frac{\left[1-(1+0{,}05)^{-10}\right]}{0{,}05}$$

= ٢٠٠ × ٧,٧٢١٧٣٤٩٢٩

= ١٥٤٤,٣٤٧ جنيه

وحيث أن ل موجبه فإن الشراء تم بعلاوة مقدارها ١٥٤٤,٣٤٧ جنيه

∴ ثمن الشراء (م) = ٨٨٠٠ + ١٥٤٤,٣٤٧

= ١٠٣٤٤,٣٤٧ جنيه

وباستخدام الجداول الماليه :

يمكن تحديد قيمة (ل) باستخدام الجداول الماليه من خلال تطبيق العلاقه :

$$\text{ل} = [\text{ف} - \text{ك ع}] \ \text{د}\,\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%$$

$$\therefore \text{ل} = (٦٤٠ - ٤٤٠) \ \text{د}\,\overline{١٠}|٥\%$$

= ٢٠٠ × ٧,٧٢١٧٣٤٩٢٩

= ١٥٤٤,٣٤٧ جنيه

وذلــك حيــث أن $\text{د}\,\overline{١٠}|٥\%$ = ٧,٧٢١٧٣٤٩٢٩ ، من واقع الجدول الرابع من الجداول الماليه في صفحة المعدل ٥ ٪ وأمام الفتره (ن = ١٠)

إستهلاك السندات :

يوجد عدة طرق يمكن من خلالها استهلاك السندات من الناحية الرياضيه ، ومن أهم تلك الطرق :

(١) إستهلاك السندات بالسحب أو الإقتراع ٠

(٢) إستهلاك السندات في نهاية المدة مرةً واحده ٠

ونتناول فيما يلي النواحي الرياضيه لإستهلاك السندات وفقاً لهاتيْن الطريقتيْن :

أولاً : إستهلاك السندات بالسحب أو الإقتراع ٠

وتتلخص هذه الطريقه في أن المقترض يقوم بسداد عدد معين من السندات المتداولة بطريقة السحب في آخر كل سنه أو آخر كل نصف سنه ، وذلك حسب نظام دفع الفوائد ، على أن تُدفع القيمة الإستهلاكية لحملتها ، وتتحدد قيمة الإستهلاك إما بطريقة الإستهلاكات المتساويه أو بطريقة الأقساط المتساويه ٠

١ – إستهلاك السندات بطريقة الإستهلاكات المتساويه :

وتقوم هذه الطريقه على تقسيم عدد السندات المصدره إلى أجزاء متساويه بقدر عدد وحدات الزمن التي يتقرر استهلاك السندات خلالها ، على أن يتم دفع فوائد السندات المتداوله فقط ، أي بعد خصم عدد السندات المستهلكه ٠

وفيما يلي نتناول أمثله تطبيقيه على هذه الطريقه من طرق استهلاك القروض السنديه ٠

مثال (٩)

أصدرت شركة الغزل والنسيج بالمحلة الكبرى ٥٠٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الإستهلاكات المتساويه على مدى ٥ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٥ ٪ سنوياً٠

المطلوب :

(١) عمل جدول الإستهلاك ؟

(٢) إيجاد مجموع الفوائد التي تحملتها الشركه حتى نهاية المده ؟٠

الحــل :

الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده $= ١٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} =$ ٥ جنيهات٠

الإستهلاك المتساوى من السندات في السنه $= \frac{\text{عدد السندات المصدره}}{\text{المده (بالسنوات)}}$

∴ الإستهلاك المتساوى $= \frac{٥٠٠٠}{٥} =$ ١٠٠٠ سند

الفائدة السنويه =

= عدد السندات المتداوله أول الفتره × الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده

وعلى ذلك ، يكون :

∴ $ف_١$ = ٥٠٠٠ × ٥ = ٢٥٠٠٠ جنيه٠

∴ $ف_٢$ = ٤٠٠٠ × ٥ = ٢٠٠٠٠ جنيه٠

∴ $ف_٣$ = ٣٠٠٠ × ٥ = ١٥٠٠٠ جنيه٠

∴ $ف_٤$ = ٢٠٠٠ × ٥ = ١٠٠٠٠ جنيه٠

∴ $ف_٥$ = ١٠٠٠ × ٥ = ٥٠٠٠ جنيه٠

ويكون مجموع الفوائد المستحقه على المدين يمثل مجموع متواليه عدديه حدها الأول ف١ ، وحدها الأخير فـن ، وعدد حدودها يعادل عدد الفوائد وعلى ذلك :

∴ مجموع الفوائد المستحقه على المدين =

$$= \frac{\text{عدد الفوائد}}{٢} \left(\text{ف}_١ + \text{ف}_\text{ن} \right)$$

∴ مجموع الفوائد = $\frac{٥}{٢}$ [٢٥٠٠٠ + ٥٠٠٠] = <u>٧٥٠٠٠ جنيه</u>

ويكون الإستهلاك السنوي المتساوي =

= عدد السندات في السنه × القيمة الإسميه للسند

= ١٠٠٠ × ١٠٠ = ١٠٠٠٠٠ جنيه ·

جدول الإستهلاك

السنه	عدد السندات المتداوله		الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط المطلوب سنوياً
	المتداوله	المستهلكه			
١	٥٠٠٠	١٠٠٠	٢٥٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٢٥٠٠٠
٢	٤٠٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٢٠٠٠٠
٣	٣٠٠٠	١٠٠٠	١٥٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١١٥٠٠٠
٤	٢٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١١٠٠٠٠
٥	١٠٠٠	١٠٠٠	٥٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٠٥٠٠٠
مجموع		٥٠٠٠	٧٥٠٠٠	٥٠٠٠٠٠	٥٧٥٠٠٠

<u>ملاحظة</u> :

بالنسبة لطريقة الإستهلاكات المتساويه نجد أن القسط الخاص بأي سنه = فائدة السنه + إستهلاكها·

٢- إستهلاك السندات بطريقة الأقساط المتساويه :

وتقوم هذه الطريقه في حساب القسط المتساوي بنفس طريقة حساب القسط عند استهلاك القروض طويلة الأجل ، وفي هذه الطريقه نجد أن الأقساط المدفوعه لن تكون متساويه تماماً ، وذلك لعدم إمكانية استهلاك السند الواحد على أجزاء ، حيث أن السند بطبيعته غير قابل للتجزئه ، ولكن هذه الفروق بين الأقساط تكون بسيطه بحيث لا تتعدى القيمه الإستهلاكيه للسند الواحد ، ولذلك عند استخراج عدد السندات المستهلكه سنوياً يجب تقريب الناتج إلى منزلتين عشريتين ، ويتم تسوية الفروق على هذا الأساس .

وعلى ذلك يكون :

- القيمه الإستهلاكيه للسندات =

  = عدد السندات × القيمه الإسميه للسند الواحد

- القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

  باستخدام الآله الحاسبه

- القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{١}{ر_{\overline{ن}|ع٪}}$

  باستخدام الجدول الخامس

مثال (١٠)

أصدرت إحدى الشركات المساهمه ٥٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الأقساط المتساويه بقدر الإمكان على مدى ٥ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٥ ٪ سنوياً.

المطلوب :

(١) إيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً ؟٠

(٢) تصوير جدول الإستهلاك ؟

الحـــل :

(١) لإيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً :

نوجد القسط المتساوي . حيث :

القيمه الإستهلاكيه للسندات = عدد السندات × القيمه الإسميه للسند الواحد

= ٥٠٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠٠ جنيه

∴ القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

= ٥٠٠٠٠ × $\frac{٠,٠٥}{١-(١+٠,٠٥)^{-٥}}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٢٣٠٩٧٤٨ = ١١٥٤٨,٧٤

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القسط المتساوي = د = ٥٠٠٠٠ × $\frac{١}{د_{\overline{٥|}٥\%}}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٢٣٠٩٧٤٨ = ١١٥٤٨,٧٤

لأن $\frac{١}{د_{\overline{٥|}٥\%}}$ = ٠,٢٣٠٩٧٤٨ من جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة

المعدل ٥ ٪ وأمام المده (ن = ٥) ٠

الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده = ١٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٥ جنيهات٠

وعلى ذلك يمكن إيجاد عدد السندات المستهلكة في نهاية كل سنه كما يلي :

عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الأولى = (د – ف،) ÷ قيمة السند

= $\frac{١١٥٤٨,٧٤-٢٥٠٠٠}{١٠٠}$ = ٩٠,٤٩ = ٩٠ سند

ويكون عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة =

= عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة السابقه (١ + ع)

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ٩٠,٤٩ × ١,٠٥ = ٩٥,٠١ = ٩٥ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثالثه =

= ٩٥,٠١ × ١,٠٥ = ٩٩,٧٦ = ١٠٠ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الرابعه =

= ٩٩,٧٦ × ١,٠٥ = ١٠٤,٧٥ = ١٠٥ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ١٠٤,٧٥ × ١,٠٥ = ١٠٩,٩٩ = ١١٠ سند

وبالتالي يكون مجموع السندات المستهلكه = ٥٠٠ سند

(٢) جدول الإستهلاك :

السنه	عدد السندات المتداوله		الفائده المستحقه	الإستهلاك السنوي	القسط المطلوب سنوياً
	المتداوله	المستهلكه			
١	٥٠٠	٩٠	٢٥٠٠٠	٩٠٠٠	١١٥٠٠
٢	٤١٠	٩٥	٢٠٥٠	٩٥٠٠	١١٥٥٠
٣	٣١٥	١٠٠	١٥٧٥	١٠٠٠٠	١١٥٧٥
٤	٢١٥	١٠٥	١٠٧٥	١٠٥٠٠	١١٥٧٥
٥	١١٠	١١٠	٥٥٠	١١٠٠٠	١١٥٥٠
مجموع		٥٠٠	٧٧٥٠	٥٠٠٠٠	٥٧٧٥٠

ملاحظات:

- ☒ الفائدة السنويه المستحقه = عدد السندات المتداوله × فائدة السند
- ☒ الإستهلاك السنوي = عدد السندات المستهلكه × القيمه الإسميه للسند
- ☒ مجموع الإستهلاكات لا بد أن تتساوى مع القيمه الإستهلاكيه للسندات
- ☒ القسط = الفائده المستحقه + الإستهلاك السنوي
- ☒ مجموع الأقساط = مجموع الفوائد + مجموع الإستهلاكات
- ☒ الأقساط السنويه غير متساويه تماماً ولكنها متساويه بقدر الإمكان ، ونلاحظ أن الفرق بين أصغر قسط (١١٥٠٠) وأكبر قسط (١١٥٧٥) هو ٧٥ جنيه ، وهذا الفرق لا يتعدى القيمه الإسميه للسند (١٠٠) ٠

٣- إستهلاك السندات الرابحه (ذات الجوائز)

عند إصدار القروض السنديه نجد أن الهيئات المصدره تتكبد جهود ضخمه في تشجيع المستثمرين في الإكتتاب في مثل هذه السندات بشتى وسائل الدعايه والإعلان ، حيث يتم الإعلان عادةً عن منح جوائز سنويه لبعض السندات التي تفوز في السحب السنوي الذي يتم لهذا الغرض ٠

وعلى ذلك يمكن تقسيم السندات التي تُستهلك إلى قسمين ، الأول منها يحصل على القيمه الإستهلاكيه والفوائد المستحقه في نهاية السنه فقط ، والقسم الثاني يحصل على الجوائز فقط أو الجوائز مضافاً إليها القيمه الإستهلاكيه والفوائد ، ويترتب على ذلك تحمل الجهه المصدره للسندات تكاليف وأعباء إضافيه لمواجهة الجوائز المحتمله ٠

وقد جرت العاده على أن منح هذه الجوائز يسقط حق صاحب السند الرابح في المطالبه بالقيمة الإستهلاكية لسنده أو بالفائدة المستحقة له في يوم السحب ، ولكن في بعض الأحيان قد يُنص على أن منح الجائزة للسند لا تسقط حق صاحبه في الفوائد أو في القيمة الإستهلاكية للسند بهدف تشجيع جمهور المستثمرين على الإقبال على الإكتتاب في هذا النوع من السندات.

ومن الواضح أن سعر مثل هذه السندات في السوق الماليه يأخذ في الإرتفاع سنة بعد أخرى لأنه مع نقص عدد السندات المتداوله في السوق كلما زاد احتمال ربحها ، ومن هنا نجد أن الكثيرين من خملة هذه السندات يؤمنون عليه لدى شركات التأمين ضد الإستهلاك أملاً في الفوز بالجائزة الأولى يوماً ما ، وفي حالة استهلاك السند تقوم شركة التأمين بإعطاء المستأمن سنداً آخر من نفس النوع وبنفس المزايا نظير إلتزامه بسداد قسط التأمين وفي موعد إستحقاقه .

مثال (١١)

أصدرت إحدى الشركات المساهمه ٥٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الأقساط المتساويه بقدر الإمكان على مدى ٥ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٥ ٪ سنوياً ، فإذا كان :

- ☒ تربح العشر سندات الأولى في كل سحب جوائز ماليه قدرها ٢٠٠٠ جنيه
- ☒ يفقد حامل السند الرابح في كل سحب حقه في استلام القيمه الإستهلاكيه للسند والفوائد المستحقه له يوم السحب .
- ☒ وعلى فرض أن إجمالي ما تتحمله الشركه المصدره من فوائد وإستهلاكات وجوائز سنويه يجب أن يكون متساوياً بقدر الإمكان .

المطلوب :

(١) إيجاد عدد السندات المستهلكه آخر كل سنه (الرابحه منها وغير الرابحه) ؟٠

(٢) تحديد مقدار الفوائد السنويه والإستهلاكات ؟٠

(٣) تصوير جدول الإستهلاك ؟

الحــل :

(١) لإيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً :

نوجد القسط المتساوي . حيث :

القيمه الإستهلاكيه للسندات = ٥٠٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠٠ جنيه

الفائدة السنويه للسند = ١٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٥ جنيهات٠

الإستهلاك الأول = ك١ = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{١}{جـ_{\overline{ن|}ع\%}}$

∴ قيمة الإستهلاك الأول = ك١ = ٥٠٠٠٠ × $\left(\frac{١}{د_{\overline{ن|}ع\%}} - ع\right)$

$$= ٥٠٠٠٠ \left(\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}} - ع\right)$$

$$= ٥٠٠٠٠ \times \left(\frac{٠,٠٥}{١-(١+٠,٠٥)^{-٥}} - ٠,٠٥\right)$$

= ٥٠٠٠٠ × ٠,١٨٠٩٧٤٨ = ٩٠٤٨,٧٤

وعلى ذلك يكون :

عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الأولى =

= $\frac{٩٠٤٨,٧٤}{١٠٠}$ = ٩٠,٤٩ = **٩٠** سند

ويكون عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة =

= عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة السابقه (١ + ع)

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ٩٠,٤٩ × ١,٠٥ = ٩٥,٠١ = **٩٥** سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثالثه =

= ٩٥,٠١ × ١,٠٥ = ٩٩,٧٦ = **١٠٠** سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الرابعه =

= ٩٩,٧٦ × ١,٠٥ = ١٠٤,٧٥ = **١٠٥** سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ١٠٤,٧٥ × ١,٠٥ = ١٠٩,٩٩ = **١١٠** سند

وبالتالي يكون مجموع السندات المستهلكه = ٥٠٠ سند

وبالتالي يكون :

∴ ف١ = (٥٠٠-١٠) × ٥ = ٢٤٥٠ جنيه.

∴ ف٢ = (٤١٠-١٠) × ٥ = ٢٠٠٠ جنيه.

∴ ف٣ = (٣١٥-١٠) × ٥ = ١٥٢٥ جنيه.

∴ ف٤ = (٢١٥-١٠) × ٥ = ١٠٢٥ جنيه.

∴ ف٥ = (١١٠-١٠) × ٥ = ٥٠٠ جنيه.

ومن هنا يمكن حساب مقدار الإستهلاك السنوي بناءاً على عدد السندات المستهلكه سنوياً ، حيث :

الإستهلاك السنوي الأول = (٩٠-١٠) × ١٠٠ = ٨٠٠٠ جنيه

الإستهلاك السنوي الثاني = (٩٥-١٠) × ١٠٠ = ٨٥٠٠ جنيه

الإستهلاك السنوي الثالث = (١٠٠-١٠) × ١٠٠ = ٩٠٠٠ جنيه

الإستهلاك السنوي الرابع = (١٠٥-١٠) × ١٠٠ = ٩٥٠٠ جنيه

الإستهلاك السنوي الخامس = (١١٠-١٠) ×١٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه

ومن ثم يمكن حساب القسط السنوي المتساوي بقدر الإمكان على النحو التالي ، حيث :

القسط = الفائده + الإستهلاك + الجوائز

القسط الأول = ٢٤٥٠ + ٨٠٠٠ + ٢٠٠٠ (جوائز) = ١٢٤٥٠ جنيه

القسط الثاني = ٢٠٠٠ + ٨٥٠٠ + ٢٠٠٠ (جوائز) = ١٢٥٠٠ جنيه

القسط الثالث = ١٥٢٥ + ٩٠٠٠ + ٢٠٠٠ (جوائز) = ١٢٥٢٥ جنيه

القسط الرابع = ١٠٢٥ + ٩٥٠٠ + ٢٠٠٠ (جوائز) = ١٢٥٢٥ جنيه

القسط الخامس= ٥٠٠ + ١٠٠٠٠ + ٢٠٠٠ (جوائز) = ١٢٥٠٠ جنيه

وطبقاً للنتائج السابقه يكون :

جدول الإستهلاك :

السنه	عدد السندات			المبالغ الواجب على الشركه دفعها			
	المتداوله	المستهلكه					
		رابحه	غير رابحه	الفائده	الإستهلاك	الجوائز	القسط
١	٥٠٠	١٠	٨٠	٢٤٥٠	٨٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٤٥٠
٢	٤١٠	١٠	٨٥	٢٠٠٠	٨٥٠٠	٢٠٠٠	١٢٥٠٠
٣	٣١٥	١٠	٩٠	١٥٢٥	٩٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٥٢٥
٤	٢١٥	١٠	٩٥	١٥٢٥	٩٥٠٠	٢٠٠٠	١٢٥٢٥
٥	١١٠	١٠	١٠٠	٥٠٠	١٠٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٥٠٠
مجموع		٥٠	٤٥٠	٧٥٠٠	٤٥٠٠٠	١٠٠٠٠	٦٢٥٠٠

ملاحظات على الجدول :

- الفائدة السنويه المستحقه =

(عدد السندات المتداوله – عدد السندات الرابحه) × فائدة السند

- الإستهلاك السنوي = عدد السندات غير الرابحه × القيمه الإستهلاكيه للسند
- القسط = الفائده المستحقه + الإستهلاك السنوي + الجوائز
- مجموع الأقساط = مجموع الفوائد + مجموع الإستهلاكات + مجموع الجوائز
- الأقساط السنويه غير متساويه تماماً ولكنها متساويه بقدر الإمكان ، ونلاحظ أن الفرق بين أصغر قسط (١٢٤٥٠) وأكبر قسط (١٢٥٢٥) هو ٧٥ جنيه ، وهذا الفرق لا يتعدى القيمه الإستهلاكيه للسند (١٠٠) .
- قد يُنص في شروط الإصدار على حرمان السندات المستهلكه غير الرابحه من حقها في الفوائد التي تُستحق يوم السحب.

مثال (١٢)

حقق المطلوب في المثال السابق (١٠) في ظل الشروط التاليه :

- تربح العشر سندات الأولى في كل سحب جوائز ماليه قدرها ٢٠٠٠ جنيه
- يفقد حامل السند الرابح حقه في استلام القيمه الإستهلاكيه للسند .
- يفقد جميع حملة السندات المستهلكه الحق في الفوائد المستحقه له يوم السحب .
- وعلى فرض أن إجمالي ما تتحمله الشركه المصدره من فوائد وإستهلاكات وجوائز سنويه يجب أن يكون متساوياً بقدر الإمكان .

الحــل :

القيمه الإستهلاكيه للسندات = ٥٠٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠٠ جنيه

الفائدة السنويه للسند = ١٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٥ جنيهات.

وبالتالي يكون الفوائد السنويه :

∴ $ف_١$ = ٤١٠ × ٥ = ٢٠٥٠ جنيه.

∴ $ف_٢$ = ٣١٥ × ٥ = ١٥٧٥ جنيه.

∴ $ف_٣$ = ٢١٥ × ٥ = ١٠٧٥ جنيه.

∴ $ف_٤$ = ١١٠ × ٥ = ٥٥٠ جنيه.

∴ $ف_٥$ = صفر × ٥ = صفر

وبالتالي تكون الإستهلاكات السنويه :

∴ $ك_١$ = ٨٠ × ١٠٠ = ٨٠٠٠ جنيه.

∴ $ك_٢$ = ٨٥ × ١٠٠ = ٨٥٠٠ جنيه.

∴ $ك_٣$ = ٩٠ × ١٠٠ = ٩٠٠٠ جنيه.

∴ $ك_٤$ = ٩٥ × ١٠٠ = ٩٥٠٠ جنيه.

∴ $ك_٥$ = ١٠٠ × ١٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه.

جدول الإستهلاك :

السنه	عدد السندات			المبالغ الواجب على الشركه دفعها			
	المتداوله	المستهلكه		الفائده	الإستهلاك	الجوائز	القسط
		رابحه	غير رابحه				
١	٥٠٠	١٠	٨٠	٢٠٥٠	٨٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٥٠
٢	٤١٠	١٠	٨٥	١٥٧٥	٨٥٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٧٥
٣	٣١٥	١٠	٩٠	١٠٧٥	٩٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٧٥
٤	٢١٥	١٠	٩٥	١٥٢٥	٩٥٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٥٠
٥	١١٠	١٠	١٠٠	صفر	١٠٠٠٠	٢٠٠٠	١٢٠٠٠
مجموع		٥٠	٤٥٠	٥٢٥٠	٤٥٠٠٠	١٠٠٠٠	٦٠٢٥٠

٤- إستهلاك السندات بطريقة مخصص الإهلاك المستثمر :

وبموجب هذه الطريقه تقوم الهيئة المصدرة بسداد القيمه الإستهلاكية للسندات دفعه واحده عند تاريخ إستحقاقها ، ونظراً لأن قروض السندات تصدر عادةً بمبالغ ضخمه جداً ، فإنه يكون من العسير على الهيئه المقترضه رد القيمه الإستهلاكيه للقرض السندي مرةً واحده دون أن يرتبك المركز المالي للهيئه ، ولذلك ، تلجأ تلك الهيئات إلى تدبير المبلغ اللازم لاستهلاك السندات بحجز مبالغ متساويه من أرباحها السنويه في آخر كل سنه ، واستثمار هذه المبالغ كدفعه عاديه في أحد المصارف بمعدل الفائدة السائد في السوق ، بحيث تكون جملة هذه المبالغ (الدفعات) في نهاية مدة القرض السنوي مساويه للقيمة الإستهلاكيه للسندات التي أصدرتها الهيئه .

وتلجأ الهيئات المقترضه لإتباع هذا الأسلوب عندما تجد أنه في إمكانها أن تستثمر أموالها بمعدل أعلى من المعدل الذي تمنحه لحملة السندات ، ونتناول فيما يلي تطبيق لهذه الطريقه.

مثال (١٣)

أصدرت إحدى الجهات الحكوميه ١٠٠٠٠٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠٠ جنيه ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٨,٥ ٪ سنوياً ، على أن تردها بقيمتها الإسميه في نهاية ٢٠ سنه ، ولقد قررت الهيئه تكوين مخصص الإهلاك لمقابلة القرض السندي الذي يُستثمر لدى أحد المصارف آخر كل سنه بمعدل ٦,٥ ٪ سنوياً .

المطلوب :

(١) إيجاد قسط مخصص الإهلاك المستثمر ؟.

(٢) المبلغ الواجب لسداد الفوائد وقسط مخصص الإهلاك معاً ؟

الحـــل :

(١) إيجاد قسط مخصص الإهلاك المستثمر :

الفائدة السنويه للسند الواحد $= ١٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{١٠٠} =$ ٨٥ جنيه.

القيمه الإستهلاكيه للسندات = عدد السندات × القيمه الإسميه للسند الواحد

$= ١٠٠٠٠٠٠ \times ١٠٠٠$

$=$ ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ جنيه

∴ قسط مخصص الإهلاك المستثمر =

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للسندات} \times \left(\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right)$$

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للسندات} \times \left(\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}} - ع \right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \times \left(\frac{٠,٠٦٥}{١-(١+٠,٠٦٥)^{-٢٠}} - ٠,٠٦٥ \right)$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠ \times ٠,٠٢٥٧٥٦٣٩٥$$

= ٢٥٧٥٦٣٩٥ جنيه

الفائده السنويه للسندات = فائدة السند × عدد السندات المصدره

$= ٨٥ \times ١٠٠٠٠٠٠$

= ٨٥٠٠٠٠٠٠ جنيه

المبلغ الواجب حجزه مقدماً تحت حساب هذا القرض السندي =

= الفائده السنويه للسندات + قسط مخصص الإهلاك المستثمر

$= ٨٥٠٠٠٠٠٠ + ٢٥٧٥٦٣٩٥$

= **١١٠٧٥٦٣٩٥** جنيه

مخاطر أسعار الخصم على أسعار السندات[1] :

يرغب المستثمر في السندات في معرفة أثر التغير في أسعار الفائده على سعر السند ، أو ما يُسمى بحساسية سعر السند للتغيرات في أسعار الفائده ، وهذه الحساسيه تُعرف بمخاطر أسعار الفائده ، ويتمثل جوهر تلك المخاطر في العلاقه العكسيه بين سعر السند ومعدل الخصم المستخدم في حساب ذلك السعر .

معامل الإستغراق :

ولقد تم تطوير بعض المقاييس لكي تُستخدم في قياس مخاطر أسعار الفائده ، ومن أشهر المقاييس المستخدمه في قياس تلك المخاطر ما يُسمى بمعامل الإستغراق لماكولاي **Maculay** ، ويمكن حساب ذلك المعامل باستخدام العلاقه التاليه :

$$\text{غ} = \frac{\frac{١ \times \text{ف}_{١}}{(١+\text{ع})^{١}} + \frac{٢ \times \text{ف}_{٢}}{(١+\text{ع})^{٢}} + \frac{٣ \times \text{ف}_{٣}}{(١+\text{ع})^{٣}} + \cdots\cdots + \frac{\text{ن}\,(\text{ف}_{\text{ن}}+\text{ك})}{(١+\text{ع})^{\text{ن}}}}{\text{م}}$$

حيث :

غ : معامل الإستغراق .

$\text{ف}_{١}$ ، $\text{ف}_{٢}$ ، $\text{ف}_{٣}$ ، ....، $\text{ف}_{\text{ن}}$ تمثل مقدار الفائده السنويه (الكوبون) على السند بالجنيه .

ع : معدل العائد (بسعر الخصم) المستخدم في تسعير السند .

ك : القيمه الإستهلاكيه للسند .

م : سعر السند الآن .

[1] د. سعد عبد الحميد مطاوع ، الأسواق الماليه المعاصره ، مكتبة أم القرى ، ٢٠٠١م ، ص ص ٣٤٠-٣٥٠

مثال (١٤)

سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع بعد ٥ سنوات بقيمة استهلاكية توازي نفس القيمة الاسمية ، فاذا كان السند يدر فائدة بمعدل ٥٪ سنوياً تدفع في آخر كل سنة ، فالمطلوب تحديد معامل الإستغراق بفرض أن معدل العائد المطلوب ٨٪ سنوياً ؟٠

الحـــل :

- س = ك = ١٠٠٠ جنيه٠   • معدل الفائدة = ٥٪ سنوي
- معدل الإستثمار = ٨٪ سنوي   • ن = ٥ سنوات ٠
- $ف = ١٠٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ٥٠$ جنيه٠

$$\because \; م = ك \times (١+ع)^{-ن} + \frac{ف\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$$

$$\therefore \; م = ١٠٠٠ \times (١+٠,٠٨)^{-٥} + \frac{٥٠\left[١-(١+٠,٠٨)^{-٥}\right]}{٠,٠٨}$$

$$= [١٠٠٠ \times ٠,٦٨٠٥٨٣] + [٥٠ \times ٣,٩٩٢٧١]$$

$= ٦٨٠,٥٨٣ + ١٩٩,٦٣٥ = ٨٨٠,٢٩$ جنيه ٠

$$غ = \frac{\frac{٥٠\times١}{(١,٠٨)^{١}} + \frac{٥٠\times٢}{(١,٠٨)^{٢}} + \frac{٥٠\times٣}{(١,٠٨)^{٣}} + \frac{٥٠\times٤}{(١,٠٨)^{٤}} + \frac{٥(٥٠+١٠٠٠)}{(١,٠٨)^{٥}}}{٨٨٠,٢٩}$$

$$\therefore \; غ = \frac{٤٦,٣ + ٨٥,٧٣ + ١١٩,٠٥ + ١٤٧,٠٥ + ٣٥٧٣,٨٦}{٨٨٠,٢٩} = ٤,٥١ \text{ سنه}$$

وهنا نجد أن (غ) أقل من (ن ، أي عمر السند) ، وذلك بالنسبة للسندات التي تحمل كوبونات ، أما بالنسبة للسندات التي لا تحمل كوبونات فإن غ = ن

تأثير عمر السند على معامل الإستغراق :

تدل الدراسات الرياضيه على وجود علاقه طرديه بين معامل الإستغراق (غ) من ناحيه ، وعمر السند (ن) من ناحيه أخرى ، وفيما يلي مثال يوضح ذلك .

مثال (١٥)

في المثال السابق (١٣) بفرض أن السند يستحق بعد ٧ سنوات (بدلاً من ٥ سنوات) ، فالمطلوب تحديد معامل الإستغراق ؟.

الحـــل :

- س = ك = ١٠٠٠ جنيه.　　　　* معدل الفائدة = ٥٪ سنوي
- ع = ٨٪　　　　* ن = ٧ سنوات .　　* ف = ٥٠ جنيه.

$$\therefore \text{م} = ١٠٠٠ \times (١+٠,٠٨)^{-٧} + \frac{٥٠\left[١-(١+٠,٠٨)^{-٧}\right]}{٠,٠٨}$$

$$= [١٠٠٠ \times ٠,٥٨٣٤٩٠٤] + [٥٠ \times ٥,٢٠٦٣٧]$$

$$= ٥٨٣,٤٩ + ٢٦٠,٣٢ = ٨٤٣,٨١ \text{ جنيه .}$$

$$\therefore \text{غ} = \frac{\frac{٥٠\times١}{(١,٠٨)^{١}} + \frac{٥٠\times٢}{(١,٠٨)^{٢}} + \frac{٥٠\times٣}{(١,٠٨)^{٣}} + \frac{٥٠\times٤}{(١,٠٨)^{٤}}}{٨٤٣,٨١}$$

$$+ \frac{\frac{٥٠\times٥}{(١,٠٨)^{٥}} + \frac{٥٠\times٦}{(١,٠٨)^{٦}} + \frac{٧\,(٥٠+١٠٠٠)}{(١,٠٨)^{٧}}}{٨٤٣,٨١}$$

$$= \frac{٤٦,٣+٨٥,٧٣+١١٩,٠٥+١٤٧,٠٥+١٧٠,٢+١٨٩,٠٤+٤٢٨٨,٢١}{٨٤٣,٨١}$$

= ٥,٩٨ سنه

ومن هنا يتضح أنه بزيادة عمر السند (ن) يزيد معامل الإستغراق (غ) .

تأثير قيمة الكوبون (ف) على معامل الإستغراق :

تدل الدراسات الرياضيه على وجود علاقه عكسيه بين معامل الإستغراق (غ) ، وقيمة الكوبون (ف) ، وفيما يلي مثال يوضح ذلك .

مثال (١٦)

في المثال الأسبق (١٤) بفرض أن معدل الفائده ٣٪ (بدلاً من ٥٪) ، فالمطلوب تحديد معامل الإستغراق ؟.

الحـــل :

- س = ك = ١٠٠٠ جنيه.   * معدل الفائدة = ٣٪ سنوي
- ع = ٨٪   * ن = ٥ سنوات .   * ف = ٣٠ جنيه.

$$\therefore \text{م} = ١٠٠٠ \times (١ + ٠,٠٨)^{-٥} + \frac{٣٠\left[١ - (١ + ٠,٠٨)^{-٥}\right]}{٠,٠٨}$$

$$= [١٠٠٠ \times ٠,٦٨٠٥٨٣] + [٣٠ \times ٣,٩٩٢٧١]$$

$$= ٦٨٠,٥٨٣ + ١١٩,٧٨٠ = ٨٠٠,٣٦٣ \text{ جنيه .}$$

$$\text{غ} = \frac{\frac{١ \times ٣٠}{(١,٠٨)^{١}} + \frac{٢ \times ٣٠}{(١,٠٨)^{٢}} + \frac{٣ \times ٣٠}{(١,٠٨)^{٣}} + \frac{٤ \times ٣٠}{(١,٠٨)^{٤}} + \frac{٥(٣٠ + ١٠٠٠)}{(١,٠٨)^{٥}}}{٨٠٠,٣٦}$$

$$= \frac{٢٧,٧٧ + ٥١,٤٤ + ٧١,٤٣ + ٨٨,٢٤ + ٣٥٠٥,٧٩}{٨٠٠,٣٦}$$

$$= \frac{٣٧٤٤,٦٧}{٨٠٠,٣٦} = ٤,٦٨ \text{ سنه}$$

ومن هنا يتضح أنه مع إنخفاض معدل الفائده من ٥٪ إلى ٣٪ ، إرتفع معامل الإستغراق (غ) من ٤,٥١ سنه إلى ٤,٦٨ سنه (أي توجد علاقه عكسيه) .

إستخدام معامل الإستغراق في حساب النسبة المئويه للتغير في سعر السند نتيجة التغير في معدلات الإستثمار :

نتيجة تغير معدلات الإستثمار السائده في السوق تتغير أسعار السندات إرتفاعاً وانخفاضاً ، ولذا توجد حاجه ماسه لدى المستثمرين في معرفة أثر التغير في معدلات الإستثمار بنسبه معينه على سعر السند .

ويمكن حساب نسبة التغير في سعر السند الناتجه عن زيادة أو انخفاض معدل الإستثمار (ع) بمقدار معين ، وذلك باستخدام معامل الإستغراق على النحو التالي :

النسبة المئويه للتغير في سعر السند = $\Delta_{س}$ =

$$= -غ \left(\frac{\Delta_{ع}}{١+ع}\right)$$

حيث :

$\Delta_{س}$: تمثل النسبة المئويه للتغير في سعر السند

$\Delta_{ع}$: يمثل مقدار التغير في معدل الإستثمار .

ع : يمثل معدل الإستثمار قبل التغير

ويمكن استخدام الأسلوب السابق في معرفة مقدار التغير النقدي في سعر السند كما يلي :

مقدار التغير في سعر السند بالجنيه =

= النسبه المئويه للتغير في سعر السند × سعر السند قبل التغير

ونتناول فيما يلي مثال يوضح تلك الجوانب العمليه .

مثال (١٧)

بفرض أن سعر السند الذي يحمل كوبون بمعدل فائده ٥٪ سنوي ومدته ٥ سنوات يعادل ٨٨٠,٣٨ وذلك عندما كان معدل الإستثمار ٨ ٪ ، وفي ظل هذه المعلومات تم حساب معامل الإستغراق فكان ٤,٥١ سنه ، فإذا فرض أن معدل الإستثمار قد زاد من ٨ ٪ إلى ١٠ ٪ ، المطلوب حساب :

١. نسبة التغير في سعر السند نتيجة التغير في معدل الإستثمار؟٠

٢. مقدار التغير بالجنيه في سعر السند نتيجة التغير في معدل الإستثمار؟

الحــل :

غ = ٤,٥١ ، ع = ٨٪ ، Δ ع = ١٠٪ - ٨٪ = ٢ ٪ = ٠,٠٢

(١) النسبة المئويه للتغير في سعر السند = - غ $\left(\frac{\Delta ع}{١ + ع}\right)$

= - ٤,٥١ × $\frac{٠,٠٢}{١,٠٨}$ = - ٠,٠٨٣٥ = - ٨,٣٥ ٪

وهذا يعني أن زيادة معدل الإستثمار السائد في السوق من ٨٪ إلى ١٠٪ سوف يؤدي إلى انخفاض سعر السند بنسبة ٨,٣٥ ٪ من قيمته الأصليه ٠

(٢) مقدار التغير في سعر السند بالجنيه =

= النسبه المئويه للتغير في سعر السند × سعر السند قبل التغير

= - $\frac{٨٣٥}{١٠٠٠٠}$ × ٨٨٠,٣٨ = - ٧٣,٥ جنيه ٠

أي أنه نتيجة إرتفاع معدل الخصم من ٨٪ إلى ١٠٪ ، ينخفض سعر السند بمقدار ٧٣,٥ جنيه ٠

معامل الإستغراق المعدل :

يمكن حساب معامل الإستغراق المعدل عن طريق قسمة معامل الإستغراق على (١ + ع)

$$\text{معامل الإستغراق المعدل} = \frac{\text{غ}}{\text{١+ع}}$$

فإذا كان معامل الإستغراق = غ = ٤,٥١ سنه في ظل معدل الإستثمار ٨٪ ، فإن :

$$\text{معامل الإستغراق المعدل} = \frac{٤,٥١}{١+٠,٠٨} = ٤,١٧٦ \text{ سنه}$$

الطريقه المختصره لحساب معامل الإستغراق للسندات :

يمكن حساب معامل الإستغراق بطريقه مختصره بإتباع الخطوات التاليه :

(١) نقوم بزيادة معدل الإستثمار (معدل الخصم) بمقدار معين (وليكن ١٪) ، ونستخدم المعدل بعد الزياده في حساب سعر السند فيكون السعر الناتج ($م^{+}$)

(٢) نقوم بتخفيض معدل الإستثمار (معدل الخصم) بمقدار معين (وليكن ١٪) ، ونستخدم المعدل بعد التخفيض في حساب سعر السند فيكون السعر الناتج ($م^{-}$)

(٣) نعتبر الثمن الأصلي للسند قبل التعديلات كما هو مستخدم (م)

(٤) نحسب معامل الإستغراق باستخدام العلاقه التاليه :

$$\text{غ} = \frac{\text{س}^{-} - \text{س}^{+}}{٢ \left(\text{س} \times \Delta_{\text{ع}} \right)}$$

مثال (١٨)

بفرض أن القيمه الإسميه لسند إحدى الهيئات ١٠٠٠ جنيه ، والسند يستحق بعد ٥ سنوات من الإصدار ، ويُستهلك بنفس قيمته الإسميه ، والسند يحمل كوبون بمعدل فائده ٥٪ سنوي ، وأن السعر الحالي يعادل ٨٨٠,٣٨ جنيه وذلك عندما كان معدل الإستثمار ٨ ٪ ، المطلوب استخدام الطريقه المختصره في حساب :

(١) معامل الإستغراق ؟٠

(٢) معامل الإستغراق المعدل ؟٠

الحـــل :

- س = ك = ١٠٠٠ جنيه٠
- معدل الفائدة = ٥٪ سنوي
- ع = ٨٪
- ن = ٥ سنوات ٠
- ف = ٥٠ جنيه٠

نفرض زيادة معدل الإستثمار (ع) بمقدار ١٪ ، أي أن ع = ٩٪

$$\therefore \text{م}^{+} = \text{١٠٠٠} \times (\text{١}+\text{٠,٠٩})^{-\text{٥}} + \frac{\text{٥٠}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{٠,٠٩})^{-\text{٥}}\right]}{\text{٠,٠٩}}$$

= [٠,٦٤٩٩٣١٤ × ١٠٠٠] + [٣,٨٨٩٦٥ × ٥٠]

= ٦٤٩,٩٣ + ١٩٤,٤٨

= ٨٤٤,٤١ جنيه ٠

نفرض إنخفاض معدل الإستثمار (ع) بمقدار ١٪ ، أي أن ع = ٧٪

∴ م⁻ = ١٠٠٠ × (١+٠,٠٧)^-٥ + ٥٠ [١-(١+٠,٠٧)^-٥] / ٠,٠٧

= [١٠٠٠ × ٠,٧١٢٩٨٦] + [٥٠ × ٤,١٠٠٢]

= ٧١٢,٩٩ + ٢٠٥,٠١ = ٩١٨,٠٠ جنيه .

معامل الإستغراق = غ = (س⁻ − س⁺) / ٢ (س × Δع)

= (٩١٨,٠٠ − ٨٤٤,٤١) / (٢ × ٨٨٠,٣٨ × ٠,٠١)

= ٧٣,٥٩ / ١٧,٦٠٧٦ = ٤,١٨ سنه

(٢) معامل الإستغراق المعدل = غ / (١+ع)

معامل الإستغراق المعدل = ٤,١٨ / (١+٠,٠٨) = ٣,٨٧ سنه.

وبمقارنة معامل الإستغراق الذي تم التوصل إليه بالطريقه المختصره وهو ٤,١٨ سنه ، بمعامل الإستغراق الذي تم التوصل إليه بالطريقه السابقه وهو ٤,١٧٦ ، نجد أن الفروق قليله جداً ، ويتضح أن الطريقه المختصره تعطي المستثمرين بصوره تقريبيه نفس النتيجه التي يمكن التوصل إليها بالطريقه المطوله .

تمارين محلولة على المبحث السادس

(تمرين ١)

أمامك سندات مطروحة في سوق المال بحيث أن السند قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع بعد ١٠ سنوات بقيمة استهلاكية توازي نفس القيمة الاسمية ، فاذا كان السند يدر فائدة بمعدل ٦٪ سنوياً تدفع في آخر كل سنة ، فالمطلوب تحديد ثمن شراء السند بفرض أنك ترغب في أن تستثمر أموالك بمعدل ٨٪ سنوياً . .

الحـل :

- س = ك = ٥٠٠٠ جنيه٠
- معدل الفائدة = ٦٪ سنوي
- معدل الإستثمار = ٨٪ سنوي
- ن = ١٠ سنوات ٠
- $\text{ف} = ٥٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} = ٣٠٠$ جنيه٠

∵ ثمن شراء السند = $\text{م} = \text{ك} \times (١+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

∴ $\text{م} = ٥٠٠٠ \times (١+٠,٠٨)^{-١٠} + \frac{٣٠٠\left[١-(١+٠,٠٨)^{-١٠}\right]}{٠,٠٨}$

= [٥٠٠٠ × ٠,٤٦٣١٩٣٤٨٨] + [٣٠٠ × ٦,٧١٠٠٨١]

= ٢٣١٥,٩٦٧ + ٢٠١٣,٠٢٤

= ٤٣٢٨,٩٩ جنيه ٠

<u>وباستخدام الجداول الماليه :</u>

ثمن شراء السند =

م = ك × ح ن ع٪ + ف × د ن|ع٪

∴ م = ٥٠٠٠ × ح ١٠ ٨٪ + ٧٠٠ × د ١٠|٨٪

= [٥٠٠٠ × ٠,٤٦٣١٩٣٤٨٨] + [٣٠٠ × ٦,٧١٠٠٨١]

= ٢٣١٥,٩٦٧ + ٢٠١٣,٠٢٤

= ٤٣٢٨,٩٩ جنيه .

حيث أن :

- ح ١٠ ٨٪ = ٠,٤٦٣١٩٣ من واقع الجدول الثاني من الجداول الماليه في صفحة المعدل ٨ ٪ ، وأمام الفتره (ن = ١٠)
- د ١٠|٨٪ = ٦,٧١٠٠٨١ من واقع الجدول الرابع من الجداول الماليه في صفحة المعدل ٨ ٪ ، وأمام الفتره (ن = ١٠)

(تمرين ٢)

سند قيمته الاسمية ٥٠٠٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ٥ سنوات من الآن ويعطي الفوائد بمعدل سنوي قدره ٨٪ وتدفع الفوائد في نهاية كل ٦ شهور ، ما ثمن شراء هذا السند اذا علمت أن معدل الاستثمار ٥٪ لكل ٦ شهور وأن السند يستهلك بنفس القيمة الاسمية ؟

أولا : اذا تم الشراء بعد صرف الكوبون مباشرة

ثانيا : اذا تم الشراء قبل صرف الكوبون مباشرة .

الحــل :

- س = ك = ٥٠٠٠٠ ٠
- عدد الفترات الزمنية = ن = ٢ × ٥ = ١٠ فترات زمنية نصف سنوية
- معدل الفائدة الدورية النصف سنوي = ٤٪ عن كل ٦ شهور
- معدل الاستثمار ٥٪ لكل ٦ شهور
- ف = ٥٠٠٠٠ × $\frac{٤}{١٠٠}$ = ٢٠٠٠ جنيه٠

أولاً : <u>ثمن الشراء بعد صرف كوبون الفوائد مباشرةً</u> =

∵ ثمن شراء السند = م = ك × $(١+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$

∴ م = ٥٠٠٠٠ × $(١+٠,٠٥)^{-١٠} + \frac{٢٠٠٠\left[١-(١+٠,٠٥)^{-١٠}\right]}{٠,٠٥}$

أو

= ٥٠٠٠٠ × $\text{ح}^{١٠}_{٥٪}$ + ٢٠٠٠ × $\text{د}_{\overline{١٠}|٥٪}$

= [٥٠٠٠٠ × ٠,٦١٣٩١٣] + [٢٠٠٠ × ٧,٧٢١٧٣٥]

= ٣٠٦٩٥,٦٦ + ١٥٤٤٣,٤٧

= ٤٦١٣٩,١٣ جنيه ٠

ثانياً : <u>ثمن شراء السند قبل صرف الكوبون مباشرةً</u>

= ثمن الشراء بعد صرف كوبون الفوائد مباشرةً + مقدار فائدة دورية واحدة

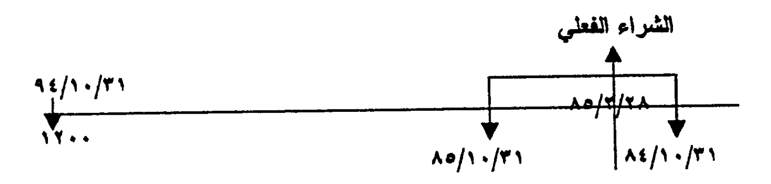
∴ ثمن الشراء قبل صرف الكوبون مباشرةً = ٤٦١٣٩,١٣ + ٢٠٠٠

= ٤٨١٣٩,١٣ جنيه ٠

(تمرين ٣)

سند قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيه يستحق الدفع ١٩٩٤/١٠/٣١ بقيمة استهلاكية ١٢٠٪ ومعدل الفائدة السنوي ٨٪ والفائدة تدفع في ١٠/٣١ من كل عام وكان هذا الشخص قد قام بشراء هذا السـند في ١٩٨٥/٢/٢٨ والمطلـوب ايجاد ثمن شراء هذا السند اذا كان معدل الاستثمار ٦٪ سنوياً .

الحـل :



بفرض أن الشراء تم في تاريخ دفع آخر فائدة قبل سنة الشـراء مباشرة أى في ١٩٨٤/١٠/٣١

ومن هنا يكون :

- س = ١٠٠٠٠ جنيه
- ك = ١٠٠٠٠ × ١٢٠٪ = ١٢٠٠٠ جنيه .
- معدل الفائدة = ٨٪ سنوي
- معدل الإستثمار = ٦ ٪ سنوي

١٩٩٤/١٠/٣١
١٩٨٤/١٠/٣١ −

∴ ن = −/−/ ١٠ سنوات .

- ف = ١٠٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ = ٨٠٠ جنيه.

$\because$ ثمن شراء السند = م = ك × (١+ع)$^{-ن}$ + $\frac{ف\left[١-(١+ع)^{-ن}\right]}{ع}$

$\therefore$ م$_{١}$ = ١٢٠٠٠ × (١+٠,٠٦)$^{-١٠}$ + $\frac{٨٠٠\left[١-(١+٠,٠٦)^{-١٠}\right]}{٠,٠٦}$

أو

= ١٢٠٠٠ × ع$^{١٠}_{٦\%}$ + ٨٠٠ × $ل_{\overline{١٠}|٦\%}$

= [١٢٠٠٠ × ٠,٥٥٨٣٩٤٨] + [٨٠٠ × ٧,٣٦٠٠٨٧]

=٦٧٠٠,٧٤ + ٥٨٨٨,٠٧

= <u>١٢٥٨٨,٨١ جنيه</u> ٠

** المدة الواقعة بين تاريخ الشراء الفرضي وتاريخ الشراء الفعلي =

٢٨ / ٢ / ١٩٨٥
– ٣١ / ١٠ / ١٩٨٤

= — / ٤ / — = ٤ شهور ٠

وعلى ذلك :

ثمن الشراء الفعلي = جملة ثمن الشراء الفرضي عن مدة قدرها ٤ شهور

$\therefore$ م$_{٢}$ = م$_{١}$ (١+ع)^{ن}

= ١٢٥٨٨,٨١ (١+٠,٠٦)$^{\frac{٤}{١٢}}$

= ١٢٥٨٨,٨١ × ١,٠١٩٦١٣

= <u>١٢٨٣,٥٧ جنيه</u> ٠

(تمرين ٤)

سند قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع بعد ٨ سنوات من الآن ويعطي فائدة بمعدل سنوى ١٠٪ وتصرف الفوائد في نهاية كل ستة شهور ، والمطلوب تحديد علاوة أو خصم الشراء اذا كان المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل قدره ٤,٥ ٪ عن نصف السنة علماً بأن السند يستهلك بنسبة قدرها ١١٠٪ من قيمته الاسمية.

الحل :

- س = ٥٠٠٠ جنيه
- معدل الفائدة = ١٠٪ سنوي ، والفوائد تدفع كل ٦ شهور ، ولذلك يكون المعدل النصف سنوي = ٥٪
- معدل الإستثمار = ٤,٥٪ نصف سنوي
- ن = ٨ سنوات = ١٦ نصف سنة
- ك = ٥٠٠٠ × ١١٠٪ = ٥٥٠٠ جنيه
- ف = ٥٠٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٢٥٠ جنيه.
- ك ع = ٥٥٠٠ × $\frac{٤,٥}{١٠٠}$ = ٢٤٧,٥ جنيه.

$$\because \text{ل} = \text{ف} - (\text{ك ع}) \frac{\left[١-(١+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ل} = (٢٥٠ - ٢٤٧,٥) \frac{\left[١-(١+٠,٠٤٥)^{-١٦}\right]}{٠,٠٤٥}$$

= ٢,٥ × ١١,٢٣٤٠١٥

= ٢٨,٠٨٥

وباستخدام الجداول الماليه :

يمكن تحديد قيمة (ل) باستخدام الجداول الماليه من خلال تطبيق العلاقه :

ل = [ف - ك ع] ل $\overline{ن|}$ ع٪

∴ ل = (٢٥٠ - ٢٤٧,٥) ل $\overline{١٦|}$ ٤,٥٪

= ٢,٥ × ١١,٢٣٤٠١٥ = ٢٨,٠٨٥

وذلك حيث أن ل $\overline{١٦|}$ ٤,٥٪ = ١١,٢٣٤٠١٥ ، من واقع الجدول الرابع من الجداول الماليه في صفحة المعدل ٤,٥ ٪ وأمام الفتره (ن = ١٦)

وعلى ذلك :

وحيث أن [ل] قيمة موجبة فإن شراء السند يكون قد تم بعلاوة قدرها ٢٨,٠٨٥ جنيه ، ويكون :

ثمن شراء السند = ٥٥٠٠+ ٢٨,٠٨٥ = ٥٥٢٨,٠٨٥ جنيه

(تمرين ٥)

أصدرت إحدى الهيئات قرضاً سندياً بمبلغ ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه ، والقيمة الإسمية للسند ٢٠٠ جنيه ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ١١,٥ ٪ سنوياً ، على أن يُستهلك بقيمته الإسميه في نهاية ٢٠ سنه ، ولقد قررت الهيئه تكوين مخصص الإهلاك لمقابلة القرض السندي الذي يُستثمر لدى أحد المصارف آخر كل سنه بمعدل ١٥ ٪ سنوياً .

المطلوب : إيجاد المبلغ اللازم سنوياً لسداد الفوائد الدوريه وقسط مخصص الإهلاك معاً ؟

الحـــل :

الفائدة السنويه = القيمه الإسميه للقرض × معدل فائدة الإقتراض

$$= \text{٢٠٠٠٠٠٠} \times \frac{\text{١١,٥}}{\text{١٠٠}} = \text{٢٣٠٠٠٠}\ \text{جنيه}$$

إيجاد قسط مخصص الإهلاك المستثمر :

القيمه الإستهلاكيه للسندات = القيمه الإسميه للقرض السندي

= ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه

∵ قسط مخصص الإهلاك المستثمر =

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للقرض} \times \left(\frac{\text{١}}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} - \text{ع} \right)$$

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للقرض} \times \left(\frac{\text{ع}}{\text{١} - (\text{١} + \text{ع})^{-\text{ن}}} - \text{ع} \right)$$

$$= \text{٢٠٠٠٠٠٠} \times \left(\frac{\text{٠,١٥}}{\text{١} - (\text{١} + \text{٠,١٥})^{-\text{٢٠}}} - \text{٠,١٥} \right)$$

$$= \text{٢٠٠٠٠٠٠}\ (\text{٠,١٥٩٧٦١٤٧} - \text{٠,١٥})$$

$$= \text{٢٠٠٠٠٠٠} \times \text{٠,٠٠٩٧٦١٤٧}$$

= <u>١٩٥٢٢,٩٤</u> جنيه

المبلغ الواجب حجزه مقدماً تحت حساب هذا القرض السندي =

= الفائده السنويه للسندات + قسط مخصص الإهلاك المستثمر

= ٢٣٠٠٠٠ + ١٩٥٢٢,٩٤

= ٢٤٩٥٢٢,٩٤ جنيه

(تمرين ٦)

أصدرت إحدى الهيئات ٣٠٠٠ سنداً للإكتتاب ، والقيمة الإسمية للسند ٥٠٠ جنيه ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ١٠ ٪ سنوياً ، على أن تلتزم بسداد جميع السندات في نهاية ١٥ سنه بقيمة إستهلاكيه ٥٣٠ جنيه للسند الواحد ، ولقد قررت الهيئه تكوين إحتياطي يُستثمر بمعدل ١٢ ٪ سنوياً تكفي جملة لسداد القيمه الإستهلاكيه للقرض .

المطلوب : إيجاد المبلغ اللازم سنوياً لسداد الفوائد الدوريه وقسط مخصص الإهلاك معاً ؟

الحــل :

القيمه الإسميه للقرض = عدد السندات × القيمه الإسميه للسند

= ٣٠٠٠ × ٥٠٠ = ١٥٠٠٠٠٠ جنيه

الفائدة السنويه = القيمه الإسميه للقرض × معدل فائدة الإقتراض

$$= ١٥٠٠٠٠٠ \times \frac{١٠}{١٠٠} = ١٥٠٠٠٠$$ جنيه .

إيجاد قسط مخصص الإهلاك المستثمر :

القيمه الإستهلاكيه للقرض = عدد السندات × القيمه الإستهلاكيه للسند

= ٣٠٠٠ × ٥٣٠ = ١٥٩٠٠٠٠ جنيه

∴ قسط مخصص الإهلاك المستثمر =

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للقرض} \times \left(\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right)$$

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه للقرض} \times \left(\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}} - ع \right)$$

$$= ١٥٩٠٠٠٠ \times \left(\frac{٠,١٢}{١-(١+٠,١٢)^{-١٥}} - ٠,١٢ \right)$$

$$= ١٥٩٠٠٠٠ \; (٠,١٤٦٨٢٤٢٣٩ - ٠,١٢)$$

$$= ١٥٩٠٠٠٠ \times ٠,٠٢٦٨٢٤٢٣٩$$

= <u>٤٢٦٥٠,٥٤</u> جنيه

المبلغ الواجب حجزه مقدماً تحت حساب هذا القرض السندي =

= الفائده السنويه للسندات + قسط مخصص الإهلاك المستثمر

= ١٥٠٠٠٠ + ٤٢٦٥٠,٥٤

= **١٩٢٦٥٠,٥٤** جنيه

(تمرين ٧)

أصدرت إحدى الهيئات قرضاً سندياً قيمته ١٠٠٠٠٠٠ (مليون) جنيه ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠ جنيه ، على أن يُستهلك بقيمته الإسميه ، ويعطي السند فائده دوريه بمعدل ١٢ ٪ سنوياً ، ويتضمن إصدار السندات شرط إجراء سحب دوري لإستهلاكها بطريقة الإستهلاكات المتساويه على مدى ١٠ سنوات •والمطلوب : إعداد جدول إستهلاك القرض السندي ؟

الحـــل :

عدد السندات المصدره = قيمة القرض ÷ القيمه الإسميه للسند

= ١٠٠٠٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ١٠٠٠٠ سند

$$\text{الإستهلاك المتساوى من السندات في السنه} = \frac{\text{عدد السندات المصدره}}{\text{المده (بالسنوات)}}$$

$$\therefore \text{الإستهلاك المتساوى} = \frac{١٠٠٠٠}{١٠} = ١٠٠٠ \text{ سند}$$

الفائدة الدوريه للسند الواحد = ١٠٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ١٢ جنيه.

الفائدة السنويه =

= عدد السندات المتداوله أول الفتره × الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده

وعلى ذلك ، يكون :

∴ $ف_{١}$ = ١٠٠٠٠ × ١٢ = ١٢٠٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٢}$ = ٩٠٠٠ × ١٢ = ١٠٨٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٣}$ = ٨٠٠٠ × ١٢ = ٩٦٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٤}$ = ٧٠٠٠ × ١٢ = ٨٤٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٥}$ = ٦٠٠٠ × ١٢ = ٧٢٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٦}$ = ٥٠٠٠ × ١٢ = ٦٠٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٧}$ = ٤٠٠٠ × ١٢ = ٤٨٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٨}$ = ٣٠٠٠ × ١٢ = ٣٦٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{٩}$ = ٢٠٠٠ × ١٢ = ٢٤٠٠٠ جنيه.

∴ $ف_{١٠}$ = ١٠٠٠ × ١٢ = ١٢٠٠٠ جنيه.

ويكون مجموع الفوائد المستحقه على المدين يمثل مجموع متواليه عدديه حدها الأول $ف_{١}$ ، وحدها الأخير $ف_{ن}$ ، وعدد حدودها يعادل عدد الفوائد

∴ مجموع الفوائد = $\frac{١٠}{٢}$ [١٢٠٠٠٠ + ١٢٠٠٠] = <u>٦٦٠٠٠٠ جنيه</u>

ويكون الإستهلاك السنوي المتساوي =

= عدد السندات في السنه × القيمة الإسميه للسند

= ١٠٠٠ × ١٠٠ = ١٠٠٠٠٠ جنيه .

جدول الإستهلاك

السنه	عدد السندات المتداوله		الفائده المستحقه	الإستهلاك المتساوى	القسط المطلوب سنوياً
	المتداوله	المستهلكه			
١	١٠٠٠٠	١٠٠٠	١٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	٢٢٠٠٠٠
٢	٩٠٠٠	١٠٠٠	١٠٨٠٠٠	١٠٠٠٠٠	٢٠٨٠٠٠
٣	٨٠٠٠	١٠٠٠	٩٦٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٩٦٠٠٠
٤	٧٠٠٠	١٠٠٠	٨٤٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٨٤٠٠٠
٥	٦٠٠٠	١٠٠٠	٧٢٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٧٢٠٠٠
٦	٥٠٠٠	١٠٠٠	٦٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٦٠٠٠٠
٧	٤٠٠٠	١٠٠٠	٤٨٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٤٨٠٠٠
٨	٣٠٠٠	١٠٠٠	٣٦٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٣٦٠٠٠
٩	٢٠٠٠	١٠٠٠	٢٤٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١٢٤٠٠٠
١٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٢٠٠٠	١٠٠٠٠٠	١١٢٠٠٠
مجموع		١٠٠٠٠	٦٦٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	١٦٦٠٠٠٠

(تمرين ٨)

أصدرت إحدى الهيئات قرضاً سندياً قيمته ١٠٠٠٠٠٠ (مليون) جنيه ، القيمة الإسمية للسند ٥٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بنفس قيمتها الإسميه بطريقة الأقساط المتساويه من الأصل والفوائد معا بقدر الإمكان على مدى ٥ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ١٢ ٪ سنوياً.

المطلوب :

(١) إيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً ؟.

(٢) تصوير جدول الإستهلاك ؟

الحـل :

(١) لإيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً :

نوجد القسط المتساوي . حيث :

القيمه الإستهلاكيه للسندات = القيمه الإسميه للقرض = ١٠٠٠٠٠٠ جنيه

∴ القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}}$

$= ١٠٠٠٠٠٠ \times \frac{٠,١٢}{١-(١+٠,١٢)^{-٥}}$

$= ١٠٠٠٠٠٠ \times ٠,٢٧٧٤٠٩٧ = ٢٧٧٤٠٩,٧٣$

وباستخدام الجداول المالية :

∴ القسط المتساوي = د = ١٠٠٠٠٠٠ × $\frac{١}{ر_{\overline{٥}|١٢\%}}$

$= ١٠٠٠٠٠٠ \times ٠,٢٧٧٤٠٩٧ = ٢٧٧٤٠٩,٧٣$

لأن $\frac{١}{ر_{\overline{٥}|١٢\%}}$ = ٠,٢٧٧٤٠٩٧ من جدول (٥) من الجداول المالية في صفحة

المعدل ١٢ ٪ وأمام المده (ن = ٥) ٠

الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده = ٥٠ × $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٦ جنيهات٠

عدد السندات المصدره = قيمة القرض السندي ÷ قيمة السند الواحد

$= \frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥٠} = ٢٠٠٠٠$ سند

وعلى ذلك يمكن إيجاد عدد السندات المستهلكة في نهاية كل سنه كما يلي :

عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الأولى = (د – ف،) ÷ قيمة السند

= $\frac{١٢٠٠٠٠-٢٧٧٤٠٩,٧٣}{٥٠}$ = ٣١٤٨,١٩ = ٣١٤٨ سند

ويكون عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة =

= عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة السابقه (١ + ع)

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ٣١٤٨,١٩ × ١,١٢ = ٣٥٢٥,٩٨ = ٣٥٢٦ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثالثه =

= ٣٥٢٥,٩٨ × ١,١٢ = ٣٩٤٩,١ = ٣٩٤٩ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الرابعه =

= ٣٩٤٩,١ × ١,١٢ = ٤٤٢٢,٩٩ = ٤٤٢٣ سند

∴ عدد السندات المستهلكه في نهاية السنة الثانيه =

= ٤٤٢٢,٩٩ × ١,١٢ = ٤٩٥٣,٧٥ = ٤٩٥٤ سند

وبالتالي يكون مجموع السندات المستهلكه = ٢٠٠٠٠سند

جدول الإستهلاك :

السنه	عدد السندات المتداوله		الفائده المستحقه	الإستهلاك السنوي	القسط المطلوب سنوياً
	المتداوله	المستهلكه			
١	٢٠٠٠٠	٣١٤٨	١٢٠٠٠٠	١٥٧٤٠٠	٢٧٧٤٠٠
٢	١٦٨٥٢	٣٥٢٦	١٠١١١٢	١٧٦٣٠٠	٢٧٧٤١٢
٣	١٣٣٢٦	٣٩٤٩	٧٩٩٥٦	١٩٧٤٥٠	٢٧٧٤٠٦
٤	٩٣٧٧	٤٤٢٣	٥٦٢٦٢	٢٢١١٥٠	٢٧٧٤١٢
٥	٤٩٥٤	٤٩٥٤	٢٩٧٢٤	٢٤٧٧٠٠	٢٧٧٤٢٤
مجموع		٢٠٠٠٠	٣٨٧٠٥٤	١٠٠٠٠٠٠	١٣٨٧٠٥٤

خلاصة المبحث السادس

(١) يتحدد ثمن شراء السند (م) بأي من القاعدتين التاليتين

$$\text{م} = \text{ك} \times \text{ح}^{\text{ن}}_{\text{ع}\%} + \text{ف} \times \text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$$

$$\text{م} = \text{ك} \times (\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}} + \frac{\text{ف}\left[\text{١}-(\text{١}+\text{ع})^{-\text{ن}}\right]}{\text{ع}}$$

(٢) تتحدد العلاقه بين شراء السند (م) والقيمه الإستهلاكيه للسند كما يلي:

أولاً :عندما يكون معدل الإستثمار > معدل الفائدة ،

يكون ثمن الشراء < القيمة الإستهلاكية للسند•

ثانياً :عندما يكون معدل الإستثمار < معدل الفائدة

يكون ثمن الشراء > القيمة الإستهلاكية للسند•

ثالثاً :عندما يكون معدل الإستثمار = معدل الفائدة

يكون ثمن الشراء = القيمة الإستهلاكية للسند•

(٣) ثمن شراء السند قبل صرف الكوبون مباشرةً

= ثمن الشراء بعد صرف الكوبون مباشرةً + مقدار فائدة دورية واحدة

(٤) للحصول على ثمن شراء السند في تاريخ يقع بين موعدي سداد فائدتين :

١- نوجد ثمن الشراء (الفرضي) = م ١ ، وذلك بفرض أن الشراء تم بتاريخ دفع آخر فائدة دورية

٢- يكون ثمن الشراء الفعلي = م ٢ = جملة ثمن الشراء الفرضي في تاريخ الشراء الفعلى عن المدة الفاصلة بين تاريخ الشراء الفرضي وتاريخ الشراء الفعلي •

(٥) عند شراء السند بعلاوه أو بخصم فإن قيمة العلاوه أو الخصم ، ل ، تتحدد كما يلي :

$$ل = ف - (ك\ ع)\ \frac{\left[1-(1+ع)^{-ن}\right]}{ع}$$

وبالتالي فان السند يشترى بعلاوة اذا كانت : ف > ك ع

ويشترى بخصم اذا كانت : ف < ك ع

ويشترى بنفس القيمة الاسمية اذا كانت : ف = ك ع

(٦) عند استهلاك السند بطريقة الإستهلاكات المتساويه :

* الفائدة الدوريه للسند الواحد = القيمه الإسميه للسند × معدل الفائده
* الإستهلاك المتساوى من السندات في السنه= $\frac{\text{عدد السندات المصدره}}{\text{المده (بالسنوات)}}$
* الفائدة السنويه =

= عدد السندات المتداوله أول الفتره × الفائدة الدوريه للسند في السنة الواحده

(٧) عند استهلاك السند بطريقة الأقساط المتساويه :

- القيمه الإستهلاكيه للسندات =

= عدد السندات × القيمه الإسميه للسند الواحد

- القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه × $\frac{ع}{1-(1+ع)^{-ن}}$

باستخدام الآله الحاسبه

- القسط المتساوي = القيمه الإستهلاكيه للسندات × $\frac{1}{د_{\overline{ن|}ع\%}}$

باستخدام الجدول الخامس

(٨) عند استهلاك السند بطريقة الجوائز (السندات الرابحه) :

- الفائدة السنويه المستحقه =

(عدد السندات المتداوله – عدد السندات الرابحه) × فائدة السند

- الإستهلاك السنوي = عدد السندات غير الرابحه × القيمه الإستهلاكيه للسند
- القسط = الفائده المستحقه + الإستهلاك السنوي + الجوائز
- مجموع الأقساط = مجموع الفوائد + مجموع الإستهلاكات + مجموع الجوائز
- الأقساط السنويه غير متساويه تماماً ولكنها متساويه بقدر الإمكان ، ونلاحظ أن الفرق بين أصغر قسط وأكبر قسط لا يتعدى القيمه الإستهلاكيه للسند ·

(٩) عند استهلاك السند بطريقة مخصص الإستثمار :

- القيمه الإستهلاكيه = عدد السندات × القيمه الإسميه للسند الواحد
- قسط مخصص الإهلاك المستثمر =

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه} \left(\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}} - ع \right)$$

$$= \text{القيمه الإستهلاكيه} \left(\frac{ع}{١-(١+ع)^{-ن}} - ع \right)$$

تمارين على المبحث السادس

(١) سند قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع بعد ١٠ سنوات بقيمة استهلاكية توازي نفس القيمة الاسمية ، فاذا كان السند يدر فائدة بمعدل ٦٪ سنوياً تدفع في آخر كل سنة ، فالمطلوب تحديد ثمن شراء السند .

أولا : بفرض أنك تستثمر اموالك بمعدل ٦٪ سنوياً .

ثانيا : بفرض أنك تستثمر أموالك بمعدل ٨٪ سنوياً .

ثالثاً : بفرض أنك تستثمر أموالك بمعدل ٥٪ سنوياً .

قارن بين النتائج الثلاث التي تحصل عليها .

(٢) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه ويستحق الدفع بعد ٧ سنوات من الآن ويعطي فائدة بمعدل سنوى ٩٪ وتصرف الفوائد في نهاية كل ستة شهور ، والمطلوب تحديد علاوة أو خصم الشراء اذا كان المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل قدره ٥٪ عن نصف السنة علماً بأن السند يستهلك بنسبة ١١٠٪ من قيمته الاسمية.

(٣) ما ثمن الشراء في التمرين السابق اذا افترضنا أن الشراء تم قبل استحقاق السند بمدة قدرها سبع سنوات وستة شهور وبفرض أن المشتري يرغب في استثمار أمواله بمعدل ٦٪ نصف سنوي ؟

(٤) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه ويعطي فائدة نصف سنوية مقدارها ٢٠ جنيه فاذا كان هذا السند يستهلك بعد ١٠ سنوات من الآن وكانت القيمة الاستهلاكية ١٠٣٠ جنيه ، فأحسب الثمن الذي يدفعه أحد الأشخاص لشراء السند اذا أراد أن يستغل أمواله

بمعدل سنوي أسمي ٥٪ يدفع مرتين خلال السنة . وذلك بعد صرف الكوبون مباشرة .

(٥) أحسب قيمة السند في التمرين السابق في الحالات التالية :

أ - قبل صرف الكوبون مباشرة .

ب - بعد صرف الكوبون بثلاثة شهور .

جـ - قبل صرف الكوبون بثلاثة شهور .

(٦) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يعطي فائدة سنوية بمعدل ٨٪ من القيمة الاسمية ويستهلك في نهاية ١٥ سنة من الآن ، فاذا اشتري هذا السند بعد صرف الكوبون مباشرة بمبلغ ١٠٦٠ جنيه فأحسب القيمة الاستهلاكية للسند اذا علم أن ثمن الشراء هذا يحقق معدل فائدة استثمار قدرها ٨٪ .

(٧) سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يعطي فائدة سنوية ٥٪ من القيمة الاسمية ويستهلك في نهاية ٣ سنوات من الآن بعلاوة قدرها ١٠٪ على القيمة الاسمية ، فاذا علم أن هذا السند معروض للبيع بدون كوبون بثمن قدره ١١١٦,٦٥ جنيه فأحسب معدل الفائدة الذي يحققه المشتري بهذا الثمن .

(٨) أوجد معدل الفائدة الاسمي السنوي الذي يدفع مرتين في السنة والذي يتحقق من شراء سند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنيه يدفع فائدة نصف سنوية قدرها ٢٥ جنيه ويستهلك في نهاية ١٠ سنوات من الآن

بقيمته الاسمية اذا كان ثمن الشراء المطلوب هو ٩٢٥,٦١ جنيه وذلك بدون الكوبون المستحق في يوم الشراء .

(٩) سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه يُستهلك بقيمة ١٢٠٠ جنيه بعد ٨ سنوات من الآن ، ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٦٪ بحيث تُدفع الفائدة آخر كل سنة ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند على أن يحقق معدل استثمار ٧٪ سنوياً ، المطلوب إيجاد ثمن شراء السند ؟.

(١٠) سند قيمته الإسمية ١٠٠٠٠ جنيه يُستهلك بنفس قيمته الإسمية بعد ٩ سنوات من الآن ، ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٧٪ بحيث تُدفع الفائدة مرتان فى السنة ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند على أن يحقق معدل استثمار ٨٪ سنوياً ، المطلوب إيجاد ثمن شراء السند ؟.

(١١) سند قيمته الإسمية ٥٠٠٠ جنيه يستحق السداد ١٩٩٩/١٢/٣١م بقيمة إستهلاكية ٩٥٪ ، ويعطي فائدة سنوية بمعدل ٧,٥٪ بحيث تُدفع الفائدة فى ١٢/٣١ من كل سنة ، فإذا أراد شخص شراء هذا السند مع رغبته فى أن يحقق معدل استثمار ٩٪ سنوياً ، والمطلوب إيجاد ثمن شراء السند إذا تم الشراء فى ١٩٩٥/٤/٣٠م ؟.

(١٢) أصدرت شركة المهدي ١٢٠٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الإستهلاكات المتساويه على مدى ٥ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ١٢ ٪ سنوياً. المطلوب

١- عمل جدول الإستهلاك ؟

٢- إيجاد مجموع الفوائد التي تحملتها الشركه حتى نهاية المده

(١٣) أصدرت إحدى الشركات المساهمه ١٠٠٠ سند ، القيمة الإسمية للسند ٢٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الأقساط المتساويه بقدر الإمكان على مدى ٦ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٧,٥ ٪ سنوياً. المطلوب :

١- إيجاد عدد السندات المستهلكه سنوياً ؟.

٢- تصوير جدول الإستهلاك ؟

(١٤) أصدرت الهيئه القوميه للإستثمار قرضاً سندياً ٥٠٠٠٠٠٠ جنيه ، القيمة الإسمية للسند ١٠٠٠ جنيه ، على أن تُستهلك السندات بطريقة الأقساط المتساويه بقدر الإمكان على مدى ٧ سنوات ، وعلى أساس معدل فائده مركبه ٧ ٪ سنوياً ، وذلك وفقاً للنظام التالي :

☒ تربح الخمسون سند الأولى جوائز ماليه قدرها ١٥٠٠٠٠ جنيه وتفقد حقها في القيمه الإستهلاكيه لها.

☒ يفقد حامل السند الرابح في كل سحب حقه في استلام القيمه الإستهلاكيه للسند والفوائد المستحقه له يوم السحب .

المطلوب :

(١) إيجاد عدد السندات المستهلكه آخر كل سنه (الرابحه منها وغير الرابحه) ؟.

(٢) تحديد مقدار الفوائد السنويه والإستهلاكات ؟.

(٣) تصوير جدول الإستهلاك ؟

المبحث السابع

تقييم الأسهم

مقدمه :

إنطلاقاً من أهمية الدور الذي تلعبه البورصه في الإقتصاد القومي ، فقد دأبت الصحف المحليه في معظم دول العالم على نشر المعلومات المتعلقه بحركة تداول الأسهم ببورصة الأوراق الماليه على صفحاتها اليوميه وبصوره منتظمه .

كيفية قراءة المعلومات المنشوره في حركة تداول الأوراق الماليه :

بفرض وجود المعلومات التاليه بإحدى الصحف :

اليوم : ٢٠٠٣/٣/٢

* إسم الورقه الماليه : إسم الشركه
* سعر الفتح : ١٩,٢٥
* قيمة الكوبون : ٤,٠٠
* أعلى سعر : ١٩,٦٥
* عائد الكوبون : ٢٠,٩٤
* أدنى سعر : ١٨,٩٣
* مضاعف السعر : ٣,٣٢
* سعر الإقفال : ١٩,١٠
* عدد العمليات : ٦٦
* مقدار التغير : – ١٥
* كمية التداول بالألف : ٢٧٤,٣٥
* تاريخ التداول : ٣/١
* قيمة التداول بالألف : ٥٢٤٠,٠٩

وبناءاً على توافر هذه المعلومات المنشوره يمكن تحديد ما تعنيه هذه المعلومات على النحو التالي :

<u>إسم الورقه الماليه:</u> إسم الشركه المصدره للورقه الماليه

<u>قيمة الكوبون:</u>

قيمة آخر كوبون قامت الشركه بتوزيعه لكل منهم ، فقد قامت الشركه بتوزيع كوبون قيمته ٤ جنيهات.

<u>عائد الكوبون:</u>

يمثل عائد الكوبون كنسبه مئويه من سعر الإقفال ، ولما كان سعر الإقفال ١٩,١٠ ، فإن عائد الكوبون :

$$= \frac{٤}{١٩,١٠} = ٢٠,٩٤ \%$$

<u>مضاعف السعر:</u>

ويمثل نسبة سعر الإقفال إلى ربح السهم ، ويُطلق على مضاعف السعر أيضاً مضاعف الربح ، فنجد أن مضاعف السعر ٣,٣٢ يعني أن سعر الإقفال بالنسبة لربح السهم ٣,٣٢ مره ، والمعروف أن ربح السهم يساوي صافي الربح لحملة الأسهم العاديه مقسوماً على عدد الأسهم العاديه المصدره .

<u>عدد العمليات :</u>

عدد عمليات الشراء / البيع التي تمت على الورقه الماليه في ذلك اليوم ، فعدد العمليات = ٦٦ عمليه وتعكس الزياده في عدد العمليات على ورقه معينه إزدياد نشاط التعامل في تلك الورقه في ذلك اليوم . ويمكن الحكم على مدى قوة هذا النشاط من خلال مقارنة هذا الرقم بعدد العمليات التي تمت خلال الفتره السابقه ، أو عدد العمليات التي تمت على الأوراق الماليه الأخرى في نفس اليوم.

كمية التداول بالألف :

ويمثل عدد الأسهم التي تم تداولها في ذلك اليوم (بالألف سهم) بالنسبة لهذا انوع من الأوراق

قيمة التداول بالألف :

ويمثل قيمة الأسهم التي تم تداولها في ذلك اليوم ، ويتم احتساب تلك القيمه عن طريق ضرب كمية التداول (أي عدد الأسهم التي تم تداولها) × سعر الإقفال للسهم ٠

سعر الفتح :

ويمثل مقدار قيمة السهم في بداية التعامل في ذلك الوقت ، وقد بلغ هذا السعر ١٩,٢٥ جنيه بالنسبة لهذا انوع من الأوراق

أعلى سعر :

ويمثل أعلى مستوى وصل إليه سعر السهم في العمليات الحادثه خلال ذلك اليوم ٠

أدنى سعر :

ويمثل أقل مستوى وصل إليه سعر السهم في العمليات الحادثه خلال ذلك اليوم ٠

سعر الإقفال : ويمثل سعر السهم بآخر عملية تداول تمت في ذلك اليوم ٠

مقدار التغير : ويمثل مقدار التغير الذي طرأ على سعر السهم منذ بداية التعامل حتى آخر عمليه ، أي سعر الإقفال (١٩,١٠) – سعر الفتح (١٩,٢٥) = – ٠,١٥

مؤشرات أسعار الأسهم :

تنشر الصحف اليوميه في معظم دول العالم معلومات تتعلق بمؤشرات أسعار الأسهم التي يتم تداولها في بورصات تلك الدول بشكل منتظم ، والهدف من هذه المؤشرات هو التنبؤ باتجاهات السوق وسرعة تحركاته صعوداً وهبوطاً ٠

وترجع أهمية تلك المؤشرات إلى أنها تعكس التغيرات التي طرأت على مختلف أسعار الأسهم التي يتم تداولها في يوم معين ، وذلك على شكل صورة رقم واحد٠

وتتمثل أنواع مؤشرات أسعار الأسهم في :

١. المؤشر المرجح بالأسعار٠
٢. المؤشر المرجح بالقيمه السوقيه ٠
٣. المؤشر غير المرجح ٠

أولاً المؤشر المرجح بالأسعار :

وهو عباره عن الوسط الحسابي للأسعار الحاليه لعينه من الأسهم التي تمثل مجتمع الأسهم التي يتم تداولها في سوق الأوراق الماليه ٠ ومن أشهر المؤشرات المرجحه بالأسعار هو مؤشر داوو جونز الصناعي *Dow Jones Industrial average* في الولايات المتحده الأمريكيه والذي يتم احتسابه طبقاً لأسعار عينه من أسهم الشركات التي يتم تداولها في بورصة نيويورك والتي تتمتع بمراكز ماليه قويه ٠ ونتناول فيما يلي مثال يوضح كيفية حساب قيمة هذا المؤشر ٠

مثال (١)

فيما يلي أسعار مجموعه من الأسهم :

الســــهم	أ	ب	جـ	د
سعر السهم	٣٥	٤٥	١٥	٢٥

والمطلوب حساب المؤشر المرجح بالأسعار والوزن النسبي للسهم ؟•

الحــل :

قيمة المؤشر المرجح بالأسعار = الوسط الحسابي للأسعار

$$= \frac{٣٥+٤٥+١٥+٢٥}{٤} = \frac{١٢٠}{٤} = ٣٠$$

ويمكن إيجاد الوزن النسبي لكل سهم من خلال قسمة ثمن كل سهم على مجموع قيم كل الأسهم المتكون منها المؤشر ، وذلك على النحو التالي :

الســــهم	الوزن النسبي لأسهم المؤشر	
أ	$\frac{٣٥}{١٢٠}$ = ٠,٢٩	= ٢٩ ٪
ب	$\frac{٤٥}{١٢٠}$ = ٠,٣٧٥	= ٣٧,٥ ٪
جـ	$\frac{١٥}{١٢٠}$ = ٠,١٢٥	= ١٢,٥ ٪
د	$\frac{٢٥}{١٢٠}$ = ٠,٢١	= ٢١ ٪

ويتميز المؤشر المرجح بالأسعار بأن حساسيته للتغيرات التي تطرأ على أسعار الأسهم المرتفعة القيمه تكون أكبر من حساسيته للتغيرات التي تطرأ على أسعار الأسهم المنخفضة القيمه •

مثال (٢)

فيما يلي أسعار مجموعه من الأسهم :

الســـــهم	أ	ب	جـ
سعر السهم في ٢٠ / ٤ / ٢٠٠٣	٢٥	٢٠	٣٠
سعر السهم في ٢١ / ٤ / ٢٠٠٣	٢٤	٢١	٣١,٥

والمطلوب إيجاد مقدار التغير في المؤشر المرجح بالأسعار ؟.

الحـــل :

قيمة المؤشر المرجح بالأسعار في ٢٠ / ٤ / ٢٠٠٣م =

$$= \frac{٢٥+٢٠+٣٠}{٣} = \frac{٧٥}{٣} = ٢٥$$

قيمة المؤشر المرجح بالأسعار في ٢١ / ٤ / ٢٠٠٣م =

$$= \frac{٢٤+٢١+٣١,٥}{٣} = \frac{٧٦,٥}{٣} = ٢٥,٥$$

	٢٠٠٣/٤/٢١م	٢٠٠٣/٤/٢٠م	مقدار التغير
المؤشر	٢٥,٥	٢٥	+ ٠,٥

ثانياً <u>المؤشر المرجع بالقيمه السوقيه</u> :

وهو مقياس للتغيرات التي تطرأ على أسعار الأسهم خلال فتره زمنيه معينه ، أي نسبة القيمه السوقيه لعينه من الأسهم المُختاره إلى القيمه السوقيه لتلك العينه في فترة الأساس ، ويتم حساب القيمه السوقيه للسهم عن طريق ضرب سعر الإقفال للسهم × عدد الأسهم المصدره من ذلك النوع من الأسهم ، أي أن :

المؤشر المرجح بالقيمه السوقيه =

$$\frac{\text{مجموع القيم السوقيه للأسهم التي تشتمل عليها عينه المؤشر في يوم معين}}{\text{مجموع القيم السوقيه للأسهم التي تشتمل عليها عينه المؤشر أول يوم لبداية العمل بالمؤشر}}$$

مثال (٣)

إذا كان أحد المؤشرات يُحسب على أساس الترجيح بالقيمه السوقيه ، وتوافرت لديك المعلومات التاليه لمجموعه من الأسهم :

السـهم	سعر السهم عند بدء العمل بالمؤشر	عدد الأسهم	سعر السهم في نهاية الفتره
أ	١٠	١٠٠٠	١٥
ب	٣٠	٨٠٠٠	٣٥
جـ	٤٠	٣٠٠٠	٥٠

والمطلوب إيجاد القيمه الجديده للمؤشر المرجح بالقيمه السوقيه ومقدار التغير في ذلك المؤشر ؟٠

الحـل :

ويمكن إيجاد القيمه السوقيه لكل سهم في بداية ونهاية الفتره ، وذلك على النحو التالي :

السـهم	القيمه السوقيه في بداية الفتره	القيمه السوقيه في نهاية الفتره
أ	١٠ × ١٠٠٠ = ١٠٠٠٠	١٥ × ١٠٠٠ = ١٥٠٠٠
ب	٣٠ × ٨٠٠٠ = ٢٤٠٠٠٠	٣٥ × ٨٠٠٠ = ٢٨٠٠٠٠
جـ	٤٠ × ٣٠٠٠ = ١٢٠٠٠٠	٥٠ × ٣٠٠٠ = ١٥٠٠٠٠
مجموع	٣٧٠٠٠٠	٤٤٥٠٠٠

∴ القيمة الجديده للمؤشر= $\frac{٤٤٥٠٠٠}{٣٧٠٠٠٠}$ × ١٠٠ = ١٢٠,٢٧ نقطه

∴ مقدار التغير للمؤشر = $\frac{٣٧٠٠٠٠-٤٤٥٠٠٠}{٣٧٠٠٠٠}$ × ١٠٠

= $\frac{٧٥٠٠٠}{٣٧٠٠٠٠}$ × ١٠٠ = ٢٠,٢٧ نقطه

أو بطريقة أخرى:

مقدار تغير المؤشر = ١٢٠,٢٧ – ١٠٠ = ٢٠,٢٧ نقطه

مثال (٤)

إذا كان أحد المؤشرات يُحسب على أساس الترجيح بالقيمه السوقيه ، وتوافرت لديك المعلومات التاليه لمجموعه من الأسهم :

السـهم	في بداية الفتره		في نهاية الفتره	
	سعر السهم	عدد الأسهم	سعر السهم	عدد الأسهم
أ	١٥	١٠٠٠٠٠٠	١١	٢٠٠٠٠٠٠
ب	٣٥	٨٠٠٠٠٠٠	٤٠	٨٠٠٠٠٠٠
جـ	٤٥	١٠٠٠٠٠٠٠	٤٥	١١٠٠٠٠٠٠
د	٥٥	٣٠٠٠٠٠٠	٦١	٣٠٠٠٠٠٠

والمطلوب إيجاد القيمه الجديده للمؤشر المرجح بالقيمه السوقيه ومقدار التغير في ذلك المؤشر ؟.

الحـل :

ويمكن إيجاد القيمه السوقيه لكل سهم في بداية ونهاية الفتره ، وذلك على النحو التالي :

الســـــــهم	القيمه السوقيه في بداية الفتره	القيمه السوقيه في نهاية الفتره
أ	١٥٠٠٠٠٠٠	٢٢٠٠٠٠٠٠
ب	٢٨٠٠٠٠٠٠٠	٣٢٠٠٠٠٠٠٠
جـ	٤٥٠٠٠٠٠٠٠	٤٩٥٠٠٠٠٠٠
د	١٦٥٠٠٠٠٠٠	١٨٣٠٠٠٠٠٠
مجموع	٩١٠٠٠٠٠٠٠	١٠٢٠٠٠٠٠٠٠

∴ القيمة الجديده للمؤشر= $\frac{١٠٢٠٠٠٠٠٠٠}{٩١٠٠٠٠٠٠٠} \times ١٠٠$ = ١١٢,٠٩ نقطه

∴ مقدار التغير للمؤشر = $\frac{١٠٢٠٠٠٠٠٠٠-٩١٠٠٠٠٠٠٠}{٩١٠٠٠٠٠٠٠} \times ١٠٠$

= $\frac{١١٠٠٠٠٠٠٠}{٩١٠٠٠٠٠٠٠} \times ١٠٠$ = ١٢,٠٩ نقطه

<u>أو بطريقه أخرى :</u>

مقدار تغير المؤشر = ١١٢,٠٩ – ١٠٠ = ١٢,٠٩ نقطه

وتُعتبر المؤشرات المرجحه بالقيمه السوقيه تُعد الأكثر انتشاراً في الدول المختلفه ، ومن أمثلة تلك المؤشرات :

١. مؤشرات استاندرد آند بورز
٢. مؤشر داوو جونز العالمي للأسهم
٣. مؤشر ناسداك الأمريكي
٤. مؤشر بورصة طوكيو

ثالثاً المؤشر غير المرجع :

يعتمد هذا المؤشر أوزان متساويه لجميع الأسهم التي تشتمل عليها عينة المؤشر بغض النظر عن أسعار تلك الأسهم ، وبذلك تتساوى الأهميه النسبية للسهم الذي يُباع بسعر ١٠٠ جنيه مع الأهميه النسبيه للسهم الذي يُباع بسعر ١٠ جنيه ٠

فمثلاً لو أن أحد المستثمرين لديه ٤٠٠٠ جنيه ، ويرغب في إستثمار هذا المبلغ في ٤ أسهم (أ ، ب ، جـ ، د) ، وكانت أسعارها على التوالي (٤٠ ، ٢٥ ، ٢٠ ، ١٠) جنيه ، فإن المستثمر في هذه الحاله يقوم بتوزيع المبلغ الإجمالي (٤٠٠٠) على الأسهم الأربعه بواقع (١٠٠٠) جنيه لكل سهم من الأسهم الأربعه المذكوره ، وطبقاً لأسعار الأسهم ، فإنه يمكن الوصول إلى عدد الأسهم التي يقوم بشرائها كما يلي :

السهم	عدد الأسهم المشتراه		
أ	$\frac{١٠٠٠}{٤٠}$	=	٢٥ سهم
ب	$\frac{١٠٠٠}{٢٥}$	=	٤٠ سهم
جـ	$\frac{١٠٠٠}{٢٠}$	=	٥٠ سهم
د	$\frac{١٠٠٠}{١٠}$	=	١٠٠ سهم

ونتناول فيما يلي أمثله تطبيقيه لتوضيح كيفية حساب المؤشر غير المرجح للأسهم ٠

مثال (٥)

البيانات التاليه تمثل أسعار الأسهم لأربعة شركات (أ ، ب ، جـ ، د) في يومين متتاليين :

السهم	سعر السهم	
	اليوم (ت)	اليوم (ت + ١)
أ	٤٠	٤٤
ب	٢٥	٢٠
جـ	٢٠	٢٣
د	١٠	١٥

والمطلوب إيجاد قيمه المؤشر في اليوم (ت + ١) بفرض أن قيمة المؤشر في اليوم (ت) = ٨٠٠ نقطه ٠

الحل :

السهم	سعر السهم		القيمه النسبيه للسهم	عائد السهم (النسب المئويه للتغير في سعر السهم)
	اليوم (ت)	اليوم (ت+١)		
أ	٤٠	٤٤	$\frac{٤٤}{٤٠}$ = ١,١	+ ٠,١
ب	٢٥	٢٠	$\frac{٢٠}{٢٥}$ = ٠,٨	− ٠,٢
جـ	٢٠	٢٣	$\frac{٢٣}{٢٠}$ = ١,١٥	+ ٠,١٥
د	١٠	١٥	$\frac{١٥}{١٠}$ = ١,٥	+ ٠,٥
مجموع النسب المئويه للتغير في أسعار الأسهم				٠,٥٥

∴ الوسط الحسابي للنسب المئويه للتغيرات في أسعار الأسهم =

$= \frac{٠,٥٥}{٤} = ٠,١٣٧٥$

∴ قيمة المؤشر غير المرجح للأسعار لليوم (ت+١) =

= قيمة المنشر لليوم (ت) × [١ + الوسط الحسابي للنسب المئويه للتغيرات في أسعار الأسهم]

= ٨٠٠ [١ + ٠,١٣٧٥]

= ٨٠٠ × ١,١٣٧٥ = ٩١٠ نقطه ٠

مثال (٦)

البيانات التاليه تمثل أسعار الأسهم لخمس شركات في يومي ١/٨/٢٠٠٣م ، ٢/٨/٢٠٠٣م :

السهم	سعر السهم في :	
	١/٨/٢٠٠٣	٢/٨/٢٠٠٣
المحمول (أ)	٢٢	٢٠
الأسمنت (ب)	٢٨	٣٠
البنك التجاري (جـ)	٤٠	٤٢
الصوامع والتخزين (ر)	٥١	٥٣,٥
الإئتمان الزراعي (هـ)	٣٨	٤٠

والمطلوب إيجاد قيمه المؤشر في ٢/٨/٢٠٠٣م بفرض أن قيمة المؤشر في ١/٨/٢٠٠٣م = ٥٠٠ نقطه ٠

الحـــل :

السهم	سـعر الســـهم في		القيمه النسبيه للسهم	عائد السهم (النسب المنويه للتغير في سعر السهم)
	١ / ٨	١ / ٨		
أ	٢٢	٢٠	$\frac{٢٠}{٢٢}$ = ٠,٩	- ٠,١
ب	٢٨	٣٠	$\frac{٣٠}{٢٨}$ = ١,٠٧	+ ٠,٠٧
جـ	٤٠	٤٢	$\frac{٤٢}{٤٠}$ = ١,٠٥	+ ٠,٠٥
د	٥١	٥٣,٥	$\frac{٥٣,٥}{٥١}$ = ١,٠٥	+ ٠,٠٥
هـ	٣٨	٤٠	$\frac{٤٠}{٣٨}$ = ١,٠٥	+ ٠,٠٥
مجموع النسب المنويه للتغير في أسعار الأسهم				٠,١٢

∴ الوسط الحسابي للنسب المنويه للتغيرات في أسعار الأسهم =

= $\frac{٠,١٢}{٥}$ = ٠,٠٢٤

∵ قيمة المؤشر غير المرجح للأسعار لليوم (ت+١) =

= قيمة المنشر لليوم (ت) × [١ + الوسط الحسابي للنسب المنويه للتغيرات في أسعار الأسهم]

∴ قيمة المؤشر غير المرجح للأسعار يوم ٢ / ٨ / ٢٠٠٣م =

= ٥٠٠ [١ + ٠,٠٢٤]

= ٥٠٠ × ١,٠٢٤ = ٥١٢ نقطه ٠

تقييم الأسهم العاديه :

توجد عدة مقاييس تُستخدم في معرفة قيمة السهم العادي وهي :

القيمه الإسميه (القيمه الدفتريه) : وهي القيمه التي أُصدرت به الأسهم لأول مره .

القيمه السوقيه : سعر بيع السهم في السوق ، حيث يتحدد السعر بالتقاء قوى العرض والطلب على هذه الأسهم .

القيمه الذاتيه : هي القيمه الحاليه للمنافع التي يتوقع المستثمر تحقيقها نتيجه لإحتفاظه بهذا السهم بالإضافة للمبلغ المتوقع من بيع السهم في المستقبل ، وذلك باستخدام معدل خصم يتناسب مع درجة المخاطره التي سيتحملها المستثمر عند احتفاظه بهذا السهم .

قيمة التصفيه : وتتمثل في مقدار ما يحصل عليه المساهم من كل سهم يمتلكه في حالة تصفية الشركه والقيام ببيع أصولها وسداد ما عليها من إلتزامات ، ويكون :

قيمة السهم عند التصفية =

المتحصل من بيع الأصل – المدفوعات لسداد الإلتزامات / عدد الأسهم العاديه

النماذج المختلفه المستخدمه في تقييم الأسهم العاديه :

نموذج التقييم لفترة واحدة أو لعدد (ن) من الفترات الزمنيه :

وفقاً لهذا النموذج :

بالنسبة لفترة واحدة :

$$س = ر \times ح + س_{ن} \times ح$$

حيث :

س : تمثل سعر السهم اليوم ٠

ر : عائد السنه ٠

ح ^ن^ : القيمه الحاليه لوحدة النقود التي تستحق بعد (ن) من السنوات

س ن : السعر المتوقع لبيع السهم في نهاية السنه (ن)

بالنسبة لعدد (ن) من الفترات الزمنيه :

∴ سعر السهم اليوم = س. =

= ر١ ح ع٪ + ر٢ ح ع٪ ^٢^ + ر٣ ح ع٪ ^٣^ + ٠ ٠ + رن ح ع٪ ^ن^ + سن ح ع٪ ^ن^

مثال (٧)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، ويتوقع المستثمر أن تقوم الشركه بتوزيع ١٠ جنيهات لكل سهم في نهاية السنة القادمه ، كما يتوقع أن يقوم ببيع السهم في نهاية السنه بمبلغ ١٠٠ جنيه ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم اليوم ؟٠

الحـــل :

س. = ر ح ع٪ + سن ح ع٪

س. = ١٠× ح ١٥٪ + سن ح ١٥٪

= ١٠× ٠,٨٦٩٥٦٥ + ١٠٠ × ٠,٨٦٩٥٦٥

= ٨,٧ + ٨٦,٩ = ٩٥,٦ جنيه

مثال (٨)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا كانت توقعات المستثمر لتوزيع العائد على النحو التالي :

السنه الأولى : ١٠ جنيهات   السنه الثانيه : ١٠ جنيهات

السنه الثالثه : ١٢ جنيه   السنه الرابعه : ١٢ جنيه

السنه الخامسه : ١٥ جنيه

كما يتوقع أن يقوم ببيع السهم في نهاية السنه الخامسه بمبلغ ١٥٠ جنيه ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم اليوم ؟٠

الحــل :

∵ سعر السهم اليوم = س. =

= ر١ ح$_{ع٪}$ + ر٢ ح$_{ع٪}^{٢}$ + ر٣ ح$_{ع٪}^{٣}$ + . . + رن ح$_{ع٪}^{ن}$ + سن ح$_{ع٪}^{ن}$

∴ س. = ١٠× ح$_{١٥٪}$ + ١٠× ح$_{١٥٪}^{٢}$ + ١٢× ح$_{١٥٪}^{٣}$ + ١٢× ح$_{١٥٪}^{٤}$

+ ١٥× ح$_{١٥٪}^{٥}$ + ١٥٠ × ح$_{١٥٪}^{٥}$

= (٠,٨٦٩٥٦٥ ×١٠) + (٠,٧٥٦١٤ × ١٠) + (١٢ × ٠,٦٥٧٥)

+ (٠,٥٧١٧ ×١٢) + (٠,٤٩٧١ × ١٥) + (٠,٤٩٧١ × ١٥٠)

= ٨,٧ + ٧,٦ + ٧,٩ + ٦,٩ + ٧,٥ + ٧٤,٦

= ١١٣,٢ جنيه

نموذج تقييم الأسهم في حالة النمو الصفري :

ووفقاً لهذا النموذج يظل مستوى توزيعات العائد للسهم كما هو بدون تغيير طوال فترة عمر السهم (عمر الشركه) ، أي أن :

$ر_١ = ر_٢ = ر_٣ = ... = ر_ن$

ويكون :

$$\text{سعر السهم اليوم} = \frac{\text{العائد الثابت}}{\text{معدل الفائده}}$$

مثال (٩)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، ومن فتره طويله وجد أن العائد سنوياً هو مبلغ ثابت بواقع ١٢ جنيه سنوياً ، ويتوقع المستثمرون إستمرار هذه السياسه في المستقبل ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم اليوم ؟.

الحـــل :

نظراً لأن توزيعات العائد للسهم ثابت طوال فترة عمر السهم ، فإن :

$$\text{سعر السهم اليوم} = \frac{\text{العائد الثابت}}{\text{معدل الفائده}}$$

$$\therefore \text{سعر السهم اليوم} = \text{س}_{.} = \frac{١٢}{٠,١٥} = ٨٠ \text{ جنيه}$$

<u>نموذج تقييم الأسهم في حالة معدل النمو الثابت :</u>

معدلات النمو في الأرباح متقلبه من سنة لأخرى ، ولكن معظم الشركات تحرص على المحافظه على معدلات من النمو الثابت في العوائد التي تقوم بتوزيعها على حملة الأسهم ٠

وغالباً ما يكون معدل النمو في تلك العوائد مساوياً لمعدل النمو في الناتج القومي المحلي ، وذلك حرصاً من جانب الشركات المصدره للأسهم السماح للمستثمرين بتنمية ثرواتهم بمعدلات تتمشى مع معدلات النمو الإقتصادي في الدوله

ويكون السعر الحالي للسهم طبقاً لهذا النموذج هو :

$$\text{سعر السهم اليوم} = س_0 = \frac{ر_1}{ع - هـ}$$

حيث :

- $ر_1 = ر_0\ (1 + هـ)$
- $ر_0$ = مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين ٠
- هـ = معدل النمو =

  = (١- معدل توزيع الأرباح) (معدل العائد على حقوق الملكيه)
- معدل توزيع الأرباح = النسبه المئويه لتوزيعات الأرباح إلى صافي الربح
- معدل العائد على حقوق الملكيه = صافي الربح ÷ حقوق الملكيه

ونتناول فيما يلي كيفية تقدير السعر الحالي للسهم وفقاً لنموذج تقييم الأسهم في حالة معدل النمو الثابت ٠

مثال (١٠)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = جنيهان ، وأن معدل العائد على حقوق الملكيه = ٢٠ ٪ ، وأن النسبة المئوية لتوزيع الأرباح إلى صافي الربح = ٧٠ ٪ ، ويفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم الآن ؟.

الحـــل :

هـ = معدل النمو =

= (١- معدل توزيع الأرباح) (معدل العائد على حقوق الملكيه)

= (١- ٠,٧) (٠,٢) = ٠,٣ × ٠,٢ = ٠,٠٦

ر. = مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين = ٢ جنيه

ر١ = ر. (١+هـ) = ٢ (١+٠,٠٦) = ٢ × ١,٠٦ = ٢,١٢ جنيه

∴ سعر السهم اليوم = س. = $\frac{ر_1}{ع - هـ}$

= $\frac{٢,١٢}{٠,١٥ - ٠,٠٦}$

= $\frac{٢,١٢}{٠,٠٩}$ = ٢٣,٥٦ جنيه.

ملحوظه هامه:

لا يمكن تطبيق النموذج السابق في تحديد سعر السهم إذا كان معدل النمو (هـ) أكبر من معدل الفائده (ع).

مثال (١١)

توافرت البيانات التاليه عن إحدى الشركات :

١. مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين عن الأسهم العاديه (ر.) = ١٠ جنيهات للسهم

٢. صافي الربح = ١٠٠٠٠٠ جنيه ٠

٣. الأرباح الموزعه = ٨٠٠٠٠ جنيه ٠

٤. حقوق الملكيه = ٢٥٠٠٠٠ جنيه ٠

٥. معدل الإستثمار السائد = ١٥ ٪ سنوياً ٠

فإذا رغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم هذه الشركه ، والمطلوب تحديد سعر السهم الآن ؟٠

الحـــل :

معدل توزيع الأرباح = الأرباح الموزعه ÷ صافي الربح

$$= \frac{٨٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠} = ٠,٨ = ٨٠ ٪$$

معدل العائد على حقوق الملكيه = صافي الربح ÷ حقوق الملكيه

$$= \frac{١٠٠٠٠٠}{٢٥٠٠٠٠} = ٠,٤ = ٤٠ ٪$$

هـــ = معدل النمو =

= (١- معدل توزيع الأرباح) (معدل العائد على حقوق الملكيه)

= (١- ٠,٨) (٠,٤) = ٠,٢ × ٠,٤ = ٠,٠٨

ر. = مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين = ١٠ جنيه

ر١ = ر. (١+هـ) = ١٠ (١+٠,٠٨) = ١٠ × ١,٠٨ = ١٠,٨ جنيه

∴ سعر السهم اليوم = س. = $\frac{ر_1}{ع - هـ}$ = $\frac{١٠,٨}{٠,١٥ - ٠,٠٨}$

= $\frac{١٠,٨}{٠,٠٧}$ = ١٥٤ جنيه.

مثال (١٢)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = ٤جنيه ، وأن معدل العائد على حقوق الملكيه = ٢٠ ٪ ، وأن الشركه تقوم بتوزيع ٦٠ ٪ من أرباحها كعائد للمساهمين ، ويفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم الآن ؟.

الحـــل :

هـ = معدل النمو =

= (١- معدل توزيع الأرباح) (معدل العائد على حقوق الملكيه)

= (١- ٠,٦) (٠,٢) = ٠,٤ × ٠,٢ = ٠,٠٨

ر. = مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين = ٤ جنيه

ر١ = ر. (١+هـ) = ٤ (١+٠,٠٨) = ٤ × ١,٠٨ = ٤,٣٢ جنيه

∴ سعر السهم اليوم = س. = $\frac{ر_1}{ع - هـ}$ = $\frac{٤,٣٢}{٠,١٥ - ٠,٠٨}$

= $\frac{٤,٣٢}{٠,٠٧}$ = ٦١,٧ جنيه.

نموذج تقييم الأسهم في حالة معدل النمو غير الثابت :

معدل النمو في المبيعات والأرباح في السنوات الأولى للمشروع يفوق معدلات النمو في النشاط الإقتصادي للدوله ، ثم تصل الشركات بعد ذلك إلى مرحلة النضج حيث يتساوى النمو في المبيعات والأرباح مع معدلات النمو في النشاط الإقتصادي للدوله ٠

أما المرحله الأخيره من مراحل دورة المشروع فهي مرحلة الإنخفاض حيث تتميز هذه المرحله بانخفاض معدلات النمو في المبيعات والأرباح للشركات عن معدلات النمو في النشاط الإقتصادي للدوله ٠ والمثال التالي يبين خطوات هذا النموذج ٠

مثال (١٣)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا توافرت له البيانات التاليه :

١- من المتوقع أن تحقق هذه الشركه معدلات نمو عاليه في الأرباح للعوائد الموزعه خلال الثلاث سنوات الأولى بواقع ١٢ ٪ سنوياً ٠

٢- ينخفض المعدل السابق إلى المعدل الطبيعي وهو ٦ ٪ سنوياً ، ويستمر خلال السنوات اللاحقه ٠

٣- كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = ٢ جنيه

٤- معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ٠

والمطلوب :

إيجاد السعر الذي يدفعه المستثمر اليوم لشراء السهم المذكور ؟٠

الحــل :

يتم حساب السعر الحالي للسهم من خلال الخطوات التاليه :

(١) حساب العائد المتوقع توزيعه في كل سنه من السنوات الثلاث طبقاً لمعدل النمو فوق العادي والذي سنرمز له بالرمز (هـــ)

ر$_{١}$ = ر$_{.}$ (١+هـــ) = ٢ (١+٠,١٢) = ٢ × ١,١٢ = ٢,٢٤ جنيه

ر$_{٢}$ = ر$_{١}$ (١+هـــ) = ٢,٢٤ (١+٠,١٢) = ٢,٢٤ × ١,١٢ = ٢,٥١ جنيه

ر$_{٣}$ = ر$_{٢}$ (١+هـــ) = ٢,٥١ (١+٠,١٢) = ٢,٥١ × ١,١٢ = ٢,٨١ جنيه

(٢) حساب القيمه الحاليه للعوائد المتوقع توزيعها في السنوات الثلاث الأولى

= ر$_{١}$ ح ع٪ + ر$_{٢}$ ح ع٪^{٢} + ر$_{٣}$ ح ع٪^{٣}

= ٢,٢٤ × ح ١٥٪ + ٢,٥١ × ح ١٥٪^{٢} + ٢,٨١ × ح ١٥٪^{٣}

=(٢,٢٤ × ٠,٨٦٩٥٧)+(٢,٥١ × ٠,٧٥٦١٤)+(٢,٨١ × ٠,٦٥٧٥)

= ١,٩٥ + ١,٩٠ + ١,٨٥ = ٥,٧ جنيه

(٣) حساب سعر السهم في نهاية السنة الثالثه (نهاية فترة النمو فوق العادي) أي تبدأ فترة النمو العادي وهو ٦ ٪ سنوياً ، ولما كان من المفترض أن يظل هذا المعدل عند هذا المستوى إلى ما لا نهايه ، فمن الممكن أن نستخدم نموذج التقييم في حالة النمو الثابت ، حيث :

$$س_{.} = \frac{ر_{١}}{ع - هـ}$$

ولذلك ، فإن سعر السهم عند نقطه معينه ، ولتكن نهاية السنة الثالثه (س٣) ، يمكن حسابه عن طريق قسمة العائد المتوقع بعد سنه من تلك النقطه على معدل الخصم (الفائده) مطروحاً منه معدل النمو الثابت (هـ) ، ويكون :

س٣ = ر٤ / (ع - هـ)   حيث :

ر٤ = ر٣ (١+هـ) = ٢,٨١ (١+٠,٠٦) = ٢,٨١ × ١,٠٦ = ٢,٩٨ جنيه

∴ س٣ = ر٤ / (ع - هـ) = ٢,٩٨ / (٠,١٥ - ٠,٠٦) = ٢,٩٨ / ٠,٠٩ = ٣٣ جنيه.

(٤) حساب القيمه الحاليه لسعر السهم المتوقع في نهاية السنة الثالثه (بداية السنه الرابعه) = س٣ × ع ١٥٪ ٣ = ٣٣ × ٠,٦٥٧٥١ = ٢١,٧ جنيه

∴ س. = سعر السهم الآن =

= القيمه الحاليه للعوائد المتوقعه للثلاث سنوات + القيمه الحاليه لسعر السهم المتوقع في نهاية السنة الثالثه

= ٥,٧ + ٢١,٧ = ٢٧,٤ جنيه .

مثال (١٤)

يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا توافرت له البيانات التاليه :

(١) من المتوقع أن تحقق هذه الشركه معدلات نمو عاليه في الأرباح للعوائد الموزعه خلال الثلاث سنوات الأولى بواقع ١٠ ٪ سنوياً .

(٢) ينخفض المعدل السابق إلى المعدل الطبيعي وهو ٥ ٪ سنوياً ، ويستمر خلال السنوات اللاحقه ٠

(٣) كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين ($ر_{٠}$) = ٣ جنيه

(٤) معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٤ ٪ سنوياً ٠

والمطلوب :

إيجاد السعر الذي يدفعه المستثمر اليوم لشراء السهم المذكور ؟٠

الحـــل :

(١) حساب العائد المتوقع توزيعه في كل سنه من السنوات الثلاث طبقاً لمعدل النمو فوق العادي والذي سنرمز له بالرمز (هـــ)

$ر_{١}$ = $ر_{٠}$ (١+هـــ) = ٣ (١+٠,١) = ٣ × ١,١ = ٣,٣ جنيه

$ر_{٢}$ = $ر_{١}$ (١+هـــ) = ٣,٣ (١+٠,١) = ٣,٣ × ١,١ = ٣,٦٣ جنيه

$ر_{٣}$ = $ر_{٢}$ (١+هـــ) = ٣,٦٣ (١+٠,١) = ٣,٦٣ × ١,١ = ٤,٠ جنيه

(٢) حساب القيمه الحاليه للعوائد المتوقع توزيعها في السنوات الثلاث الأولى

= $ر_{١}$ $ح_{ع٪}$ + $ر_{٢}$ $ح^{٢}_{ع٪}$ + $ر_{٣}$ $ح^{٣}_{ع٪}$

= ٣,٣× $ح_{١٤٪}$ + ٣,٦٣× $ح^{٢}_{١٤٪}$ + ٤ × $ح^{٣}_{١٤٪}$

=(٣,٣× ٠,٨٧٧١٩)+(٣,٦٣×٠,٧٦٩٤٧)+(٤× ٠,٦٧٤٩٧)

= ٢,٩ + ٢,٨ + ٢,٧

= ٨,٤ جنيه

(٣) حساب العائد المتوقع في بداية السنه الرابعه :

ر٤ = ر٣ (١+هـ) = ٤ (١+٠,٠٥) = ٤ × ١,٠٥ = ٤,٢ جنيه

$$\therefore \text{س}_{٣} = \frac{\text{ر}_{٤}}{\text{ع} - \text{هـ}} = \frac{٤,٢}{٠,١٤ - ٠,٠٥} = \frac{٤,٢}{٠,٠٩} = ٤٦,٦٦ \text{ جنيه}$$

(٤) حساب القيمه الحاليه لسعر السهم المتوقع في نهاية السنة الثالثه (بداية السنه الرابعه) =

$$= \text{س}_{٣} \times \text{ع}^{٣}_{١٤\%} = ٤٦,٦٦ \times ٠,٦٧٤٩٧ = ٣١,٤٦ \text{ جنيه}$$

∴ س. = سعر السهم الآن =

= القيمه الحاليه للعوائد المتوقعه للثلاث سنوات + القيمه الحاليه لسعر السهم المتوقع في نهاية السنة الثالثه

= ٨,٤ + ٣١,٤٦ = ٣٩,٨٦ جنيه .

تقييم الأسهم باستخدام أسلوب مضاعف الربحيه :

في حالة عدم قيام الشركه بتوزيع عائد ، حيث تقوم بإعادة استثمار الأرباح في أنشطة الشركه مرةً أخرى ، وبالتالي لا يمكن استخدام نماذج التقييم السابق ذكرها ، بل يُستخدم ما يُسمى مضاعف الربحيه ، وهذا المقياس (مضاعف الربحيه) يُعد مقياس لعدد من السنوات اللازمه لإسترداد الأموال المستثمره في السهم ، كما أن هذا المضاعف يمكن استخدامه في معرفة المبلغ الذي يجب استثماره للحصول على جنيه واحد من الأرباح . ويكون :

قيمة السهم = م × رس

حيث : م : يمثل مضاعف الربحيه .

رس : يمثل ربح السهم .

مثال (١٥)

إذا بلغ مضاعف الربحيه لإحدى الشركات (٨ مرات) ، وكان ربح السهم لتلك الشركه = ١٠ جنيهات ، المطلوب إيجاد قيمة السهم باستخدام مضاعف الربحيه ؟٠

الحـــل :

∵ قيمة السهم = م × ر س

∴ قيمة السهم الحقيقيه = ٨ × ١٠ = ٨٠ جنيه ٠

ملحوظه:

في المثال السابق نجد الآتي :

١. إذا وجد أن سعر السهم في السوق = ٧٧ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأقل من قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإن المستثمر يقدم على شراء السهم ٠
٢. إذا وجد أن سعر السهم في السوق = ٨٣ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأعلى من قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإنه من الأفضل للمستثمر أي يبيع السهم ٠

ويمكن استخدام مضاعف الربحيه للوصول إلى ما إذا كان السهم قد تم تقييمه بأقل من قيمته الحقيقيه أو تم تقييمه بأكبر من قيمته الحقيقيه ٠ ويتم التحقق من ذلك باتباع الخطوات التاليه :

١. إيجاد متوسط مضاعف الربحيه للسنوات الخمس الماضيه (مضاعف الربحيه المعياري)
٢. قسمة السعر الحالي للسهم على الربح المتوقع للسهم فينتج مضاعف الربحيه ٠

٣. مقارنة مضاعف الربحيه بمضاعف الربحيه المعياري ، ومن ثم يمكن معرفة ما إذا كان تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأقل أم بأعلى من قيمته الحقيقيه

مثال (١٦)

إذا كان سعر السهم في سوق الأوراق الماليه الآن هو ٢٨ جنيه ، وكان ربح السهم المتوقع للعام القادم يعادل ٤ جنيهات ، وبفرض أن متوسط مضاعف الربحيه المناسب للخمس سنوات الماضيه هو (٩ مرات) ، فما هو القرار المناسب لك كمستثمر ؟٠

الحــل :

$$\text{مضاعف الربحيه} = \frac{٢٨}{٤} = ٧ \text{ مرات}$$

ومن هنا يتضح أن المضاعف الذي تم احتسابه يقل عن المضاعف المناسب (المعياري) ، وهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأقل من قيمته الحقيقيه ، حيث :

سعر السهم في سوق الأوراق الماليه = ٢٨ جنيه

قيمة السهم الحقيقيه = ٤ × ٩ = ٣٦ جنيه ٠

وبالتالي فإن القرار السليم للمستثمر هو الإقدام على شراء السهم ٠

مثال (١٧)

في المثال السابق بفرض أن مضاعف الربحيه المناسب للخمس سنوات الماضيه هو (٦ مرات) ، فما هو القرار المناسب لك كمستثمر ؟٠

الحــل :

$$\text{مضاعف الربحيه} = \frac{٢٨}{٤} = ٧ \text{ مرات}$$

وفي هذه الحاله يتضح أن المضاعف الذي تم احتسابه (٧ مرات) أكبر من المضاعف المناسب (٦ مرات) ، وهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأعلى من قيمته الحقيقيه ، حيث :

سعر السهم في سوق الأوراق الماليه = ٢٨ جنيه

قيمة السهم الحقيقيه = ٤ × ٦ = ٢٤ جنيه ٠

وبالتالي فإن القرار السليم للمستثمر هو الإقدام على بيع السهم ٠

مثال (١٨)

إذا كان مضاعف الربحيه للسهم في إحدى الشركات = ١٠ مرات ، وكان ربح السهم لتلك الشركه = ٧ جنيهات ، إحسب القيمه الحقيقيه للسهم المذكور ، وإذا علمت أن سعر السهم في السوق = ٦٥ جنيه ، فما هو القرار المناسب للمستثمر في مثل هذه الحاله ؟٠ وإذا علمت أن سعر السهم في السوق = ٧٢ جنيه ، فما هو القرار المناسب للمستثمر في مثل هذه الحاله ؟٠

الحـــل :

قيمة السهم الحقيقيه = ١٠ × ٧ = ٧٠ جنيه ٠

وعلى ذلك نجد أن :

(أ) عندما يكون سعر السهم في السوق = ٦٥ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأقل من قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإن قرار المستثمر هو الإقدام على شراء السهم ٠

(ب) عندما يكون سعر السهم في السوق = ٧٢ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في سوق الأوراق الماليه بأعلى من قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإن القرار السليم للمستثمر هو الإقدام على بيع السهم ٠

تقييم الأسهم الممتازة :

عند تقييم السهم الممتاز يتم تطبيق العلاقه الرياضيه التاليه :

$$\text{قيمة السهم الممتاز الحقيقيه} = \frac{\text{ر}}{\text{ع}} = \frac{\text{العائد الممتاز بالجنيه}}{\text{معدل العائد المطلوب}}$$

مثال (١٩)

يرغب أحد المستثمرين في شراء السهم الممتاز الذي أصدرته إحدى الشركات والذي يبلغ العائد الممتاز له ٩ جنيهات سنوياً ، فإذا كان معدل العائد المطلوب ١٢ ٪ سنوياً ، فما هي القيمه الحقيقيه للسهم المذكور ؟ وما هي السياسه التي يتبعها المستثمر في الحالات التي يكون سعر السهم في سوق الأوراق الماليه (٧٠ جنيه أو ٧٥ جنيه أو ٨١ جنيه) ؟٠

الحـــل :

$$\text{قيمة السهم الممتاز الحقيقيه} = \frac{\text{ر}}{\text{ع}} = \frac{٩}{٠,١٢} = ٧٥ \text{ جنيه}$$

(أ) عندما يكون سعر السهم في السوق = ٧٠ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في السوق بأقل من قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإن قرار المستثمر بشراء السهم يعد استثمار جيد ٠

(ب) عندما يكون سعر السهم في السوق = ٧٥ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في السوق بنفس قيمته الحقيقيه ، وبالتالي فإن قرار المستثمر بشراء السهم يحقق له المعدل المطلوب للإستثمار ١٢٪ ٠

(ج) عندما يكون سعر السهم في السوق = ٨١ جنيه ، فهذا يعني أنه تم تقييم السهم في السوق بأكبر من قيمته الحقيقيه ، ويكون العائد الذي يحصل عليه المستثمر (٩ ÷ ٨١ = ١١,١١ ٪ وهو أقل من المعدل المطلوب، وبالتالي فإن قرار المستثمر الأفضل هو بيع السهم ٠

خلاصة المبحث السابع

(أولاً) تتمثل أنواع مؤشرات أسعار الأسهم في :

١- المؤشر المرجح بالأسعار .

٢- المؤشر المرجح بالقيمه السوقيه .

٣- المؤشر غير المرجح .

(ثانياً) قيمة المؤشر المرجح بالأسعار = الوسط الحسابي للأسعار

(ثالثاً) المؤشر المرجع بالقيمه السوقيه =

$$= \frac{\text{مجموع القيم السوقيه للأسهم التي تشتمل عليها عينه المؤشر في يوم معين}}{\text{مجموع القيم السوقيه للأسهم التي تشتمل عليها عينه المؤشر أول يوم لبداية العمل بالمؤشر}}$$

(رابعاً) النماذج المختلفه المستخدمه في تقييم الأسهم العاديه :

(١) نموذج التقييم لفترة واحدة

$\text{س}_0 = \text{ر} \times \text{ح} + \text{س}_{\text{ن}} \times \text{ح}$ حيث :

س_0 : تمثل سعر السهم اليوم .

ر : عائد السنه .

$\text{ح}^{\text{ن}}$: القيمه الحاليه لوحدة النقود التي تستحق بعد (ن) من السنوات

$\text{س}_{\text{ن}}$: السعر المتوقع لبيع السهم في نهاية السنه (ن)

(٢) نموذج التقييم لـ ن من الفترات الزمنيه

∴ سعر السهم اليوم = س_0 =

$$= \text{ر}_1\,\text{ح}\,\text{ع}\% + \text{ر}_2\,\text{ح}\,\text{ع}\%^{2} + \text{ر}_3\,\text{ح}\,\text{ع}\%^{3} + \ldots + \text{ر}_{\text{ن}}\,\text{ح}\,\text{ع}\%^{\text{ن}} + \text{س}_{\text{ن}}\,\text{ح}\,\text{ع}\%^{\text{ن}}$$

(٣) نموذج تقييم الأسهم في حالة النمو الصفري :

$$\text{سعر السهم اليوم} = \frac{\text{العائد الثابت}}{\text{معدل الفائده}}$$

(٤) نموذج تقييم الأسهم في حالة معدل النمو الثابت :

سعر السهم اليوم = س. = $\frac{ر_1}{ع - هـ}$ حيث :

- $ر_1$ = ر. (١+هـ)
- ر. = مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين ٠
- هـ = معدل النمو

(٥) نموذج تقييم الأسهم في حالة معدل النمو غير الثابت : وفيه يتم :

- حساب العائد المتوقع توزيعه في كل سنه من السنوات الثلاث طبقاً لمعدل النمو فوق العادي والذي سنرمز له بالرمز (هـ)
- حساب القيمه الحاليه للعوائد المتوقع توزيعها في السنوات الأولى
- حساب سعر السهم في نهاية فترة النمو فوق العادي
- حساب القيمه الحاليه للسعر في نهاية فترة النمو فوق العادي

∴ س.= سعر السهم الآن =القيمه الحاليه للعوائد المتوقعه للسنوات الأولى+ القيمه الحاليه للسعر في نهاية فترة النمو فوق العادي

(خامساً) تقييم الأسهم باستخدام أسلوب مضاعف الربحيه :

قيمة السهم = م × $ر_س$

حيث : م : يمثل مضاعف الربحيه ٠

$ر_س$: يمثل ربح السهم ٠

(سادساً) تقييم الأسهم الممتازة :

قيمة السهم الممتاز الحقيقيه = $\frac{ر}{ع}$

= $\frac{\text{العائد الممتاز بالجنيه}}{\text{معدل العائد المطلوب}}$

تمارين على المبحث السابع

(١) يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في الأسهم الخاصه بشركة الدلتا للتأمين ، ويتوقع المستثمر أن تقوم الشركه بتوزيع ٥ جنيهات لكل سهم في نهاية السنة القادمه ، كما يتوقع أن يقوم ببيع السهم في نهاية السنه بمبلغ ٩٠ جنيه ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٦٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر السهم بتلك الشركه اليوم ؟٠

(٢) يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم شركة فودافون للمحمول ، فإذا كانت توقعات المستثمر لتوزيع العائد على النحو التالي :

السنه الأولى : ٥ جنيهات   السنه الثانيه : ٥ جنيهات

السنه الثالثه : ٦ جنيهات   السنه الرابعه : ٦ جنيهات

السنه الخامسه : ٧ جنيهات

كما يتوقع أن يقوم ببيع السهم في نهاية السنه الخامسه بمبلغ ١٢٠ جنيه وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٦٪ سنوياً والمطلوب تحديد سعر هذا السهم اليوم ؟٠

(٣) يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم شركة الدلتا للأسمنت ومن واقع الخبره الماضيه لتلك الشركه خلال فتره طويله وجد أن العائد سنوياً هو مبلغ ثابت بواقع ١٥ جنيه سنوياً ، ويتوقع المستثمرون إستمرار هذه السياسه في المستقبل ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٣ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر السهم بتلك الشركه اليوم ؟٠

(٤) يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = ٥ جنيهات ، وأن معدل العائد على حقوق الملكيه = ٢٥ ٪ ، وأن النسبة المئوية لتوزيع الأرباح إلى صافي الربح = ٦٥ ٪ ، وبفرض أن معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر هذا السهم الآن ؟٠

(٥) توافرت البيانات التاليه عن إحدى شركات القطاع الخاص :

- ☒ مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين عن الأسهم العاديه (ر.) = ٨ جنيهات للسهم
- ☒ صافي الربح = ٥٠٠٠٠٠ جنيه ٠
- ☒ الأرباح الموزعه = ٤٢٠٠٠٠ جنيه ٠
- ☒ حقوق الملكيه = ٥٠٠٠٠٠ جنيه ٠
- ☒ معدل الإستثمار السائد = ١٢ ٪ سنوياً ٠

فإذا رغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم هذه الشركه ، والمطلوب تحديد سعر السهم الآن ؟٠

(٦) يرغب شخص في إستثمار أمواله في أسهم شركة الحديد والصلب ، فإذا كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = ٣ جنيهات ، وأن معدل العائد على حقوق الملكيه = ٢٠ ٪ ، وأن الشركه تقوم بتوزيع ٧٠ ٪ من أرباحها كعائد للمساهمين ، وبفرض أن معدل الإستثمار المطلوب تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً ، والمطلوب تحديد سعر السهم الآن ؟٠

(٧) يرغب أحد المستثمرين في إستثمار أمواله في أسهم إحدى الشركات ، فإذا توافرت له البيانات التاليه :

- من المتوقع أن تحقق هذه الشركه معدلات نمو عاليه في الأرباح للعوائد الموزعه خلال الثلاث سنوات الأولى بواقع ١٠ ٪ سنوياً .
- ينخفض المعدل السابق إلى المعدل الطبيعي وهو ٥ ٪ سنوياً ، ويستمر خلال السنوات اللاحقه .
- كان مقدار آخر عائد تم توزيعه على المساهمين (ر.) = ٣ جنيه
- معدل الإستثمار الذي يرغب المستثمر في تحقيقه ١٥ ٪ سنوياً .

والمطلوب :إيجاد السعر الذي يدفعه المستثمر اليوم لشراء السهم المذكور

(٨) إذا كان مضاعف الربحيه للسهم في إحدى الشركات = ١٠ مرات ، وكان ربح السهم لتلك الشركه = ١٢ جنيهات ، إحسب القيمه الحقيقيه للسهم المذكور ، وإذا علمت أن سعر السهم في السوق = ١١٥ جنيه ، فما هو القرار المناسب للمستثمر في مثل هذه الحاله ؟. وإذا علمت أن سعر السهم في السوق = ١٣٠ جنيه ، فما هو القرار المناسب للمستثمر في مثل هذه الحاله ؟.

(٩) يرغب أحد المستثمرين في شراء السهم الممتاز الذي أصدرته إحدى الشركات والذي يبلغ العائد الممتاز له ١٢ جنيهات سنوياً ، فإذا كان معدل العائد المطلوب ١٥ ٪ سنوياً ، فما هي القيمه الحقيقيه للسهم المذكور ؟ وما هي السياسه التي يتبعها المستثمر في الحالات التي يكون سعر السهم في سوق الأوراق الماليه (٧٥ جنيه أو ٨٠ جنيه أو ٨٥ جنيه) ؟.

المبحث الثامن

الإستثمار في البنوك الإسلاميه[1]

يتمثل الإستثمار في البنوك الإسلاميه في العديد من الصور ، ونتناول في هذا المبحث تلك الصور من النواحي الرياضيه .

أولاً : المضاربه :

المضاربه تعني أن يقوم المستثمر بشراء صكوك للمضاربه من أحد البنوك الإسلاميه (المُضارب) بالمبلغ الذي يريد استثماره ، وأن يتم الإتفاق عند الشراء على كيفية توزيع الربح بينهما . وفي نهاية مدة المضاربه يُحسب الإيراد الإجمالي والتكاليف الكليه ، ويُوزع الصافي على حاملي الصكوك والبنك الإسلامي ، ثم يسترد المستثمر رأس ماله كاملاً .

والمثال التالي يبين كيفية إجراء المضاربه .

مثال (١)

إشترى الصحاف والدوري عدداً من صكوك المضاربه الإسلاميه من أحد البنوك الإسلاميه (المضارب)بمبلغيْ ٢٠٠٠ ، ٤٠٠٠ جنيه على الترتيب ، واتفق البنك مع حاملي الصكوك بأن يوزع الربح بينهما بنسبة ٢٠ ٪ للبنك ، ٨٠ ٪ لحاملي الصكوك.

فإذا علمت أن البنك قام بعمليتيْن للمضاربه خلال مدة المضاربه وهي سنه كامله ، والمضاربه تتم كل ٦ شهور ــ فإذا علمت أن الإيراد الإجمالي والتكاليف الكليه في نهاية عملية المضاربه الأولى ١٥٠٠ ، ٥٠٠ جنيه .

---

[1] د . محمد سويلم – إدارة المصارف التقليديه والمصارف الإسلاميه – مكتبة ومطبعة الإشعاع ، ١٩٩٨ ص ص (٥٤٤ – ٥٦٨)

والمطلوب إيجاد معدل صافي الربح المحقق في نهاية عملية المضاربه الأولى ، ونصيب كل من حاملي الصكوك من صافي الربح بعد استقطاع مقدار الزكاه ونصيب المضارب ؟.

الحــل :

في هذه الحاله يتضح أن :

∵ أ_1 = المبلغ المستثمر للصحاف = ٢٠٠٠ جنيه

، أ_2 = المبلغ المستثمر للدورى = ٤٠٠٠ جنيه

∴ المبلغ المستثمر = أ = ٦٠٠٠ جنيه .

نصيب المضارب (البنك) من الربح = ى = ٢٠ ٪

نصيب حاملي الصكوك من الربح = ١ − ى = ٨٠ ٪

نسبة الزكاه = ز = ٢,٥ ٪

مدة المضاربه = ن = سنه واحده

عدد مرات المضاربه خلال مدة المضاربه = م =٢ مره

الإيراد في نهاية المضاربه الأولى = ر_1 = ١٥٠٠ جنيه

التكاليف الإجماليه في نهاية المضاربه الأولى = ت_1 = ٥٠٠ جنيه

معدل الربح المحقق = ع

$$\text{معدل صافي الربح [ع]} = \frac{(\text{ر}_1 - \text{ت}_1)(1 - \text{ز})(1 - \text{ى})}{\text{أ} \times \frac{\text{ن}}{\text{م}}}$$

$$= \frac{(1500 - 500)(1 - 0{,}025)(1 - 0{,}2)}{6000 \times \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1000 \times 0{,}975 \times 0{,}8}{3000} = \frac{780}{3000} = 26\ \%$$

$$\text{نصيب أي مستثمر} = \frac{(\text{ر}_1 - \text{ت}_1)(1-\text{ز})(1-\text{ى}) \times \text{المبلغ}}{\text{إجمالي المبالغ المستثمره}}$$

$$\text{نصيب الصحاف} = \frac{(١٥٠٠-٥٠٠)(١-٠,٠٢٥)(١-٠,٢)\times ٢٠٠٠}{٦٠٠٠}$$

$$= \frac{١٠٠٠\times ٠,٩٧٥\times ٠,٨\times ٢٠٠٠}{٦٠٠٠} = \frac{١٥٦٠٠٠٠}{٦٠٠٠} = \text{٢٦٠ج}$$

$$\text{نصيب الدورى} = \frac{(١٥٠٠-٥٠٠)(١-٠,٠٢٥)(١-٠,٢)\times ٤٠٠٠}{٦٠٠٠}$$

$$= \frac{١٠٠٠\times ٠,٩٧٥\times ٠,٨\times ٤٠٠٠}{٦٠٠٠} = \frac{٣١٢٠٠٠٠}{٦٠٠٠} = \text{٥٢٠ج}$$

$$\text{نصيب المضارب (البنك الإسلامي)} = (\text{ر}_1 - \text{ت}_1)(1-\text{ز})(\text{ى})$$

$$= (١٥٠٠ - ٥٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(٠,٢)$$

$$= ١٠٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٢ = ١٩٥ \text{ جنيه}$$

مثال (٢)

في المثال السابق (١) بفرض أن الصحاف تقاضى ربحه عن عملية المضاربة الأولى بينما أضاف الدوري ربحه ليضارب به في عملية المضاربه الثانيه ، أوجد معدل صافي الربح المحقق في هذه الحاله ، ونصيب كل من حاملي الصكوك من صافي الربح علماً بأن الإيراد الإجمالي والتكاليف الكليه في نهاية عملية المضاربه الثانيه كانت : ٢٢٠٠ ، ٩٠٠ جنيه على الترتيب ؟٠

الحــل :

في هذه الحاله يتضح أن :

$\because$ أ_1 = المبلغ المستثمر للصحاف = ٢٠٠٠ جنيه

، أ_2 = المبلغ المستثمر للدورى = ٤٠٠٠ + ٥٢٠ = ٤٥٢٠ جنيه

$\therefore$ المبلغ المستثمر = أ = ٢٠٠٠ + ٤٥٢٠ = ٦٥٢٠ جنيه ٠

نصيب المضارب (البنك) من الربح = ى = ٢٠ ٪

نصيب حاملي الصكوك من الربح = ١ - ى = ٨٠ ٪

نسبة الزكاه = ز = ٢,٥ ٪

مدة المضاربه = ن = سنه واحده

عدد مرات المضاربه خلال مدة المضاربه = م =٢ مره

الإيراد في نهاية المضاربه الأولى = $ر_٢$ = ٢٢٠٠ جنيه

التكاليف الإجماليه في نهاية المضاربه الثانيه = $ت_٢$ = ٩٠٠ جنيه

معدل صافي الربح [ع] = $\frac{(ر_٢ - ت_٢)(١-ز)(١-ى)}{أ \times \frac{ن}{م}}$

$= \frac{(٢٢٠٠-٩٠٠)(١-٠,٠٢٥)(١-٠,٢)}{٦٥٢٠ \times \frac{١}{٢}}$

$= \frac{١٣٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٨}{٣٢٦٠} = \frac{١٠١٤}{٣٢٦٠} = ٣١$ ٪

نصيب الصحاف = $\frac{(٢٢٠٠-٩٠٠)(١-٠,٠٢٥)(١-٠,٢)\times ٢٠٠٠}{٦٥٢٠}$

$= \frac{١٣٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٨ \times ٢٠٠٠}{٦٥٢٠} = ٣١١,٠٤$ جنيه

نصيب الدورى = $\frac{(٢٢٠٠-٩٠٠)(١-٠,٠٢٥)(١-٠,٢)\times ٤٥٢٠}{٦٥٢٠}$

$= \frac{١٣٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٨ \times ٤٥٢٠}{٦٥٢٠} = ٧٠٢,٩٦$ جنيه

نصيب المضارب (البنك الإسلامي) = $(ر_٢ - ت_٢)(١-ز)(ى)$

$= (٢٢٠٠ - ٩٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(٠,٢)$

$= ١٣٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٢ = ٢٥٣,٥$ جنيه

ثانياً : الإستثمار بالمشاركه :

وفي هذا النوع من الإستثمارات ، يشترك البنك الإسلامي مع المستثمر في ملكية أحد المشروعات ، ويتفق الطرفان على نصيب البنك في الربح ويقوم البنك بإدارة المشروع ٠

والمثال التالي يبين كيفية إجراء الإستثمار بالمشاركه ٠

مثال (٣)

أقام أحد البنوك الإسلاميه شركة مشاركه إسلاميه مع أحد عملائه على أساس البيانات التاليه :

١. مقدار رأس المال الذي يساهم به البنك الإسلامي في المشاركه = $أ_1$ = ١٠٠٠٠٠ جنيه
٢. مقدار رأس المال الذي يساهم به العميل في المشاركه = $أ_2$ = ٢٠٠٠٠٠ جنيه
٣. قيمة رأس مال المشاركه = أ = ٣٠٠٠٠٠ جنيه
٤. التكاليف الكليه = ت = ٤٠٠٠٠ جنيه
٥. النسبه الشرعيه للزكاه = ٢,٥ ٪
٦. إجمالي الإيراد = ر = ١٠٠٠٠٠ جنيه
٧. النسبه التي يحصل عليها العميل من صافي الربح مقابل العمل = ط = ٢٥ ٪
٨. مدة المشاركه بالسنوات (ن) = سنه واحده

والمطلوب :

١. إيجاد معدل صافي الربح (ع) ؟٠
٢. نصيب كل من العميل والبنك من صافي الربح ؟٠

الحــل :

معدل صافي الربح [ع] = $\frac{(ر - ت)(١ - ز)(١ - ط)}{أ \times ن}$

$= \frac{(١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(١ - ٠,٢٥)}{٣٠٠٠٠٠ \times ١}$

$= \frac{٦٠٠٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٧٥}{٣٠٠٠٠٠} = ١٤,٦$ ٪

نصيب العميل من صافي الربح مقابل العمل =

$= (ر - ت)(١ - ز)(ط)$

$= (١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(٠,٢٥)$

$= ٦٠٠٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٢٥ = ١٤٦٢٥$ جنيه

نصيب العميل من صافي الربح (بعد استقطاع مقابل العمل) =

$= (ر - ت)(١ - ز)(١ - ط) \times \frac{أ_٢}{أ}$

$= (١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(١ - ٠,٢٥) \times \frac{٢٠٠٠٠٠}{٣٠٠٠٠٠}$

$= ٦٠٠٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٧٥ \times \frac{٢}{٣} = ٢٩٢٥٠$ جنيه

إجمالي ما يتقاضاه العميل من الربح =

$= ١٤٦٢٥ + ٢٩٢٥٠ = ٤٣٨٧٥$ جنيه .

نصيب البنك من صافي الربح (بعد استقطاع مقابل العمل للعميل) =

$= (ر - ت)(١ - ز)(١ - ط) \times \frac{أ_١}{أ}$

$= (١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠)(١ - ٠,٠٢٥)(١ - ٠,٢٥) \times \frac{١٠٠٠٠٠}{٣٠٠٠٠٠}$

$= ٦٠٠٠٠ \times ٠,٩٧٥ \times ٠,٧٥ \times \frac{١}{٣} = ١٤٦٢٥$ جنيه

مثال (٤)

إشترك أحد البنوك الإسلاميه مع مولين في مشروع معين بالمشاركه المتناقصه ، بحيث قدم البنك ٤ مليون جنيه ، وقدم أصحاب المشروع (الممولين) ٦ مليون جنيه ، واتفق على أن يكون عائد العمل بنسبة ٢٥ ٪ من صافي الربح ، وأن يكون التخارج على مدى ٤ سنوات تبدأ إعتباراً من نهاية السنه الثالثه لبدء المشروع ، والمطلوب توضيح كيفية توزيع الربح خلال الثلاث سنوات الأولى ، وكيف يكون التوزيع إعتباراً من السنة الرابعه؟.

الحــل :

نلاحظ أن هذا النوع من المشاركه هو مشاركه متناقصه ، حيث يشترك البنك مع العميل في المشروع ويقدمان معاً التمويل المطلوب ، ثم يقوم العميل في كل فتره بشراء حصة البنك حتى تنتقل الملكيه بالكامل إلى العميل بمفرده.

(أ) توزيع الربح خلال كل سنه من السنوات الثلاث الأولى :

٢٥ ٪ من صافي الربح لأصحاب المشروع (حصة العمل)

٧٥ ٪ الباقيه تمثل حصة المال ، وتُوزع كما يلي :

البنك الإسلامي = ٠,٧٥ × ٠,٤ = ٠,٣ = ٣٠ ٪

أصحاب المشروع = ٠,٧٥ × ٠,٦ = ٠,٤٥ = ٤٥ ٪

واعتباراً من نهاية السنه الثالثه وحتى نهاية السنه السادسه يقوم العميل بشراء مليون جنيه كل سنه على أساس أن نصيب البنك ٤ مليون جنيه :

ويكون نصيب البنك الإسلامي في بداية السنه الرابعه = ٣ مليون جنيه.

ويكون نصيب البنك الإسلامي في بداية السنه الخامسه = ٢ مليون جنيه.

ويكون نصيب البنك الإسلامي في بداية السنه السادسه = ١ مليون جنيه.

وفي آخر السنه السادسه وبداية السنه السابعه يؤول المشروع بكامله إلى العميل ، ويكون توزيع الربح خلال كل سنه إعتباراً من السنه الرابعه على النحو التالي :

(ب) توزيع الربح خلال كل سنه إعتباراً من السنه الرابعه :

السنه	حصة البنك في التمويل بالمليون جنيه	حصة أصحاب المشروع في التمويل بالمليون جنيه	توزيع الربح		
			حصة العمل أصحاب المشروع	حصة المال	
				البنك	أصحاب المشروع
الرابعه	٣	٧	٠,٢٥	٢٢,٥٪	٥٢,٥٪
الخامسه	٢	٨	٠,٢٥	١٥٪	٦٠٪
السادسه	١	٩	٠,٢٥	٧,٥٪	٦٧,٥٪

وبذلك نجد أنه في نهاية السنة السادسة وبداية السنة السابعة يكون البنك قد تخارج تماماً ، ولم يعد له تمويل في المشروع ، كما يمكن ملاحظة أن سداد المبلغ الذي يتخارج به البنك (مليون جنيه) في نهاية كل عام إبتداءاً من نهاية السنة الثالثه يتم دفعه بعد توزيع حصص الأرباح.

ثالثاً : بيع المرابحة الإسلاميه :

المرابحه في اللغه : هي مصدر من الربح ، وهو الزياده ، وفي اصطلاح الفقهاء هي بيع يمثل الثمن الأول مع زيادة ربح ، أو هو بيع برأس المال وربح معلوم ، وصفتها أن يذكر البائع للمشتري الثمن الذي اشترى به السلعه ويشترط عليه ربحاً ما .

فإذا ما اشترى شخص بضاعه بمبلغ ١٠٠٠ جنيه بمصاريفها المختلفه ، وجاء شخص آخر يطلب شراءها عالماً بمواصفاتها وبظروف شرائها الأول ، فيقوم المشتري الأول (البائع) ببيعها له بثمن شرائها الأول مضافاً إليه ما يتفقون عليه من ربح ، فلو بيعت بمبلغ ١٢٠٠ جنيه ، فإن المشتري الأخير يجب أن يكون عالماً بمكونات هذا المبلغ ، بمعنى أنه يتكون من شراء الشراء الأول وهو ١٠٠٠ جنيه مضافاً إليه ربحاً مقداره ٢٠٠ جنيه

اما حالات المرابحه في ميدان العمل المصرفي الإسلامي ، فنجد أن البيع بالمرابحه له حالتان في التوظيف المصرفي الإسلامي وهما :

الحالة الأولى : وتُسمى الوكاله بالشراء بأجر ، وذلك بأن يطلب العميل من البنك شراء سلعه معينه ، يحدد جميع موصفاتها كما يحدد سعرها ويدفعه إلى البنك مضافاً لإليه أجر معين مقابل قيام البنك بذلك العمل ، وع مراعاة أن يكون الأجر الذي يحصل عليه البنك في حدود أجر المثل دون زياده او نقصان ، ويقدر البنك هذا الأجر في ظل خبرته وأمانته •

الحالة الثانيه : وتُسمى الوعد من عميل البنك بالشراء ، ووعد آخر من البنك بإتمام هذا البيع بعد الشراء ، وذلك بأن يطلب المتعامل مع البنك شراء سلعه معينه ويحدد جميع مواصفاتها ويحدد مع البنك الثمن الذي يشتريها به البنك ، وكذلك الثمن الذي سيشتريها به المتعامل مع البنك بعد إضافة الربح الذي يتفق عليه بينهما ، ونجد أن مثل هذا الوعد ملزم للطرفين قضاءاً طبقاً لأحكام المذهب المالكي ، وملزم للطرفين ديانه طبقاً لأحكام المذاهب الأخرى ، وما يلزم ديانه يمكن الإلزام به قضاءاً إذا اقتضت المصلحة ذلك ، وأمكن للقضاء التدخل فيه ، كما تحتاج صيغ العقود في هذا التعامل إلى دقه فنيه ، وقد يحتاج الإزام القانوني بها في بعض الدول الإسلاميه إلى إصدار قانون بذلك•

شروط بيع المرابحه :

(١) أن يكون ثمن السلعه وقيمة ربح البائع معلومه للمشتري والبائع •

(٢) ضرورة تملك البنك للسلعه وحيازتها قبل بيعها للعميل الآمر بالشراء•

(٣) أن البنك الإسلامي لا يحمل المشتري الذي تأخر عن الدفع أية فوائد تأخير كما هو الحال في معاملات البنوك التقليديه •

(٤) تقع على البنك مسئولية هلاك السلعه قبل تسليمها للعميل •

(٥) يجوز للعميل رد السلعه إذا تبين أن بها عيباً خطياً•

مقارنه بين بيع المرابحه وخصم الأوراق التجاريه والإعتماد المستندي :

تتمثل أهم الفروق بين مفهوم بيع المرابحه الإسلامي وخصم الأوراق التجاريه والإعتماد المستندي فيما يلي :

(١) هناك فارقاً بين بيع المرابحه والورقة التجارية المخصومه ، حيث أن بيع المرابحه هو عقد بيع يدفع المشتري النقود ليشتري بضاعةً ما ، في حين أن خصم الأوراق التجاريه هو بيع نقود بنقود ، حيث أن الورقه التجاريه يُثبت عليها ديناً لشخص ما أو لحامله ولم يحل ميعاد استحقاقها بعد ، فيبيعها للبنك التقليدي على أن يخصم من قيمتها الإسمية مصاريف القطع ، وهذا هو الربا بعينه .

(٢) هناك فرق ملموس بين كل من بيع المرابحه والإعتماد المستندي ، حيث في بيع المرابحه الذي يتبعه البنك الإسلامي ، يطلب العميل من البنك الإسلامي شراء سلعه معينه يحدد جميع أوصافها ويحدد ثمنها ويقوم البنك بهذا العمل ثم يقوم العميل بدفع الثمن بعد استلامه البضاعه ، وإذا هلكت البضاعه فإنها تهلك على حساب البنك وليس على حساب العميل ، وعلى ذلك فإن المشتري الحقيقي هو البنك الإسلامي ، أما في حالة الإعتماد المستندي ، فإن العميل يدفع للبنك ثمن البضاعه ، ويقوم البنك – كوسيط بالنيابة عنه – بسداد ثمن شراء البضاعه ، ولذا ، فالمشتري الحقيقي هو العميل وليس البنك كما هو الحال في البيع بالمرابحه ، ولذا لإغن أي هلاك للبضاعه يتحمله العميل وليس البنك .

المعالجة الرياضيه للبيع بالمرابحه :

يمكن معالجة بيع المرابحة رياضياً على النحو التالي :

أ : تمثل ثمن شراء السلعه موضوع الإعتبار ٠

ر : تمثل مقدار الربح الذي يحققه بيع السلعه ٠

س : تمثل ثمن بيع السلعه = أ + ر

ن : تمثل مدة الإستثمار بالسنوات ٠

ع : تمثل معدل الربح السنوي ٠

وعلى ذلك يتضح أن :

الربح = ر= أ × ع × ن

ثمن بيع السلعه = أ + ر

= أ + (أ × ع × ن)

= أ (١ + ع ن)

والمثال التالي يبين كيفية تطبيق هذه العلاقات ٠

مثال (٥)

طلبت محلات ناجى صبري من أحد البنوك الإسلاميه شراء آله معينه بنظام المرابحه ، فإذا كان ثمن شراء الآله ١٠٠٠٠ جنيه ، ومقدار الربح ١٠٠٠ جنيه ، ومدة الإستثمار ٣ شهور ، والطلوب إيجاد معدل الربح السنوي

الحـل :

$$\text{معدل الربح السنوي} = \frac{\text{الربح}}{\text{ثمن الشراء} \times \text{المده}}$$

$$= \frac{١٠٠٠}{١٠٠٠٠ \times \frac{٣}{١٢}} = ٠,٤ = ٤٠ \% \text{ سنوياً}$$

تمارين على المبحث الثامن

(١) إشترى صدام وعدي وقصي عدداً من صكوك المضاربه الإسلاميه من بنك البركه الإسلامي بالمبالغ الآتيه : ٣٠٠٠٠ ، ٢٠٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ دينار عراقي على الترتيب ، واتفق البنك مع حاملي الصكوك بأن يوزع الربح بينهما بنسبة ٢٥ ٪ للبنك ، ٧٥ ٪ لحاملي الصكوك ، فإذا علمت أن البنك قام بثلاث عمليات مضاربه خلال مدة المضاربه وهى سنه كامله كل ٤ شهور ، وإذا علمت أن الإيراد الإجمالي والتكاليف الكليه في نهاية عمليات المضاربه الثلاث كما يلي :

	الإيراد الإجمالي	التكاليف الكليه
المضاربه الأولى :	٧٠٠٠	١٠٠٠
المضاربه الثانيه :	٨٠٠٠	١٣٠٠
المضاربه الثالثه :	١٠٠٠٠	٢٥٠٠

وبفرض أن صدام أضاف ربحه عن عملية المضاربة الأولىليضارب به في عملية المضاربه الثانيه فقط ، وأن قصي أضاف ربحه عن عملية المضاربه الثانيه ليضارب به في عملية المضاربه الثالثه .

المطلوب إيجاد :

(١) معدل صافي الربح (ع) في كل من المضاربات الثلاث

(٢) نصيب كل واحد من حاملي الصكوك في المضاربات الثلاث

(٣) نصيب البنك الإسلامي من الربح في المضاربات الثلاث.

(٢) أقام بنك مصر فرع المعاملات الإسلاميه شركة مشاركه إسلاميه مع شركة الصحاف على أساس البيانات التاليه :

- مقدار رأس المال مليون جنيه يساهم البنك الإسلامي بـ ٢٥ ٪ منه والباقي لشركة الصحاف .
- التكاليف الكليه = ت = ١٦٠٠٠٠ جنيه
- النسبه الشرعيه للزكاه = ٢,٥ ٪

- إجمالي الإيراد = ر = ٤٠٠٠٠٠ جنيه
- النسبه التي يحصل عليها العميل من صافي الربح مقابل العمل = ط = ٢٠ ٪
- مدة المشاركه بالسنوات (ن) = سنه واحده

والمطلوب :

(١) إيجاد معدل صافي الربح (ع) ؟٠

(٢) نصيب كل من العميل (شركة الصحاف) والبنك من صافي الربح ؟٠

(٣) إشترك بنك فيصل الإسلامي مع شركة بغداد في مشروع معين بالمشاركه المتناقصه ، بحيث قدم البنك ٨ مليون جنيه ، وقدمت شركة بغداد (الممولين) ١٢ مليون جنيه ، واتفق على أن يكون عائد العمل بنسبة ٢٠ ٪ من صافي الربح ، وأن يكون التخارج على مدى ٤ سنوات تبدأ إعتباراً من نهاية السنه الثالثه لبدء المشروع ، فإذا علمت أن صافي الربح خلال الثلاث سنوات الأولى كان : ١٠٠٠٠٠ ، ٢٠٠٠٠٠ ، ٣٠٠٠٠٠ ، على الترتيب ، وأن صافي الربح خلال الثلاث سنوات الأخيره كان ٣٥٠٠٠٠ ، ٤٠٠٠٠٠ ، ٥٠٠٠٠٠ ، على الترتيب ، والمطلوب إيجاد نصيب البنك وشركة بغداد في الربح خلال الست سنوات؟

(٤) إشرح مفهوم البيع بالمرابحه ، واذكر شروط بيع المرابحه وحالات البيع بالمرابحه ؟٠

(٥) أذكر أهم الفروق بين بيع المرابحه الإسلامي وخصم الأوراق التجاريه ، بيع المرابحه الإسلامي ونظام الإعتماد المستندي بالبنوك التقليديه ؟٠

(٦) طلبت محلات الدوري من بنك البركه الإسلامي شراء ١٠٠٠ ثلاجه بمواصفات معينه بنظام المرابحه الإسلاميه ، فإذا كان ثمن شراء الثلاجه الواحده ٥٠٠٠ جنيه وتكاليف نقلها ٣٠٠ جنيه ، ومقدار الربح في الثلاجه الواحده ١٠٠٠ جنيه ، وتستغرق عملية الشراء والتسليم لمحلات الدوري ٤ شهور ، المطلوب حساب معدل الربح السنوي؟٠

الجداول المالية للفائدة

المركبة

الجداول المالية للفائدة المركبة :

نورد فيما يلي الجداول المالية للفائدة المركبة ، حيث تم استخدام الحاسب الآلي في عمل هذه الجداول ، وذلك من خلال برنامج EXCEL ، ونجد أنه تم تصميم هذه الجداول بحيث يكون في صفحة كل معدل من معدلات الفائدة المركبة يوجد خمسة جداول •وبفحص تلك الجداول نجد أن :

•• **العمود الأول** ن : وتمثل عدد الفترات الزمنية للإستثمار •

•• **العمود الثاني** : (١+ع) ^ن^ : وتمثل جملة وحدة النقود في نهاية (ن) من الفترات الزمنية (وهذا العمود يمثل الجدول الأول)

•• **العمود الثالث** : ح^ن^ أو (١+ع) ^-ن^ : وتمثل القيمة الحالية لوحدة النقود التى تستحق بعد ن من الفترات الزمنية وعلى أساس معدل فائدة مركبة ع ٪ (وهذا العمود يمثل الجدول الثاني)

•• **العمود الرابع** : جـ ن⌉ع% ، وتمثل جملة دفعة عادية مبلغها وحدة النقود ومدتها (ن) من الفترات الزمنية (وهذا العمود يمثل الجدول الثالث)

•• **العمود الخامس** : د ن⌉ع٪ ، وتمثل القيمة الحالية لدفعة عادية مبلغها وحدة النقود ومدتها (ن) من الفترات الزمنية ، وهذا العمود يمثل الجدول الرابع)

•• **العمود السادس** : ١ / (د ن⌉ع%) ، وتمثل القسط المتساوي من الأصل والفوائد معاً لقرض مبلغه وحدة النقود ومدته (ن) من الفترات الزمنية (وهذا العمود يمثل الجدول الخامس)

ع = ٥ ٪

ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	جـ ن|ع ٪	أ ن|ع ٪	١ / أ ن|ع ٪
١	١,٠٥	٠,٩٥٢٣٨١	١	٠,٩٥٢٣٨	١,٠٥
٢	١,١٠٢٥	٠,٩٠٧٠٢٩٥	٢,٠٥	١,٨٥٩٤١	٠,٥٣٧٨٠٤٨٨
٣	١,١٥٧٦٢٥	٠,٨٦٣٨٣٧٦	٣,١٥٢٥	٢,٧٢٣٢٥	٠,٣٦٧٢٠٨٥٦
٤	١,٢١٥٥٠٦٣	٠,٨٢٢٧٠٢٥	٤,٣١٠١٢٥	٣,٥٤٥٩٥	٠,٢٨٢٠١١٨٣
٥	١,٢٧٦٢٨١٦	٠,٧٨٣٥٢٦٢	٥,٥٢٥٦٣١	٤,٣٢٩٤٨	٠,٢٣٠٩٧٤٨
٦	١,٣٤٠٠٩٥٦	٠,٧٤٦٢١٥٤	٦,٨٠١٩١٣	٥,٠٧٥٦٩	٠,١٩٧٠١٧٤٧
٧	١,٤٠٧١٠٠٤	٠,٧١٠٦٨١٣	٨,١٤٢٠٠٨	٥,٧٨٦٣٧	٠,١٧٢٨١٩٨٢
٨	١,٤٧٧٤٥٥٤	٠,٦٧٦٨٣٩٤	٩,٥٤٩١٠٩	٦,٤٦٣٢١	٠,١٥٤٧٢١٨١
٩	١,٥٥١٣٢٨٢	٠,٦٤٤٦٠٨٩	١١,٠٢٦٥٦	٧,١٠٧٨٢	٠,١٤٠٦٩٠٠٨
١٠	١,٦٢٨٨٩٤٦	٠,٦١٣٩١٣٣	١٢,٥٧٧٨٩	٧,٧٢١٧٣	٠,١٢٩٥٠٤٥٧
١١	١,٧١٠٣٣٩٤	٠,٥٨٤٦٧٩٣	١٤,٢٠٦٧٩	٨,٣٠٦٤١	٠,١٢٠٣٨٨٨٩
١٢	١,٧٩٥٨٥٦٣	٠,٥٥٦٨٣٧٤	١٥,٩١٧١٣	٨,٨٦٣٢٥	٠,١١٢٨٢٥٤١
١٣	١,٨٨٥٦٤٩١	٠,٥٣٠٣٢١٤	١٧,٧١٢٩٨	٩,٣٩٣٥٧	٠,١٠٦٤٥٥٧٧
١٤	١,٩٧٩٩٣١٦	٠,٥٠٥٠٦٨	١٩,٥٩٨٦٣	٩,٨٩٨٦٤	٠,١٠١٠٢٣٩٧
١٥	٢,٠٧٨٩٢٨٢	٠,٤٨١٠١٧١	٢١,٥٧٨٥٦	١٠,٣٧٩٧	٠,٠٩٦٣٤٢٢٩
١٦	٢,١٨٢٨٧٤٦	٠,٤٥٨١١١٥	٢٣,٦٥٧٤٩	١٠,٨٣٧٨	٠,٠٩٢٢٦٩٩١
١٧	٢,٢٩٢٠١٨٣	٠,٤٣٦٢٩٦٧	٢٥,٨٤٠٣٧	١١,٢٧٤١	٠,٠٨٨٦٩٩١٤
١٨	٢,٤٠٦٦١٩٢	٠,٤١٥٥٢٠٧	٢٨,١٣٢٣٨	١١,٦٨٩٦	٠,٠٨٥٥٤٦٢٢
١٩	٢,٥٢٦٩٥٠٢	٠,٣٩٥٧٣٤	٣٠,٥٣٩	١٢,٠٨٥٣	٠,٠٨٢٧٤٥٠١
٢٠	٢,٦٥٣٢٩٧٧	٠,٣٧٦٨٨٩٥	٣٣,٠٦٥٩٥	١٢,٤٦٢٢	٠,٠٨٠٢٤٢٥٩
٢١	٢,٧٨٥٩٦٢٦	٠,٣٥٨٩٤٢٤	٣٥,٧١٩٢٥	١٢,٨٢١٢	٠,٠٧٧٩٩٦١١
٢٢	٢,٩٢٥٢٦٠٧	٠,٣٤١٨٤٩٩	٣٨,٥٠٥٢١	١٣,١٦٣	٠,٠٧٥٩٧٠٥١
٢٣	٣,٠٧١٥٢٣٨	٠,٣٢٥٥٧١٣	٤١,٤٣٠٤٨	١٣,٤٨٨٦	٠,٠٧٤١٣٦٨٢
٢٤	٣,٢٢٥٠٩٩٩	٠,٣١٠٠٦٧٩	٤٤,٥٠٢	١٣,٧٩٨٦	٠,٠٧٢٤٧٠٩
٢٥	٣,٣٨٦٣٥٤٩	٠,٢٩٥٣٠٢٨	٤٧,٧٢٧١	١٤,٠٩٣٩	٠,٠٧٠٩٥٢٤٦
٢٦	٣,٥٥٥٦٧٢٧	٠,٢٨١٢٤٠٧	٥١,١١٣٤٥	١٤,٣٧٥٢	٠,٠٦٩٥٦٤٣٢
٢٧	٣,٧٣٣٤٥٦٣	٠,٢٦٧٨٤٨٣	٥٤,٦٦٩١٣	١٤,٦٤٣	٠,٠٦٨٢٩١٨٦
٢٨	٣,٩٢٠١٢٩١	٠,٢٥٥٠٩٣٦	٥٨,٤٠٢٥٨	١٤,٨٩٨١	٠,٠٦٧١٢٢٥٣
٢٩	٤,١١٦١٣٥٦	٠,٢٤٢٩٤٦٣	٦٢,٣٢٢٧١	١٥,١٤١١	٠,٠٦٦٠٤٥٥١
٣٠	٤,٣٢١٩٤٢٤	٠,٢٣١٣٧٧٤	٦٦,٤٣٨٨٥	١٥,٣٧٢٥	٠,٠٦٥٠٥١٤٤
٣١	٤,٥٣٨٠٣٩٥	٠,٢٢٠٣٥٩٥	٧٠,٧٦٠٧٩	١٥,٥٩٢٨	٠,٠٦٤١٣٢١٢
٣٢	٤,٧٦٤٩٤١٥	٠,٢٠٩٨٦٦٢	٧٥,٢٩٨٨٣	١٥,٨٠٢٧	٠,٠٦٣٢٨٠٤٢
٣٣	٥,٠٠٣١٨٨٥	٠,١٩٩٨٧٢٥	٨٠,٠٦٣٧٧	١٦,٠٠٢٥	٠,٠٦٢٤٩٠٠٤
٣٤	٥,٢٥٣٣٤٨	٠,١٩٠٣٥٤٨	٨٥,٠٦٦٩٦	١٦,١٩٢٩	٠,٠٦١٧٥٥٤٥
٣٥	٥,٥١٦٠١٥٤	٠,١٨١٢٩٠٣	٩٠,٣٢٠٣١	١٦,٣٧٤٢	٠,٠٦١٠٧١٧١
٣٦	٥,٧٩١٨١٦١	٠,١٧٢٦٥٧٤	٩٥,٨٣٦٣٢	١٦,٥٤٦٩	٠,٠٦٠٤٣٤٤٦
٣٧	٦,٠٨١٤٠٦٩	٠,١٦٤٤٣٥٦	١٠١,٦٢٨١	١٦,٧١١٣	٠,٠٥٩٨٣٩٧٩
٣٨	٦,٣٨٥٤٧٧٣	٠,١٥٦٦٠٥٤	١٠٧,٧٠٩٥	١٦,٨٦٧٩	٠,٠٥٩٢٨٤٢٣
٣٩	٦,٧٠٤٧٥١٢	٠,١٤٩١٤٨	١١٤,٠٩٥	١٧,٠١٧	٠,٠٥٨٧٦٤٦٢
٤٠	٧,٠٣٩٩٨٨٧	٠,١٤٢٠٤٥٧	١٢٠,٧٩٩٨	١٧,١٥٩١	٠,٠٥٨٢٧٨١٦
٤١	٧,٣٩١٩٨٨١	٠,١٣٥٢٨١٦	١٢٧,٨٣٩٨	١٧,٢٩٤٤	٠,٠٥٧٨٢٢٢٩
٤٢	٧,٧٦١٥٨٧٦	٠,١٢٨٨٣٩٦	١٣٥,٢٣١٨	١٧,٤٢٣٢	٠,٠٥٧٣٩٤٧١
٤٣	٨,١٤٩٦٦٦٩	٠,١٢٢٧٠٤٤	١٤٢,٩٩٣٣	١٧,٥٤٥٩	٠,٠٥٦٩٩٣٣٣
٤٤	٨,٥٥٧١٥٠٣	٠,١١٦٨٦١٣	١٥١,١٤٣	١٧,٦٦٢٨	٠,٠٥٦٦١٦٢٥
٤٥	٨,٩٨٥٠٠٧٨	٠,١١١٢٩٦٥	١٥٩,٧٠٠٢	١٧,٧٧٤١	٠,٠٥٦٢٦١٧٣
٤٦	٩,٤٣٤٢٥٨٢	٠,١٠٥٩٩٦٧	١٦٨,٦٨٥٢	١٧,٨٨٠١	٠,٠٥٥٩٢٨٢
٤٧	٩,٩٠٥٩٧١١	٠,١٠٠٩٤٩٢	١٧٨,١١٩٤	١٧,٩٨١	٠,٠٥٥٦١٤٢١
٤٨	١٠,٤٠١٢٧	٠,٠٩٦١٤٢١	١٨٨,٠٢٥٤	١٨,٠٧٧٢	٠,٠٥٥٣١٨٤٣
٤٩	١٠,٩٢١٣٣٣	٠,٠٩١٥٦٣٩	١٩٨,٤٢٦٧	١٨,١٦٨٧	٠,٠٥٥٠٣٩٦٥
٥٠	١١,٤٦٧٤	٠,٠٨٧٢٠٣٧	٢٠٩,٣٤٨	١٨,٢٥٥٩	٠,٠٥٤٧٧٦٧٤

ع = ٥,٥ %					
ن	(١+ع) ن	ح ن =(١+ع) -ن	جـ ن|ع %	د ن|ع %	١ / د ن|ع %
١	١,٠٥٥	٠,٩٤٧٨٦٧٣	١	٠,٩٤٧٨٧	١,٠٥٥
٢	١,١١٣٠٢٥	٠,٨٩٨٤٥٢٤	٢,٠٥٥	١,٨٤٦٣٢	٠,٥٤١٦١٨
٣	١,١٧٤٢٤١٤	٠,٨٥١٦١٣٧	٣,١٦٨٠٢٥	٢,٦٩٧٩٣	٠,٣٧٠٦٥٤٠٧
٤	١,٢٣٨٨٢٤٧	٠,٨٠٧٢١٦٧	٤,٣٤٢٢٦٦	٣,٥٠٥١٥	٠,٢٨٥٢٩٤٤٩
٥	١,٣٠٦٩٦	٠,٧٦٥١٣٤٤	٥,٥٨١٠٩١	٤,٢٧٠٢٨	٠,٢٣٤١٧٦٤٤
٦	١,٣٧٨٨٤٢٨	٠,٧٢٥٢٤٥٨	٦,٨٨٨٠٥١	٤,٩٩٥٥٣	٠,٢٠٠١٧٨٩٥
٧	١,٤٥٤٦٧٩٢	٠,٦٨٧٤٣٦٨	٨,٢٦٦٨٩٤	٥,٦٨٢٩٧	٠,١٧٥٩٦٤٤٢
٨	١,٥٣٤٦٨٦٥	٠,٦٥١٥٩٨٩	٩,٧٢١٥٧٣	٦,٣٣٤٥٧	٠,١٥٧٨٦٤٠١
٩	١,٦١٩٠٩٤٣	٠,٦١٧٦٢٩٣	١١,٢٥٦٢٦	٦,٩٥٢٢	٠,١٤٣٨٣٩٤٦
١٠	١,٧٠٨١٤٤٥	٠,٥٨٥٤٣٠٦	١٢,٨٧٥٣٥	٧,٥٣٧٦٣	٠,١٣٢٦٦٧٧٧
١١	١,٨٠٢٠٩٢٤	٠,٥٥٤٩١٠٥	١٤,٥٨٣٥	٨,٠٩٢٥٤	٠,١٢٣٥٧٠٦٥
١٢	١,٩٠١٢٠٧٥	٠,٥٢٥٩٨١٥	١٦,٣٨٥٥٩	٨,٦١٨٥٢	٠,١١٦٠٢٩٢٣
١٣	٢,٠٠٥٧٧٣٩	٠,٤٩٨٥٦٠٧	١٨,٢٨٦٨	٩,١١٧٠٨	٠,١٠٩٦٨٤٢٦
١٤	٢,١١٦٠٩١٥	٠,٤٧٢٥٦٩٤	٢٠,٢٩٢٥٧	٩,٥٨٩٦٥	٠,١٠٤٢٧٩١٢
١٥	٢,٢٣٢٤٧٦٥	٠,٤٤٧٩٣٣	٢٢,٤٠٨٦٦	١٠,٠٣٧٦	٠,٠٩٩٦٢٥٦
١٦	٢,٣٥٥٢٦٢٧	٠,٤٢٤٥٨١١	٢٤,٦٤١١٤	١٠,٤٦٢٢	٠,٠٩٥٥٨٢٥٤
١٧	٢,٤٨٤٨٠٢١	٠,٤٠٢٤٤٦٥	٢٦,٩٩٦٤	١٠,٨٦٤٦	٠,٠٩٢٠٤١٩٧
١٨	٢,٦٢١٤٦٦٣	٠,٣٨١٤٦٥٩	٢٩,٤٨١٢	١١,٢٤٦١	٠,٠٨٨٩١٩٩٢
١٩	٢,٧٦٥٦٤٦٩	٠,٣٦١٥٧٩١	٣٢,١٠٢٦٧	١١,٦٠٧٧	٠,٠٨٦١٥٠٠٦
٢٠	٢,٩١٧٧٥٧٥	٠,٣٤٢٧٢٩	٣٤,٨٦٨٣٢	١١,٩٥٠٤	٠,٠٨٣٦٧٩٣٣
٢١	٣,٠٧٨٢٣٤٢	٠,٣٢٤٨٦١٦	٣٧,٧٨٦٠٨	١٢,٢٧٥٢	٠,٠٨١٤٦٤٧٨
٢٢	٣,٢٤٧٥٣٧	٠,٣٠٧٩٢٥٧	٤٠,٨٦٤٣١	١٢,٥٨٣٢	٠,٠٧٩٤٧١٢٣
٢٣	٣,٤٢٦١٥١٦	٠,٢٩١٨٧٢٧	٤٤,١١١٨٥	١٢,٨٧٥	٠,٠٧٧٦٦٩٦٥
٢٤	٣,٦١٤٥٨٩٩	٠,٢٧٦٦٥٦٦	٤٧,٥٣٨	١٣,١٥١٧	٠,٠٧٦٠٣٥٨
٢٥	٣,٨١٣٣٩٢٣	٠,٢٦٢٢٣٣٧	٥١,١٥٢٥٩	١٣,٤١٣٩	٠,٠٧٤٥٤٩٣٥
٢٦	٤,٠٢٣١٢٨٩	٠,٢٤٨٥٦٢٨	٥٤,٩٦٥٩٨	١٣,٦٦٢٥	٠,٠٧٣١٩٣٠٧
٢٧	٤,٢٤٤٤٠١	٠,٢٣٥٦٠٤٥	٥٨,٩٨٩١١	١٣,٨٩٨١	٠,٠٧١٩٥٢٢٨
٢٨	٤,٤٧٧٨٤٣١	٠,٢٢٣٣٢١٨	٦٣,٢٣٣٥١	١٤,١٢١٤	٠,٠٧٠٨١٤٤
٢٩	٤,٧٢٤١٢٤٤	٠,٢١١٦٧٩٤	٦٧,٧١١٣٥	١٤,٣٣٣١	٠,٠٦٩٧٦٨٥٧
٣٠	٤,٩٨٣٩٥١٣	٠,٢٠٠٦٤٤	٧٢,٤٣٥٤٨	١٤,٥٣٣٧	٠,٠٦٨٨٠٥٣٩
٣١	٥,٢٥٨٠٦٨٦	٠,١٩٠١٨٣٩	٧٧,٤١٩٤٣	١٤,٧٢٣٩	٠,٠٦٧٩١٦٦٥
٣٢	٥,٥٤٧٢٦٢٤	٠,١٨٠٢٦٩١	٨٢,٦٧٧٥	١٤,٩٠٤٢	٠,٠٦٧٠٩٥١٩
٣٣	٥,٨٥٢٣٦١٨	٠,١٧٠٨٧١٢	٨٨,٢٢٤٧٦	١٥,٠٧٥١	٠,٠٦٦٣٣٤٦٩
٣٤	٦,١٧٤٢٤١٧	٠,١٦١٩٦٣٢	٩٤,٠٧٧١٢	١٥,٢٣٧	٠,٠٦٥٦٢٩٥٨
٣٥	٦,٥١٣٨٢٥	٠,١٥٣٥١٩٦	١٠٠,٢٥١٤	١٥,٣٩٠٦	٠,٠٦٤٩٧٤٩٣
٣٦	٦,٨٧٢٠٨٥٤	٠,١٤٥٥١٦٢	١٠٦,٧٦٥٢	١٥,٥٣٦١	٠,٠٦٤٣٦٦٣٥
٣٧	٧,٢٥٠٠٥٠١	٠,١٣٧٩٣٠١	١١٣,٦٣٧٣	١٥,٦٧٤	٠,٠٦٣٧٩٩٩٣
٣٨	٧,٦٤٨٨٠٢٨	٠,١٣٠٧٣٩٤	١٢٠,٨٨٧٣	١٥,٨٠٤٧	٠,٠٦٣٢٧٧١٧
٣٩	٨,٠٦٩٤٨٧	٠,١٢٣٩٢٣٦	١٢٨,٥٣٦١	١٥,٩٢٨٧	٠,٠٦٢٧٧٩٩١
٤٠	٨,٥١٣٣٠٨٨	٠,١١٧٤٦٣١	١٣٦,٦٠٥٦	١٦,٠٤٦١	٠,٠٦٢٣٢٠٣٤
٤١	٨,٩٨١٥٤٠٨	٠,١١١٣٣٩٥	١٤٥,١١٨٩	١٦,١٥٧٥	٠,٠٦١٨٩٠٩
٤٢	٩,٤٧٥٥٢٥٥	٠,١٠٥٥٣٥	١٥٤,١٠٠٥	١٦,٢٦٣	٠,٠٦١٤٨٩٢٧
٤٣	٩,٩٩٦٦٧٩٤	٠,١٠٠٠٣٣٢	١٦٣,٥٧٦	١٦,٣٦٣	٠,٠٦١١١٣٣٧
٤٤	١٠,٥٤٦٤٩٧	٠,٠٩٤٨١٨٢	١٧٣,٥٧٢٧	١٦,٤٥٧٩	٠,٠٦٠٧٦١٢٨
٤٥	١١,١٢٦٥٥٤	٠,٠٨٩٨٧٥١	١٨٤,١١٩٢	١٦,٥٤٧٧	٠,٠٦٠٤٣١٢٧
٤٦	١١,٧٣٨٥١٥	٠,٠٨٥١٨٩٧	١٩٥,٢٤٥٧	١٦,٦٣٢٩	٠,٠٦٠١٢١٧٥
٤٧	١٢,٣٨٤١٣٣	٠,٠٨٠٧٤٨٥	٢٠٦,٩٨٤٢	١٦,٧١٣٧	٠,٠٥٩٨٣١٢٩
٤٨	١٣,٠٦٥٢٦	٠,٠٧٦٥٣٨٩	٢١٩,٣٦٨٤	١٦,٧٩٠٢	٠,٠٥٩٥٥٨٥٤
٤٩	١٣,٧٨٣٨٤٩	٠,٠٧٢٥٤٨٧	٢٣٢,٤٣٣٦	١٦,٨٦٢٨	٠,٠٥٩٣٠٢٣
٥٠	١٤,٥٤١٩٦١	٠,٠٦٨٧٦٦٥	٢٤٦,٢١٧٥	١٦,٩٣١٥	٠,٠٥٩٠٦١٤٥

ع = ٦٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,٠٦	٠,٩٤٣٣٩٦٢	١	٠,٩٤٣٤	١,٠٦
٢	١,١٢٣٦	٠,٨٨٩٩٩٦٤	٢,٠٦	١,٨٣٣٣٩	٠,٥٤٥٤٣٦٨٩
٣	١,١٩١٠١٦	٠,٨٣٩٦١٩٣	٣,١٨٣٦	٢,٦٧٣٠١	٠,٣٧٤١٠٩٨١
٤	١,٢٦٢٤٧٧	٠,٧٩٢٠٩٣٧	٤,٣٧٤٦١٦	٣,٤٦٥١١	٠,٢٨٨٥٩١٤٩
٥	١,٣٣٨٢٢٥٦	٠,٧٤٧٢٥٨٢	٥,٦٣٧٠٩٣	٤,٢١٢٣٦	٠,٢٣٧٣٩٦٤
٦	١,٤١٨٥١٩١	٠,٧٠٤٩٦٠٥	٦,٩٧٥٣١٩	٤,٩١٧٣٢	٠,٢٠٣٣٦٢٦٣
٧	١,٥٠٣٦٣٠٣	٠,٦٦٥٠٥٧١	٨,٣٩٣٨٣٨	٥,٥٨٢٣٨	٠,١٧٩١٣٥٠٢
٨	١,٥٩٣٨٤٨١	٠,٦٢٧٤١٢٤	٩,٨٩٧٤٦٨	٦,٢٠٩٧٩	٠,١٦١٠٣٥٩٤
٩	١,٦٨٩٤٧٩	٠,٥٩١٨٩٨٥	١١,٤٩١٣٢	٦,٨٠١٦٩	٠,١٤٧٠٢٢٢٤
١٠	١,٧٩٠٨٤٧٧	٠,٥٥٨٣٩٤٨	١٣,١٨٠٧٩	٧,٣٦٠٠٩	٠,١٣٥٨٦٧٩٦
١١	١,٨٩٨٢٩٨٦	٠,٥٢٦٧٨٧٥	١٤,٩٧١٦٤	٧,٨٨٦٨٧	٠,١٢٦٧٩٢٩٤
١٢	٢,٠١٢١٩٦٥	٠,٤٩٦٩٦٩٤	١٦,٨٦٩٩٤	٨,٣٨٣٨٤	٠,١١٩٢٧٧٠٣
١٣	٢,١٣٢٩٢٨٣	٠,٤٦٨٨٣٩	١٨,٨٨٢١٤	٨,٨٥٢٦٨	٠,١١٢٩٦٠١١
١٤	٢,٢٦٠٩٠٤	٠,٤٤٢٣٠١	٢١,٠١٥٠٧	٩,٢٩٤٩٨	٠,١٠٧٥٨٤٩١
١٥	٢,٣٩٦٥٥٨٢	٠,٤١٧٢٦٥١	٢٣,٢٧٥٩٧	٩,٧١٢٢٥	٠,١٠٢٩٦٢٧٦
١٦	٢,٥٤٠٣٥١٧	٠,٣٩٣٦٤٦٣	٢٥,٦٧٢٥٣	١٠,١٠٥٩	٠,٠٩٨٩٥٢١٤
١٧	٢,٦٩٢٧٧٢٨	٠,٣٧١٣٦٤٤	٢٨,٢١٢٨٨	١٠,٤٧٧٣	٠,٠٩٥٤٤٤٨
١٨	٢,٨٥٤٣٣٩٢	٠,٣٥٠٣٤٣٨	٣٠,٩٠٥٦٥	١٠,٨٢٧٦	٠,٠٩٢٣٥٦٥٤
١٩	٣,٠٢٥٥٩٩٥	٠,٣٣٠٥١٣	٣٣,٧٥٩٩٩	١١,١٥٨١	٠,٠٨٩٦٢٠٨٦
٢٠	٣,٢٠٧١٣٥٥	٠,٣١١٨٠٤٧	٣٦,٧٨٥٥٩	١١,٤٦٩٩	٠,٠٨٧١٨٤٥٦
٢١	٣,٣٩٩٥٦٣٦	٠,٢٩٤١٥٥٤	٣٩,٩٩٢٧٣	١١,٧٦٤١	٠,٠٨٥٠٠٤٥٥
٢٢	٣,٦٠٣٥٣٧٤	٠,٢٧٧٥٠٥١	٤٣,٣٩٢٢٩	١٢,٠٤١٦	٠,٠٨٣٠٤٥٥٧
٢٣	٣,٨١٩٧٤٩٧	٠,٢٦١٧٩٧٣	٤٦,٩٩٥٨٣	١٢,٣٠٣٤	٠,٠٨١٢٧٨٤٨
٢٤	٤,٠٤٨٩٣٤٦	٠,٢٤٦٩٧٨٥	٥٠,٨١٥٥٨	١٢,٥٥٠٤	٠,٠٧٩٦٧٩
٢٥	٤,٢٩١٨٧٠٧	٠,٢٣٢٩٩٨٦	٥٤,٨٦٤٥١	١٢,٧٨٣٤	٠,٠٧٨٢٢٦٧٢
٢٦	٤,٥٤٩٣٨٣	٠,٢١٩٨١	٥٩,١٥٦٣٨	١٣,٠٠٣٢	٠,٠٧٦٩٠٤٣٥
٢٧	٤,٨٢٢٣٤٥٩	٠,٢٠٧٣٦٨	٦٣,٧٠٥٧٧	١٣,٢١٠٥	٠,٠٧٥٦٩٧١٧
٢٨	٥,١١١٦٨٦٧	٠,١٩٥٦٣٠١	٦٨,٥٢٨١١	١٣,٤٠٦٢	٠,٠٧٤٥٩٢٥٥
٢٩	٥,٤١٨٣٨٧٩	٠,١٨٤٥٥٦٧	٧٣,٦٣٩٨	١٣,٥٩٠٧	٠,٠٧٣٥٧٩٦١
٣٠	٥,٧٤٣٤٩١٢	٠,١٧٤١١٠١	٧٩,٠٥٨١٩	١٣,٧٦٤٨	٠,٠٧٢٦٤٨٩١
٣١	٦,٠٨٨١٠٠٦	٠,١٦٤٢٥٤٨	٨٤,٨٠١٦٨	١٣,٩٢٩١	٠,٠٧١٧٩٢٢٢
٣٢	٦,٤٥٣٣٨٦٧	٠,١٥٤٩٥٧٤	٩٠,٨٨٩٧٨	١٤,٠٨٤	٠,٠٧١٠٠٢٣٤
٣٣	٦,٨٤٠٥٨٩٩	٠,١٤٦١٨٦٢	٩٧,٣٤٣١٦	١٤,٢٣٠٢	٠,٠٧٠٢٧٢٩٣
٣٤	٧,٢٥١٠٢٥٣	٠,١٣٧٩١١٥	١٠٤,١٨٣٨	١٤,٣٦٨١	٠,٠٦٩٥٩٨٤٣
٣٥	٧,٦٨٦٠٨٦٨	٠,١٣٠١٠٥٢	١١١,٤٣٤٨	١٤,٤٩٨٢	٠,٠٦٨٩٧٣٨٦
٣٦	٨,١٤٧٢٥٢	٠,١٢٢٧٤٠٨	١١٩,١٢٠٩	١٤,٦٢١	٠,٠٦٨٣٩٤٨٣
٣٧	٨,٦٣٦٠٨٧١	٠,١١٥٧٩٣٢	١٢٧,٢٦٨١	١٤,٧٣٦٨	٠,٠٦٧٨٥٧٤٣
٣٨	٩,١٥٤٢٥٢٣	٠,١٠٩٢٣٨٩	١٣٥,٩٠٤٢	١٤,٨٤٦	٠,٠٦٧٣٥٨١٢
٣٩	٩,٧٠٣٥٠٧٥	٠,١٠٣٠٥٥٥	١٤٥,٠٥٨٥	١٤,٩٤٩١	٠,٠٦٦٨٩٣٧٧
٤٠	١٠,٢٨٥٧١٨	٠,٠٩٧٢٢٢٢	١٥٤,٧٦٢	١٥,٠٤٦٣	٠,٠٦٦٤٦١٥٤
٤١	١٠,٩٠٢٨٦١	٠,٠٩١٧١٩	١٦٥,٠٤٧٧	١٥,١٣٨	٠,٠٦٦٠٥٨٨٦
٤٢	١١,٥٥٧٠٣٣	٠,٠٨٦٥٢٧٤	١٧٥,٩٥٠٥	١٥,٢٢٤٥	٠,٠٦٥٦٨٣٤٢
٤٣	١٢,٢٥٠٤٥٥	٠,٠٨١٦٢٩٦	١٨٧,٥٠٧٦	١٥,٣٠٦٢	٠,٠٦٥٣٣٣١٢
٤٤	١٢,٩٨٥٤٨٢	٠,٠٧٧٠٠٩١	١٩٩,٧٥٨	١٥,٣٨٣٢	٠,٠٦٥٠٠٦٠٦
٤٥	١٣,٧٦٤٦١١	٠,٠٧٢٦٥٠١	٢١٢,٧٤٣٥	١٥,٤٥٥٨	٠,٠٦٤٧٠٠٥
٤٦	١٤,٥٩٠٤٨٧	٠,٠٦٨٥٣٧٨	٢٢٦,٥٠٨١	١٥,٥٢٤٤	٠,٠٦٤٤١٤٨٥
٤٧	١٥,٤٦٥٩١٧	٠,٠٦٤٦٥٨٣	٢٤١,٠٩٨٦	١٥,٥٨٩	٠,٠٦٤١٤٧٦٨
٤٨	١٦,٣٩٣٨٧٢	٠,٠٦٠٩٩٨٤	٢٥٦,٥٦٤٥	١٥,٦٥	٠,٠٦٣٨٩٧٦٥
٤٩	١٧,٣٧٧٥٠٤	٠,٠٥٧٥٤٥٧	٢٧٢,٩٥٨٤	١٥,٧٠٧٦	٠,٠٦٣٦٦٣٥٦
٥٠	١٨,٤٢٠١٥٤	٠,٠٥٤٢٨٨٤	٢٩٠,٣٣٥٩	١٥,٧٦١٩	٠,٠٦٣٤٤٤٢٩

ع = ٦,٥ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$جـ_{\overline{ن}\|ع}\%$	$د_{\overline{ن}\|ع}\%$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}\|ع}\%}$
١	١,٠٦٥	٠,٩٣٨٩٦٧١	١	٠,٩٣٨٩٧	١,٠٦٥
٢	١,١٣٤٢٢٥	٠,٨٨١٦٥٩٣	٢,٠٦٥	١,٨٢٠٦٣	٠,٥٤٩٢٦١٥
٣	١,٢٠٧٩٤٩٦	٠,٨٢٧٨٤٩١	٣,١٩٩٢٢٥	٢,٦٤٨٤٨	٠,٣٧٧٥٧٥٧
٤	١,٢٨٦٤٦٦٤	٠,٧٧٧٣٢٣١	٤,٤٠٧١٧٥	٣,٤٢٥٨	٠,٢٩١٩٠٢٧٤
٥	١,٣٧٠٠٨٦٧	٠,٧٢٩٨٨٠٨	٥,٦٩٣٦٤١	٤,١٥٥٦٨	٠,٢٤٠٦٣٤٥٤
٦	١,٤٥٩١٤٢٣	٠,٦٨٥٣٣٤١	٧,٠٦٣٧٢٨	٤,٨٤١٠١	٠,٢٠٦٥٦٨٣١
٧	١,٥٥٣٩٨٦٥	٠,٦٤٣٥٠٦٢	٨,٥٢٢٨٧	٥,٤٨٤٥٢	٠,١٨٢٣٣١٣٧
٨	١,٦٥٤٩٩٥٧	٠,٦٠٤٢٣١٢	١٠,٠٧٦٨٦	٦,٠٨٨٧٥	٠,١٦٤٢٣٧٣
٩	١,٧٦٢٥٧٠٤	٠,٥٦٧٣٥٣٢	١١,٧٣١٨٥	٦,٦٥٦١	٠,١٥٠٢٣٨٠٣
١٠	١,٨٧٧١٣٧٥	٠,٥٣٢٧٢٦	١٣,٤٩٤٤٢	٧,١٨٨٨٣	٠,١٣٩١٠٤٦٩
١١	١,٩٩٩١٥١٤	٠,٥٠٠٢١٢٢	١٥,٣٧١٥٦	٧,٦٨٩٠٤	٠,١٣٠٠٥٥٢١
١٢	٢,١٢٩٠٩٦٢	٠,٤٦٩٦٨٢٩	١٧,٣٧٠٧١	٨,١٥٨٧٣	٠,١٢٢٥٦٨١٧
١٣	٢,٢٦٧٤٨٧٥	٠,٤٤١٠١٦٨	١٩,٤٩٩٨١	٨,٥٩٩٧٤	٠,١١٦٢٨٢٥٦
١٤	٢,٤١٤٨٧٤٢	٠,٤١٤١٠٠٢	٢١,٧٦٧٣	٩,٠١٣٨٤	٠,١١٠٩٤٠٤٨
١٥	٢,٥٧١٨٤١	٠,٣٨٨٨٢٦٥	٢٤,١٨٢١٧	٩,٤٠٢٦٧	٠,١٠٦٣٥٢٧٨
١٦	٢,٧٣٩٠١٠٧	٠,٣٦٥٠٩٥٣	٢٦,٧٥٤٠١	٩,٧٦٧٧٦	٠,١٠٢٣٧٧٥٧
١٧	٢,٩١٧٠٤٦٤	٠,٣٤٢٨١٢٥	٢٩,٤٩٣٠٢	١٠,١١٠٦	٠,٠٩٨٩٠٦٣٣
١٨	٣,١٠٦٦٥٤٤	٠,٣٢١٨٨٩٧	٣٢,٤١٠٠٧	١٠,٤٣٢٥	٠,٠٩٥٨٥٤٦١
١٩	٣,٣٠٨٥٨٦٩	٠,٣٠٢٢٤٣٨	٣٥,٥١٦٧٢	١٠,٧٣٤٧	٠,٠٩٣١٥٥٧٥
٢٠	٣,٥٢٣٦٤٥١	٠,٢٨٣٧٩٧	٣٨,٨٢٥٣١	١١,٠١٨٥	٠,٠٩٠٧٥٦٤
٢١	٣,٧٥٢٦٨٢	٠,٢٦٦٤٧٦١	٤٢,٣٤٨٩٥	١١,٢٨٥	٠,٠٨٨٦١٣٣٣
٢٢	٣,٩٩٦٦٠٦٣	٠,٢٥٠٢١٢٣	٤٦,١٠١٦٤	١١,٥٣٥٢	٠,٠٨٦٦٩١٢
٢٣	٤,٢٥٦٣٨٥٧	٠,٢٣٤٩٤١١	٥٠,٠٩٨٢٤	١١,٧٧٠١	٠,٠٨٤٩٦٠٧٨
٢٤	٤,٥٣٣٠٥٠٨	٠,٢٢٠٦٠٢	٥٤,٣٥٤٦٣	١١,٩٩٠٧	٠,٠٨٣٣٩٧٧
٢٥	٤,٨٢٧٦٩٩١	٠,٢٠٧١٣٨	٥٨,٨٨٧٦٨	١٢,١٩٧٩	٠,٠٨١٩٨١٤٨
٢٦	٥,١٤١٤٩٩٦	٠,١٩٤٤٩٥٨	٦٣,٧١٥٣٨	١٢,٣٩٢٤	٠,٠٨٠٦٩٤٨
٢٧	٥,٤٧٥٦٩٧	٠,١٨٢٦٢٥٢	٦٨,٨٥٦٨٨	١٢,٥٧٥	٠,٠٧٩٥٢٢٨٨
٢٨	٥,٨٣١٦١٧٣	٠,١٧١٤٧٩	٧٤,٣٣٢٥٧	١٢,٧٤٦٥	٠,٠٧٨٤٥٣٠٥
٢٩	٦,٢١٠٦٧٢٥	٠,١٦١٠١٣٢	٨٠,١٦٤١٩	١٢,٩٠٧٥	٠,٠٧٧٤٧٤٤
٣٠	٦,٦١٤٣٦٦٢	٠,١٥١١٨٦١	٨٦,٣٧٤٨٦	١٣,٠٥٨٧	٠,٠٧٦٥٧٧٤٤
٣١	٧,٠٤٤٣	٠,١٤١٩٥٨٧	٩٢,٩٨٩٢٣	١٣,٢٠٠٦	٠,٠٧٥٧٥٣٩٣
٣٢	٧,٥٠٢١٧٩٥	٠,١٣٣٢٩٤٦	١٠٠,٠٣٣٥	١٣,٣٣٣٩	٠,٠٧٤٩٩٦٦٥
٣٣	٧,٩٨٩٨٢١١	٠,١٢٥١٥٩٢	١٠٧,٥٣٥٧	١٣,٤٥٩١	٠,٠٧٤٢٩٩٢٤
٣٤	٨,٥٠٩١٥٩٥	٠,١١٧٥٢٠٤	١١٥,٥٢٥٥	١٣,٥٧٦٦	٠,٠٧٣٦٥٦١
٣٥	٩,٠٦٢٢٥٤٩	٠,١١٠٣٤٧٨	١٢٤,٠٣٤٧	١٣,٦٨٧	٠,٠٧٣٠٦٢٢٦
٣٦	٩,٦٥١٣٠١٤	٠,١٠٣٦١٣	١٣٣,٠٩٦٩	١٣,٧٩٠٦	٠,٠٧٢٥١٣٣٢
٣٧	١٠,٢٧٨٦٣٦	٠,٠٩٧٢٨٩٢	١٤٢,٧٤٨٢	١٣,٨٨٧٩	٠,٠٧٢٠٠٥٣٤
٣٨	١٠,٩٤٦٧٤٧	٠,٠٩١٣٥١٣	١٥٣,٠٢٦٩	١٣,٩٧٩٢	٠,٠٧١٥٣٤٨
٣٩	١١,٦٥٨٢٨٦	٠,٠٨٥٧٧٥٩	١٦٣,٩٧٣٦	١٤,٠٦٥	٠,٠٧١٠٩٨٥٤
٤٠	١٢,٤١٦٠٧٥	٠,٠٨٠٥٤٠٨	١٧٥,٦٣١٩	١٤,١٤٥٥	٠,٠٧٠٦٩٣٧٣
٤١	١٣,٢٢٣١١٩	٠,٠٧٥٦٢٥١	١٨٨,٠٤٨	١٤,٢٢١٢	٠,٠٧٠٣١٧٧٩
٤٢	١٤,٠٨٢٦٢٢	٠,٠٧١٠٠٩٥	٢٠١,٢٧١١	١٤,٢٩٢٢	٠,٠٦٩٩٦٨٤٢
٤٣	١٤,٩٩٧٩٩٣	٠,٠٦٦٦٧٥٦	٢١٥,٣٥٣٧	١٤,٣٥٨٨	٠,٠٦٩٦٤٣٥٢
٤٤	١٥,٩٧٢٨٦٢	٠,٠٦٢٦٠٦٢	٢٣٠,٣٥١٧	١٤,٤٢١٤	٠,٠٦٩٣٤١١٩
٤٥	١٧,٠١١٠٩٨	٠,٠٥٨٧٨٥٢	٢٤٦,٣٢٤٦	١٤,٤٨٠٢	٠,٠٦٩٠٥٩٦٨
٤٦	١٨,١١٦٨٢	٠,٠٥٥١٩٧٣	٢٦٣,٣٣٥٧	١٤,٥٣٥٤	٠,٠٦٨٧٩٧٤٣
٤٧	١٩,٢٩٤٤١٣	٠,٠٥١٨٢٨٥	٢٨١,٤٥٢٥	١٤,٥٨٧٣	٠,٠٦٨٥٥٣
٤٨	٢٠,٥٤٨٥٥	٠,٠٤٨٦٦٥٢	٣٠٠,٧٤٦٩	١٤,٦٣٥٩	٠,٠٦٨٣٢٥٠٥
٤٩	٢١,٨٨٤٢٠٥	٠,٠٤٥٦٩٥١	٣٢١,٢٩٥٥	١٤,٦٨١٦	٠,٠٦٨١١٢٤
٥٠	٢٣,٣٠٦٦٧٩	٠,٠٤٢٩٠٦٢	٣٤٣,١٧٩٧	١٤,٧٢٤٥	٠,٠٦٧٩١٣٩٣

ع = ٧ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	جـ ن|ع٪	د ن|ع٪	١ / د ن|ع٪
١	١,٠٧	٠,٩٣٤٥٧٩٤	١	٠,٩٣٤٥٨	١,٠٧
٢	١,١٤٤٩	٠,٨٧٣٤٣٨٧	٢,٠٧	١,٨٠٨٠٢	٠,٥٥٣٠٩١٧٩
٣	١,٢٢٥٠٤٣	٠,٨١٦٢٩٧٩	٣,٢١٤٩	٢,٦٢٤٣٢	٠,٣٨١٠٥١٦٧
٤	١,٣١٠٧٩٦	٠,٧٦٢٨٩٥٢	٤,٤٣٩٩٤٣	٣,٣٨٧٢١	٠,٢٩٥٢٢٨١٢
٥	١,٤٠٢٥٥١٧	٠,٧١٢٩٨٦٢	٥,٧٥٠٧٣٩	٤,١٠٠٢	٠,٢٤٣٨٩٠٦٩
٦	١,٥٠٠٧٣٠٤	٠,٦٦٦٣٤٢٢	٧,١٥٣٢٩١	٤,٧٦٦٥٤	٠,٢٠٩٧٩٥٨
٧	١,٦٠٥٧٨١٥	٠,٦٢٢٧٤٩٧	٨,٦٥٤٠٢١	٥,٣٨٩٢٩	٠,١٨٥٥٥٣٢٢
٨	١,٧١٨١٨٦٢	٠,٥٨٢٠٠٩١	١٠,٢٥٩٨	٥,٩٧١٣	٠,١٦٧٤٦٧٧٦
٩	١,٨٣٨٤٥٩٢	٠,٥٤٣٩٣٣٧	١١,٩٧٧٩٩	٦,٥١٥٢٣	٠,١٥٣٤٨٦٤٧
١٠	١,٩٦٧١٥١٤	٠,٥٠٨٣٤٩٣	١٣,٨١٦٤٥	٧,٠٢٣٥٨	٠,١٤٢٣٧٧٥
١١	٢,١٠٤٨٥٢	٠,٤٧٥٠٩٢٨	١٥,٧٨٣٦	٧,٤٩٨٦٧	٠,١٣٣٣٥٦٩
١٢	٢,٢٥٢١٩١٦	٠,٤٤٤٠١٢	١٧,٨٨٨٤٥	٧,٩٤٢٦٩	٠,١٢٥٩٠١٩٩
١٣	٢,٤٠٩٨٤٥	٠,٤١٤٩٦٤٤	٢٠,١٤٠٦٤	٨,٣٥٧٦٥	٠,١١٩٦٥٠٨٥
١٤	٢,٥٧٨٥٣٤٢	٠,٣٨٧٨١٧٢	٢٢,٥٥٠٤٩	٨,٧٤٥٤٧	٠,١١٤٣٤٤٩٤
١٥	٢,٧٥٩٠٣١٥	٠,٣٦٢٤٤٦	٢٥,١٢٩٠٢	٩,١٠٧٩١	٠,١٠٩٧٩٤٦٢
١٦	٢,٩٥٢١٦٣٧	٠,٣٣٨٧٣٤٦	٢٧,٨٨٨٠٥	٩,٤٤٦٦٥	٠,١٠٥٨٥٧٦٥
١٧	٣,١٥٨٨١٥٢	٠,٣١٦٥٧٤٤	٣٠,٨٤٠٢٢	٩,٧٦٣٢٢	٠,١٠٢٤٢٥١٩
١٨	٣,٣٧٩٩٣٢٣	٠,٢٩٥٨٦٣٩	٣٣,٩٩٩٠٣	١٠,٠٥٩١	٠,٠٩٩٤١٢٦
١٩	٣,٦١٦٥٢٧٥	٠,٢٧٦٥٠٨٣	٣٧,٣٧٨٩٦	١٠,٣٣٥٦	٠,٠٩٦٧٥٣٠١
٢٠	٣,٨٦٩٦٨٤٥	٠,٢٥٨٤١٩	٤٠,٩٩٥٤٩	١٠,٥٩٤	٠,٠٩٤٣٩٢٩٣
٢١	٤,١٤٠٥٦٢٤	٠,٢٤١٥١٣١	٤٤,٨٦٥١٨	١٠,٨٣٥٥	٠,٠٩٢٢٨٩
٢٢	٤,٤٣٠٤٠١٧	٠,٢٢٥٧١٣٢	٤٩,٠٠٥٧٤	١١,٠٦١٢	٠,٠٩٠٤٠٥٧٧
٢٣	٤,٧٤٠٥٢٩٩	٠,٢١٠٩٤٦٩	٥٣,٤٣٦١٤	١١,٢٧٢٢	٠,٠٨٨٧١٣٩٣
٢٤	٥,٠٧٢٣٦٧	٠,١٩٧١٤٦٦	٥٨,١٧٦٦٧	١١,٤٦٩٣	٠,٠٨٧١٨٩٠٢
٢٥	٥,٤٢٧٤٣٢٦	٠,١٨٤٢٤٩٢	٦٣,٢٤٩٠٤	١١,٦٥٣٦	٠,٠٨٥٨١٠٥٢
٢٦	٥,٨٠٧٣٥٢٩	٠,١٧٢١٩٥٥	٦٨,٦٧٦٤٧	١١,٨٢٥٨	٠,٠٨٤٥٦١٠٣
٢٧	٦,٢١٣٨٦٧٦	٠,١٦٠٩٣٠٤	٧٤,٤٨٣٨٢	١١,٩٨٦٧	٠,٠٨٣٤٢٥٧٣
٢٨	٦,٦٤٨٨٣٨٤	٠,١٥٠٤٠٢٢	٨٠,٦٩٧٦٩	١٢,١٣٧١	٠,٠٨٢٣٩١٩٣
٢٩	٧,١١٤٢٥٧	٠,١٤٠٥٦٢٨	٨٧,٣٤٦٥٣	١٢,٢٧٧٧	٠,٠٨١٤٤٨٦٥
٣٠	٧,٦١٢٢٥٥	٠,١٣١٣٦٧١	٩٤,٤٦٠٧٩	١٢,٤٠٩	٠,٠٨٠٥٨٦٤
٣١	٨,١٤٥١١٢٩	٠,١٢٢٧٧٣	١٠٢,٠٧٣	١٢,٥٣١٨	٠,٠٧٩٧٩٦٩١
٣٢	٨,٧١٥٢٧٠٨	٠,١١٤٧٤١١	١١٠,٢١٨٢	١٢,٦٤٦٦	٠,٠٧٩٠٧٢٩٢
٣٣	٩,٣٢٥٣٣٩٨	٠,١٠٧٢٣٤٧	١١٨,٩٣٣٤	١٢,٧٥٣٨	٠,٠٧٨٤٠٨٠٧
٣٤	٩,٩٧٨١١٣٥	٠,١٠٠٢١٩٣	١٢٨,٢٥٨٨	١٢,٨٥٤	٠,٠٧٧٧٩٦٧٤
٣٥	١٠,٦٧٦٥٨١	٠,٠٩٣٦٦٢٩	١٣٨,٢٣٦٩	١٢,٩٤٧٧	٠,٠٧٧٢٣٣٩٦
٣٦	١١,٤٢٣٩٤٢	٠,٠٨٧٥٣٥٥	١٤٨,٩١٣٥	١٣,٠٣٥٢	٠,٠٧٦٧١٥٣١
٣٧	١٢,٢٢٣٦١٨	٠,٠٨١٨٠٨٨	١٦٠,٣٣٧٤	١٣,١١٧	٠,٠٧٦٢٣٦٨٥
٣٨	١٣,٠٧٩٢٧١	٠,٠٧٦٤٥٦٩	١٧٢,٥٦١	١٣,١٩٣٥	٠,٠٧٥٧٩٥٠٥
٣٩	١٣,٩٩٤٨٢	٠,٠٧١٤٥٥	١٨٥,٦٤٠٣	١٣,٢٦٤٩	٠,٠٧٥٣٨٦٧٦
٤٠	١٤,٩٧٤٤٥٨	٠,٠٦٦٧٨٠٤	١٩٩,٦٣٥١	١٣,٣٣١٧	٠,٠٧٥٠٠٩١٤
٤١	١٦,٠٢٢٦٧	٠,٠٦٢٤١١٦	٢١٤,٦٠٩٦	١٣,٣٩٤١	٠,٠٧٤٦٥٩٦٢
٤٢	١٧,١٤٤٢٥٧	٠,٠٥٨٣٢٨٦	٢٣٠,٦٣٢٢	١٣,٤٥٢٤	٠,٠٧٤٣٣٥٩١
٤٣	١٨,٣٤٤٣٥٥	٠,٠٥٤٥١٢٧	٢٤٧,٧٧٦٥	١٣,٥٠٧	٠,٠٧٤٠٣٥٩
٤٤	١٩,٦٢٨٤٦	٠,٠٥٠٩٤٦٤	٢٦٦,١٢٠٩	١٣,٥٥٧٩	٠,٠٧٣٧٥٧٦٩
٤٥	٢١,٠٠٢٤٥٢	٠,٠٤٧٦١٣٥	٢٨٥,٧٤٩٣	١٣,٦٠٥٥	٠,٠٧٣٤٩٩٥٧
٤٦	٢٢,٤٧٢٦٢٣	٠,٠٤٤٤٩٨٦	٣٠٦,٧٥١٨	١٣,٦٥	٠,٠٧٣٢٥٩٩٦
٤٧	٢٤,٠٤٥٧٠٧	٠,٠٤١٥٨٧٥	٣٢٩,٢٢٤٤	١٣,٦٩١٦	٠,٠٧٣٠٣٧٤٤
٤٨	٢٥,٧٢٨٩٠٧	٠,٠٣٨٨٦٦٨	٣٥٣,٢٧٠١	١٣,٧٣٠٥	٠,٠٧٢٨٣٠٧
٤٩	٢٧,٥٢٩٩٣	٠,٠٣٦٣٢٤١	٣٧٨,٩٩٩	١٣,٧٦٦٨	٠,٠٧٢٦٣٨٥٣
٥٠	٢٩,٤٥٧٠٢٥	٠,٠٣٣٩٤٧٨	٤٠٦,٥٢٨٩	١٣,٨٠٠٧	٠,٠٧٢٤٥٩٨٥

ع = ٧,٥ ٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن} = (1+ع)^{-ن}$	$ج_{ن\|ع\%}$	$د_{ن\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{ن\|ع\%}}$
١	١,٠٧٥	٠,٩٣٠٢٣٢٦	١	٠,٩٣٠٢٣	١,٠٧٥
٢	١,١٥٥٦٢٥	٠,٨٦٥٣٣٢٦	٢,٠٧٥	١,٧٩٥٥٧	٠,٥٥٦٩٢٧٧١
٣	١,٢٤٢٢٩٦٩	٠,٨٠٤٩٦٠٦	٣,٢٣٠٦٢٥	٢,٦٠٠٥٣	٠,٣٨٤٥٣٧٦٣
٤	١,٣٣٥٤٦٩١	٠,٧٤٨٨٠٠٥	٤,٤٧٢٩٢٢	٣,٣٤٩٣٣	٠,٢٩٨٥٦٧٥١
٥	١,٤٣٥٦٢٩٣	٠,٦٩٦٥٥٨٦	٥,٨٠٨٣٩١	٤,٠٤٥٨٨	٠,٢٤٧١٦٤٧٢
٦	١,٥٤٣٣٠١٥	٠,٦٤٧٩٦١٥	٧,٢٤٤٠٢	٤,٦٩٣٨٥	٠,٢١٣٠٤٤٨٩
٧	١,٦٥٩٠٤٩١	٠,٦٠٢٧٥٤٩	٨,٧٨٧٣٢٢	٥,٢٩٦٦	٠,١٨٨٨٠٠٣٢
٨	١,٧٨٣٤٧٧٨	٠,٥٦٠٧٠٢٢	١٠,٤٤٦٣٧	٥,٨٥٧٣	٠,١٧٠٧٢٧٠٢
٩	١,٩١٧٢٣٨٧	٠,٥٢١٥٨٣٥	١٢,٢٢٩٨٥	٦,٣٧٨٨٩	٠,١٥٦٧٦٧١٦
١٠	٢,٠٦١٠٣١٦	٠,٤٨٥١٩٣٩	١٤,١٤٧٠٩	٦,٨٦٤٠٨	٠,١٤٥٦٨٥٩٣
١١	٢,٢١٥٦٠٨٩	٠,٤٥١٣٤٣٢	١٦,٢٠٨١٢	٧,٣١٥٤٢	٠,١٣٦٦٩٧٤٧
١٢	٢,٣٨١٧٧٩٦	٠,٤١٩٨٥٤١	١٨,٤٢٣٧٣	٧,٧٣٥٢٨	٠,١٢٩٢٧٧٨٣
١٣	٢,٥٦٠٤١٣١	٠,٣٩٠٥٦٢	٢٠,٨٠٥٥١	٨,١٢٥٨٤	٠,١٢٣٠٦٤٢
١٤	٢,٧٥٢٤٤٤	٠,٣٦٣٣١٣٥	٢٣,٣٦٥٩٢	٨,٤٨٩١٥	٠,١١٧٧٩٧٣٧
١٥	٢,٩٥٨٨٧٧٤	٠,٣٣٧٩٦٦	٢٦,١١٨٣٦	٨,٨٢٧١٢	٠,١١٣٢٨٧٢٤
١٦	٣,١٨٠٧٩٣٢	٠,٣١٤٣٨٧	٢٩,٠٧٧٢٤	٩,١٤١٥١	٠,١٠٩٣٩١١٦
١٧	٣,٤١٩٣٥٢٦	٠,٢٩٢٤٥٣	٣٢,٢٥٨٠٤	٩,٤٣٣٩٦	٠,١٠٦٠٠٠٠٣
١٨	٣,٦٧٥٨٠٤١	٠,٢٧٢٠٤٩٣	٣٥,٦٧٧٣٩	٩,٧٠٦٠١	٠,١٠٣٠٢٨٩٦
١٩	٣,٩٥١٤٨٩٤	٠,٢٥٣٠٦٩١	٣٩,٣٥٣١٩	٩,٩٥٩٠٨	٠,١٠٠٤١٠٩
٢٠	٤,٢٤٧٨٥١١	٠,٢٣٥٤١٣١	٤٣,٣٠٤٦٨	١٠,١٩٤٥	٠,٠٩٨٠٩٢١٩
٢١	٤,٥٦٦٤٣٩٩	٠,٢١٨٩٨٩	٤٧,٥٥٢٥٣	١٠,٤١٣٥	٠,٠٩٦٠٢٩٣٧
٢٢	٤,٩٠٨٩٢٢٩	٠,٢٠٣٧١٠٧	٥٢,١١٨٩٧	١٠,٦١٧٢	٠,٠٩٤١٨٦٨٧
٢٣	٥,٢٧٧٠٩٢١	٠,١٨٩٤٩٨٣	٥٧,٠٢٧٩	١٠,٨٠٦٧	٠,٠٩٢٥٣٥٢٨
٢٤	٥,٦٧٢٨٧٤١	٠,١٧٦٢٧٧٥	٦٢,٣٠٤٩٩	١٠,٩٨٣	٠,٠٩١٠٥٠٠٨
٢٥	٦,٠٩٨٣٣٩٦	٠,١٦٣٩٧٩١	٦٧,٩٧٧٨٦	١١,١٤٦٩	٠,٠٨٩٧١٠٦٧
٢٦	٦,٥٥٥٧١٥١	٠,١٥٢٥٣٨٧	٧٤,٠٧٦٢	١١,٢٩٩٥	٠,٠٨٨٤٩٩٦١
٢٧	٧,٠٤٧٣٩٣٧	٠,١٤١٨٩٦٤	٨٠,٦٣١٩٢	١١,٤٤١٤	٠,٠٨٧٤٠٢٠٤
٢٨	٧,٥٧٥٩٤٨٢	٠,١٣١٩٩٦٧	٨٧,٦٧٩٣١	١١,٥٧٣٤	٠,٠٨٦٤٠٥٢
٢٩	٨,١٤٤١٤٤٤	٠,١٢٢٧٨٧٦	٩٥,٢٥٥٢٦	١١,٦٩٦٢	٠,٠٨٥٤٩٨١١
٣٠	٨,٧٥٤٩٥٥٢	٠,١١٤٢٢١	١٠٣,٣٩٩٤	١١,٨١٠٤	٠,٠٨٤٦٧١٢٤
٣١	٩,٤١١٥٧٦٨	٠,١٠٦٢٥٢١	١١٢,١٥٤٤	١١,٩١٦٦	٠,٠٨٣٩١٦٢٨
٣٢	١٠,١١٧٤٤٥	٠,٠٩٨٨٣٩٢	١٢١,٥٦٥٩	١٢,٠١٥٥	٠,٠٨٣٢٢٥٩٩
٣٣	١٠,٨٧٦٢٥٣	٠,٠٩١٩٤٣٤	١٣١,٦٨٣٤	١٢,١٠٧٤	٠,٠٨٢٥٩٣٩٧
٣٤	١١,٦٩١٩٧٢	٠,٠٨٥٥٢٨٨	١٤٢,٥٥٩٦	١٢,١٩٢٩	٠,٠٨٢٠١٤٦١
٣٥	١٢,٥٦٨٨٧	٠,٠٧٩٥٦١٦	١٥٤,٢٥١٦	١٢,٢٧٢٥	٠,٠٨١٤٨٢٩١
٣٦	١٣,٥١١٥٣٦	٠,٠٧٤٠١٠٨	١٦٦,٨٢٠٥	١٢,٣٤٦٥	٠,٠٨٠٩٩٤٤٧
٣٧	١٤,٥٢٤٩٠١	٠,٠٦٨٨٤٧٣	١٨٠,٣٣٢	١٢,٤١٥٤	٠,٠٨٠٥٤٥٣٣
٣٨	١٥,٦١٤٢٦٨	٠,٠٦٤٠٤٤	١٩٤,٨٥٦٩	١٢,٤٧٩٤	٠,٠٨٠١٣١٩٧
٣٩	١٦,٧٨٥٣٣٩	٠,٠٥٩٥٧٥٨	٢١٠,٤٧١٢	١٢,٥٣٩	٠,٠٧٩٧٥١٢٤
٤٠	١٨,٠٤٤٢٣٩	٠,٠٥٥٤١٩٤	٢٢٧,٢٥٦٥	١٢,٥٩٤٤	٠,٠٧٩٤٠٠٣١
٤١	١٩,٣٩٧٥٥٧	٠,٠٥١٥٥٢٩	٢٤٥,٣٠٠٨	١٢,٦٤٦	٠,٠٧٩٠٧٦٦٣
٤٢	٢٠,٨٥٢٣٧٤	٠,٠٤٧٩٥٦٢	٢٦٤,٦٩٨٣	١٢,٦٩٣٩	٠,٠٧٨٧٧٧٨٩
٤٣	٢٢,٤١٦٣٠٢	٠,٠٤٤٦١٠٤	٢٨٥,٥٥٠٧	١٢,٧٣٨٥	٠,٠٧٨٥٠٢٠١
٤٤	٢٤,٠٩٧٥٢٤	٠,٠٤١٤٩٨	٣٠٧,٩٦٧	١٢,٧٨	٠,٠٧٨٢٤٧١
٤٥	٢٥,٩٠٤٨٣٩	٠,٠٣٨٦٠٢٨	٣٣٢,٠٦٤٥	١٢,٨١٨٦	٠,٠٧٨٠١١٤٦
٤٦	٢٧,٨٤٧٧٠٢	٠,٠٣٥٩٠٩٦	٣٥٧,٩٦٩٤	١٢,٨٥٤٥	٠,٠٧٧٧٩٣٥٤
٤٧	٢٩,٩٣٦٢٧٩	٠,٠٣٣٤٠٤٣	٣٨٥,٨١٧١	١٢,٨٨٧٩	٠,٠٧٧٥٩١٩
٤٨	٣٢,١٨١٥	٠,٠٣١٠٧٣٨	٤١٥,٧٥٣٣	١٢,٩١٩	٠,٠٧٧٤٠٥٢٧
٤٩	٣٤,٥٩٥١١٣	٠,٠٢٨٩٠٥٨	٤٤٧,٩٣٤٨	١٢,٩٤٧٩	٠,٠٧٧٢٣٢٤٧
٥٠	٣٧,١٨٩٧٤٦	٠,٠٢٦٨٨٩١	٤٨٢,٥٢٩٩	١٢,٩٧٤٨	٠,٠٧٧٠٧٢٤١

ع = ٨ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ن\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,٠٨	٠,٩٢٥٩٢٥٩	١	٠,٩٢٥٩٣	١,٠٨
٢	١,١٦٦٤	٠,٨٥٧٣٣٨٨	٢,٠٨	١,٧٨٣٢٦	٠,٥٦٠٧٦٩٢٣
٣	١,٢٥٩٧١٢	٠,٧٩٣٨٣٢٢	٣,٢٤٦٤	٢,٥٧٧١	٠,٣٨٨٠٣٣٥١
٤	١,٣٦٠٤٨٩	٠,٧٣٥٠٢٩٩	٤,٥٠٦١١٢	٣,٣١٢١٣	٠,٣٠١٩٢٠٨
٥	١,٤٦٩٣٢٨١	٠,٦٨٠٥٨٣٢	٥,٨٦٦٦٠١	٣,٩٩٢٧١	٠,٢٥٠٤٥٦٤٥
٦	١,٥٨٦٨٧٤٣	٠,٦٣٠١٦٩٦	٧,٣٣٥٩٢٩	٤,٦٢٢٨٨	٠,٢١٦٣١٥٣٩
٧	١,٧١٣٨٢٤٣	٠,٥٨٣٤٩٠٤	٨,٩٢٢٨٠٣	٥,٢٠٦٣٧	٠,١٩٢٠٧٢٤
٨	١,٨٥٠٩٣٠٢	٠,٥٤٠٢٦٨٩	١٠,٦٣٦٦٣	٥,٧٤٦٦٤	٠,١٧٤٠١٤٧٦
٩	١,٩٩٩٠٠٤٦	٠,٥٠٠٢٤٩	١٢,٤٨٧٥٦	٦,٢٤٦٨٩	٠,١٦٠٠٧٩٧١
١٠	٢,١٥٨٩٢٥	٠,٤٦٣١٩٣٥	١٤,٤٨٦٥٦	٦,٧١٠٠٨	٠,١٤٩٠٢٩٤٩
١١	٢,٣٣١٦٣٩	٠,٤٢٨٨٨٢٩	١٦,٦٤٥٤٩	٧,١٣٨٩٦	٠,١٤٠٠٧٦٣٤
١٢	٢,٥١٨١٧٠١	٠,٣٩٧١١٣٨	١٨,٩٧٧١٣	٧,٥٣٦٠٨	٠,١٣٢٦٩٥٠٢
١٣	٢,٧١٩٦٢٣٧	٠,٣٦٧٦٩٧٩	٢١,٤٩٥٣	٧,٩٠٣٧٨	٠,١٢٦٥٢١٨١
١٤	٢,٩٣٧١٩٣٦	٠,٣٤٠٤٦١	٢٤,٢١٤٩٢	٨,٢٤٤٢٤	٠,١٢١٢٩٦٨٥
١٥	٣,١٧٢١٦٩١	٠,٣١٥٢٤١٧	٢٧,١٥٢١١	٨,٥٥٩٤٨	٠,١١٦٨٢٩٥٤
١٦	٣,٤٢٥٩٤٢٦	٠,٢٩١٨٩٠٥	٣٠,٣٢٤٢٨	٨,٨٥١٣٧	٠,١١٢٩٧٦٨٧
١٧	٣,٧٠٠٠١٨١	٠,٢٧٠٢٦٩	٣٣,٧٥٠٢٣	٩,١٢١٦٤	٠,١٠٩٦٢٩٤٣
١٨	٣,٩٩٦٠١٩٥	٠,٢٥٠٢٤٩	٣٧,٤٥٠٢٤	٩,٣٧١٨٩	٠,١٠٦٧٠٢١
١٩	٤,٣١٥٧٠١١	٠,٢٣١٧١٢١	٤١,٤٤٦٢٦	٩,٦٠٣٦	٠,١٠٤١٢٧٦٣
٢٠	٤,٦٦٠٩٥٧١	٠,٢١٤٥٤٨٢	٤٥,٧٦١٩٦	٩,٨١٨١٥	٠,١٠١٨٥٢٢١
٢١	٥,٠٣٣٨٣٣٧	٠,١٩٨٦٥٥٧	٥٠,٤٢٢٩٢	١٠,٠١٦٨	٠,٠٩٩٨٣٢٢٥
٢٢	٥,٤٣٦٥٤٠٤	٠,١٨٣٩٤٠٥	٥٥,٤٥٦٧٦	١٠,٢٠٠٧	٠,٠٩٨٠٣٢٠٧
٢٣	٥,٨٧١٤٦٣٦	٠,١٧٠٣١٥٣	٦٠,٨٩٣٣	١٠,٣٧١١	٠,٠٩٦٤٢٢١٧
٢٤	٦,٣٤١١٨٠٧	٠,١٥٧٦٩٩٣	٦٦,٧٦٤٧٦	١٠,٥٢٨٨	٠,٠٩٤٩٧٧٩٦
٢٥	٦,٨٤٨٤٧٥٢	٠,١٤٦٠١٧٩	٧٣,١٠٥٩٤	١٠,٦٧٤٨	٠,٠٩٣٦٧٨٧٨
٢٦	٧,٣٩٦٣٥٣٢	٠,١٣٥٢٠١٨	٧٩,٩٥٤٤٢	١٠,٨١	٠,٠٩٢٥٠٧١٣
٢٧	٧,٩٨٨٠٦١٥	٠,١٢٥١٨٦٨	٨٧,٣٥٠٧٧	١٠,٩٣٥٢	٠,٠٩١٤٤٨١
٢٨	٨,٦٢٧١٠٦٤	٠,١١٥٩١٣٧	٩٥,٣٣٨٨٣	١١,٠٥١١	٠,٠٩٠٤٨٨٩١
٢٩	٩,٣١٧٢٧٤٩	٠,١٠٧٣٢٧٥	١٠٣,٩٦٥٩	١١,١٥٨٤	٠,٠٨٩٦١٨٥٤
٣٠	١٠,٠٦٢٦٥٧	٠,٠٩٩٣٧٧٣	١١٣,٢٨٣٢	١١,٢٥٧٨	٠,٠٨٨٨٢٧٤٣
٣١	١٠,٨٦٧٦٦٩	٠,٠٩٢٠١٦	١٢٣,٣٤٥٩	١١,٣٤٩٨	٠,٠٨٨١٠٧٢٨
٣٢	١١,٧٣٧٠٨٣	٠,٠٨٥٢	١٣٤,٢١٣٥	١١,٤٣٥	٠,٠٨٧٤٥٠٨١
٣٣	١٢,٦٧٦٠٥	٠,٠٧٨٨٨٨٩	١٤٥,٩٥٠٦	١١,٥١٣٩	٠,٠٨٦٨٥١٦٣
٣٤	١٣,٦٩٠١٣٤	٠,٠٧٣٠٤٥٣	١٥٨,٦٢٦٧	١١,٥٨٦٩	٠,٠٨٦٣٠٤١١
٣٥	١٤,٧٨٥٣٤٤	٠,٠٦٧٦٣٤٥	١٧٢,٣١٦٨	١١,٦٥٤٦	٠,٠٨٥٨٠٣٢٦
٣٦	١٥,٩٦٨١٧٢	٠,٠٦٢٦٢٤٦	١٨٧,١٠٢١	١١,٧١٧٢	٠,٠٨٥٣٤٤٦٧
٣٧	١٧,٢٤٥٦٢٦	٠,٠٥٧٩٨٥٧	٢٠٣,٠٧٠٣	١١,٧٧٥٢	٠,٠٨٤٩٢٤٤
٣٨	١٨,٦٢٥٢٧٦	٠,٠٥٣٦٩٠٥	٢٢٠,٣١٥٩	١١,٨٢٨٩	٠,٠٨٤٥٣٨٩٤
٣٩	٢٠,١١٥٢٩٨	٠,٠٤٩٧١٣٤	٢٣٨,٩٤١٢	١١,٨٧٨٦	٠,٠٨٤١٨٥١٣
٤٠	٢١,٧٢٤٥٢١	٠,٠٤٦٠٣٠٩	٢٥٩,٠٥٦٥	١١,٩٢٤٦	٠,٠٨٣٨٦٠١٦
٤١	٢٣,٤٦٢٤٨٣	٠,٠٤٢٦٢١٢	٢٨٠,٧٨١	١١,٩٦٧٢	٠,٠٨٣٥٦١٤٩
٤٢	٢٥,٣٣٩٤٨٢	٠,٠٣٩٤٦٤١	٣٠٤,٢٤٣٥	١٢,٠٠٦٧	٠,٠٨٣٢٨٦٨٤
٤٣	٢٧,٣٦٦٦٤	٠,٠٣٦٥٤٠٨	٣٢٩,٥٨٣	١٢,٠٤٣٢	٠,٠٨٣٠٣٤١٤
٤٤	٢٩,٥٥٥٩٧٢	٠,٠٣٣٨٣٤١	٣٥٦,٩٤٩٦	١٢,٠٧٧١	٠,٠٨٢٨٠١٥٢
٤٥	٣١,٩٢٠٤٤٩	٠,٠٣١٣٢٧٩	٣٨٦,٥٠٥٦	١٢,١٠٨٤	٠,٠٨٢٥٨٧٢٨
٤٦	٣٤,٤٧٤٠٨٥	٠,٠٢٩٠٠٧٣	٤١٨,٤٢٦١	١٢,١٣٧٤	٠,٠٨٢٣٨٩٩١
٤٧	٣٧,٢٣٢٠١٢	٠,٠٢٦٨٥٨٦	٤٥٢,٩٠٠٢	١٢,١٦٤٣	٠,٠٨٢٢٠٧٩٩
٤٨	٤٠,٢١٠٥٧٣	٠,٠٢٤٨٦٩١	٤٩٠,١٣٢٢	١٢,١٨٩١	٠,٠٨٢٠٤٠٢٧
٤٩	٤٣,٤٢٧٤١٩	٠,٠٢٣٠٢٦٩	٥٣٠,٣٤٢٧	١٢,٢١٢٢	٠,٠٨١٨٨٥٥٧
٥٠	٤٦,٩٠١٦١٣	٠,٠٢١٣٢١٢	٥٧٣,٧٧٠٢	١٢,٢٣٣٥	٠,٠٨١٧٤٢٨٦

ع = ٨,٥ ٪

ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{\overline{ن}\vert ع\%}$	د $\overline{ن}\vert ع\%$	$\frac{1}{د\ \overline{ن}\vert ع\%}$
١	١,٠٨٥	٠,٩٢١٦٥٩	١	٠,٩٢١٦٦	١,٠٨٥
٢	١,١٧٧٢٢٥	٠,٨٤٩٤٥٥٣	٢,٠٨٥	١,٧٧١١١	٠,٥٦٤٦١٦٣١
٣	١,٢٧٧٢٨٩١	٠,٧٨٢٩٠٨١	٣,٢٦٢٢٢٥	٢,٥٥٤٠٢	٠,٣٩١٥٣٩٢٥
٤	١,٣٨٥٨٥٨٧	٠,٧٢١٥٧٤٣	٤,٥٣٩٥١٤	٣,٢٧٥٦	٠,٣٠٥٢٨٧٨٩
٥	١,٥٠٣٦٥٦٧	٠,٦٦٥٠٤٥٤	٥,٩٢٥٣٧٣	٣,٩٤٠٦٤	٠,٢٥٣٧٦٥٧٥
٦	١,٦٣١٤٦٧٥	٠,٦١٢٩٤٥١	٧,٤٢٩٠٣	٤,٥٥٣٥٩	٠,٢١٩٦٠٧٠٨
٧	١,٧٧٠١٤٢٢	٠,٥٦٤٩٢٦٤	٩,٠٦٠٤٩٧	٥,١١٨٥١	٠,١٩٥٣٦٩٢٢
٨	١,٩٢٠٦٠٤٣	٠,٥٢٠٦٦٩٤	١٠,٨٣٠٦٤	٥,٦٣٩١٨	٠,١٧٧٣٣٠٦٥
٩	٢,٠٨٣٨٥٥٧	٠,٤٧٩٨٧٩٧	١٢,٧٥١٢٤	٦,١١٩٠٦	٠,١٦٣٤٢٣٧٢
١٠	٢,٢٦٠٩٨٣٤	٠,٤٤٢٢٨٥٤	١٤,٨٣٥١	٦,٥٦١٣٥	٠,١٥٢٤٠٧٧١
١١	٢,٤٥٣١٦٧	٠,٤٠٧٦٣٦٣	١٧,٠٩٦٠٨	٦,٩٦٨٩٨	٠,١٤٣٤٩٢٩٣
١٢	٢,٦٦١٦٨٦٢	٠,٣٧٥٧٠١٧	١٩,٥٤٩٢٥	٧,٣٤٤٦٩	٠,١٣٦١٥٢٨٦
١٣	٢,٨٨٧٩٢٩٦	٠,٣٤٦٢٦٨٨	٢٢,٢١٠٩٤	٧,٦٩٠٩٥	٠,١٣٠٠٢٢٨٧
١٤	٣,١٣٣٤٠٣٦	٠,٣١٩١٤١٨	٢٥,٠٩٨٨٧	٨,٠١٠١	٠,١٢٤٨٤٢٤٤
١٥	٣,٣٩٩٧٤٢٩	٠,٢٩٤١٣٩٩	٢٨,٢٣٢٢٧	٨,٣٠٤٢٤	٠,١٢٠٤٢٠٤٦
١٦	٣,٦٨٨٧٢١	٠,٢٧١٠٩٦٧	٣١,٦٣٢٠١	٨,٥٧٥٣٣	٠,١١٦٦١٣٥٤
١٧	٤,٠٠٢٢٦٢٣	٠,٢٤٩٨٥٨٧	٣٥,٣٢٠٧٣	٨,٨٢٥١٩	٠,١١٣٣١١٩٨
١٨	٤,٣٤٢٤٥٤٦	٠,٢٣٠٢٨٤٥	٣٩,٣٢٣	٩,٠٥٥٤٨	٠,١١٠٤٣٠٤١
١٩	٤,٧١١٥٦٣٢	٠,٢١٢٢٤٣٨	٤٣,٦٦٥٤٥	٩,٢٦٧٧٢	٠,١٠٧٩٠١٤
٢٠	٥,١١٢٠٤٦١	٠,١٩٥٦١٦٤	٤٨,٣٧٧٠١	٩,٤٦٣٣٤	٠,١٠٥٦٧٠٩٧
٢١	٥,٥٤٦٥٧	٠,١٨٠٢٩١٦	٥٣,٤٨٩٠٦	٩,٦٤٣٦٣	٠,١٠٣٦٩٥٤١
٢٢	٦,٠١٨٠٢٨٥	٠,١٦٦١٦٧٤	٥٩,٠٣٥٦٣	٩,٨٠٩٨	٠,١٠١٩٣٨٩٢
٢٣	٦,٥٢٩٥٦٠٩	٠,١٥٣١٤٩٧	٦٥,٠٥٣٦٦	٩,٩٦٢٩٥	٠,١٠٠٣٧١٩٣
٢٤	٧,٠٨٤٥٧٣٦	٠,١٤١١٥١٨	٧١,٥٨٣٢٢	١٠,١٠٤١	٠,٠٩٨٩٦٩٧٥
٢٥	٧,٦٨٦٧٦٢٤	٠,١٣٠٠٩٣٨	٧٨,٦٦٧٧٩	١٠,٢٣٤٢	٠,٠٩٧٧١١٦٨
٢٦	٨,٣٤٠١٣٧٢	٠,١١٩٩٠٢١	٨٦,٣٥٤٥٥	١٠,٣٥٤١	٠,٠٩٦٥٨٠١٧
٢٧	٩,٠٤٩٠٤٨٨	٠,١١٠٥٠٨٩	٩٤,٦٩٤٦٩	١٠,٤٦٤٦	٠,٠٩٥٥٦٠٢٥
٢٨	٩,٨١٨٢١٨	٠,١٠١٨٥١٥	١٠٣,٧٤٣٧	١٠,٥٦٦٥	٠,٠٩٤٦٣٩١٤
٢٩	١٠,٦٥٢٧٦٦	٠,٠٩٣٨٧٢٣	١١٣,٥٦٢	١٠,٦٦٠٣	٠,٠٩٣٨٠٥٧٧
٣٠	١١,٥٥٨٢٥٢	٠,٠٨٦٥١٨٣	١٢٤,٢١٤٧	١٠,٧٤٦٨	٠,٠٩٣٠٥٠٥٨
٣١	١٢,٥٤٠٧٠٣	٠,٠٧٩٧٤٠٣	١٣٥,٧٧٣	١٠,٨٢٦٦	٠,٠٩٢٣٦٥٢٤
٣٢	١٣,٦٠٦٦٦٣	٠,٠٧٣٤٩٣٤	١٤٨,٣١٣٧	١٠,٩٠٠١	٠,٠٩١٧٤٢٤٧
٣٣	١٤,٧٦٣٢٢٩	٠,٠٦٧٧٣٥٩	١٦١,٩٢٠٣	١٠,٩٦٧٨	٠,٠٩١١٧٥٨٨
٣٤	١٦,٠١٨١٠٤	٠,٠٦٢٤٢٩٤	١٧٦,٦٨٣٦	١١,٠٣٠٢	٠,٠٩٠٦٥٩٨٤
٣٥	١٧,٣٧٩٦٤٢	٠,٠٥٧٥٣٨٦	١٩٢,٧٠١٧	١١,٠٨٧٨	٠,٠٩٠١٨٩٣٧
٣٦	١٨,٨٥٦٩١٢	٠,٠٥٣٠٣١	٢١٠,٠٨١٣	١١,١٤٠٨	٠,٠٨٩٧٦٠٠٦
٣٧	٢٠,٤٥٩٧٥	٠,٠٤٨٨٧٦٥	٢٢٨,٩٣٨٢	١١,١٨٩٧	٠,٠٨٩٣٦٧٩٩
٣٨	٢٢,١٩٨٨٢٨	٠,٠٤٥٠٤٧٤	٢٤٩,٣٩٨	١١,٢٣٤٧	٠,٠٨٩٠٠٩٦٦
٣٩	٢٤,٠٨٥٧٢٩	٠,٠٤١٥١٨٤	٢٧١,٥٩٦٨	١١,٢٧٦٣	٠,٠٨٨٦٨١٩٣
٤٠	٢٦,١٣٣٠١٦	٠,٠٣٨٢٦٥٨	٢٩٥,٦٨٢٥	١١,٣١٤٥	٠,٠٨٨٣٨٢٠١
٤١	٢٨,٣٥٤٣٢٢	٠,٠٣٥٢٦٨	٣٢١,٨١٥٦	١١,٣٤٩٨	٠,٠٨٨١٠٧٣٧
٤٢	٣٠,٧٦٤٤٣٩	٠,٠٣٢٥٠٥١	٣٥٠,١٦٩٩	١١,٣٨٢٣	٠,٠٨٧٨٥٥٧٦
٤٣	٣٣,٣٧٩٤١٧	٠,٠٢٩٩٥٨٦	٣٨٠,٩٣٤٣	١١,٤١٢٣	٠,٠٨٧٦٢٥١٢
٤٤	٣٦,٢١٦٦٦٧	٠,٠٢٧٦١١٦	٤١٤,٣١٣٧	١١,٤٣٩٩	٠,٠٨٧٤١٣٦٣
٤٥	٣٩,٢٩٥٠٨٤	٠,٠٢٥٤٤٨٥	٤٥٠,٥٣٠٤	١١,٤٦٥٣	٠,٠٨٧٢١٩٦١
٤٦	٤٢,٦٣٥١٦٦	٠,٠٢٣٤٥٤٨	٤٨٩,٨٢٥٥	١١,٤٨٨٨	٠,٠٨٧٠٤١٥٤
٤٧	٤٦,٢٥٩١٥٥	٠,٠٢١٦١٧٣	٥٣٢,٤٦٠٦	١١,٥١٠٤	٠,٠٨٦٨٧٨٠٧
٤٨	٥٠,١٩١١٨٣	٠,٠١٩٩٢٣٨	٥٧٨,٧١٩٨	١١,٥٣٠٣	٠,٠٨٦٧٢٧٩٥
٤٩	٥٤,٤٥٧٤٣٤	٠,٠١٨٣٦٣	٦٢٨,٩١١	١١,٥٤٨٧	٠,٠٨٦٥٩٠٠٥
٥٠	٥٩,٠٨٦٣١٦	٠,٠١٦٩٢٤٤	٦٨٣,٣٦٨٤	١١,٥٦٥٦	٠,٠٨٦٤٦٣٣٤

ع = ٩ ٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{جـ}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,٠٩	٠,٩١٧٤٣١٢	١	٠,٩١٧٤٣	١,٠٩
٢	١,١٨٨١	٠,٨٤١٦٨	٢,٠٩	١,٧٥٩١١	٠,٥٦٨٤٦٨٩
٣	١,٢٩٥٠٢٩	٠,٧٧٢١٨٣٥	٣,٢٧٨١	٢,٥٣١٢٩	٠,٣٩٥٠٥٤٧٦
٤	١,٤١١٥٨١٦	٠,٧٠٨٤٢٥٢	٤,٥٧٣١٢٩	٣,٢٣٩٧٢	٠,٣٠٨٦٦٨٦٦
٥	١,٥٣٨٦٢٤	٠,٦٤٩٩٣١٤	٥,٩٨٤٧١١	٣,٨٨٩٦٥	٠,٢٥٧٠٩٢٤٦
٦	١,٦٧٧١٠٠١	٠,٥٩٦٢٦٧٣	٧,٥٢٣٣٣٥	٤,٤٨٥٩٢	٠,٢٢٢٩١٩٧٨
٧	١,٨٢٨٠٣٩١	٠,٥٤٧٠٣٤٢	٩,٢٠٠٤٣٥	٥,٠٣٢٩٥	٠,١٩٨٦٩٠٥٢
٨	١,٩٩٢٥٦٢٦	٠,٥٠١٨٦٦٣	١١,٠٢٨٤٧	٥,٥٣٤٨٢	٠,١٨٠٦٧٤٣٨
٩	٢,١٧١٨٩٣٣	٠,٤٦٠٤٢٧٨	١٣,٠٢١٠٤	٥,٩٩٥٢٥	٠,١٦٦٧٩٨٨
١٠	٢,٣٦٧٣٦٣٧	٠,٤٢٢٤١٠٨	١٥,١٩٢٩٣	٦,٤١٧٦٦	٠,١٥٥٨٢٠٠٩
١١	٢,٥٨٠٤٢٦٤	٠,٣٨٧٥٣٢٩	١٧,٥٦٠٢٩	٦,٨٠٥١٩	٠,١٤٦٩٤٦٦٦
١٢	٢,٨١٢٦٦٤٨	٠,٣٥٥٥٣٤٧	٢٠,١٤٠٧٢	٧,١٦٠٧٣	٠,١٣٩٦٥٠٦٦
١٣	٣,٠٦٥٨٠٤٦	٠,٣٢٦١٧٨٦	٢٢,٩٥٣٣٨	٧,٤٨٦٩	٠,١٣٣٥٦٦٥٦
١٤	٣,٣٤١٧٢٧	٠,٢٩٩٢٤٦٥	٢٦,٠١٩١٩	٧,٧٨٦١٥	٠,١٢٨٤٣٣١٧
١٥	٣,٦٤٢٤٨٢٥	٠,٢٧٤٥٣٨	٢٩,٣٦٠٩٢	٨,٠٦٠٦٩	٠,١٢٤٠٥٨٨٨
١٦	٣,٩٧٠٣٠٥٩	٠,٢٥١٨٦٩٨	٣٣,٠٠٣٤	٨,٣١٢٥٦	٠,١٢٠٢٩٩٩١
١٧	٤,٣٢٧٦٣٣٤	٠,٢٣١٠٧٣٢	٣٦,٩٧٣٧	٨,٥٤٣٦٣	٠,١١٧٠٤٦٢٥
١٨	٤,٧١٧١٢٠٤	٠,٢١١٩٩٣٧	٤١,٣٠١٣٤	٨,٧٥٥٦٣	٠,١١٤٢١٢٢٩
١٩	٥,١٤١٦٦١٣	٠,١٩٤٤٨٩٧	٤٦,٠١٨٤٦	٨,٩٥٠١١	٠,١١١٧٣٠٤١
٢٠	٥,٦٠٤٤١٠٨	٠,١٧٨٤٣٠٩	٥١,١٦٠١٢	٩,١٢٨٥٥	٠,١٠٩٥٤٦٤٨
٢١	٦,١٠٨٨٠٧٧	٠,١٦٣٦٩٨١	٥٦,٧٦٤٥٣	٩,٢٩٢٢٤	٠,١٠٧٦١٦٦٣
٢٢	٦,٦٥٨٦٠٠٤	٠,١٥٠١٨١٧	٦٢,٨٧٣٣٤	٩,٤٤٢٤٣	٠,١٠٥٩٠٤٩٩
٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤٥	٠,١٣٧٧٨١٤	٦٩,٥٣١٩٤	٩,٥٨٠٢١	٠,١٠٤٣٨١٨٨
٢٤	٧,٩١١٠٨٣٢	٠,١٢٦٤٠٤٩	٧٦,٧٨٩٨١	٩,٧٠٦٦١	٠,١٠٣٠٢٢٥٦
٢٥	٨,٦٢٣٠٨٠٧	٠,١١٥٩٦٧٨	٨٤,٧٠٠٩	٩,٨٢٢٥٨	٠,١٠١٨٠٦٢٥
٢٦	٩,٣٩٩١٥٧٩	٠,١٠٦٣٩٢٥	٩٣,٣٢٣٩٨	٩,٩٢٨٩٧	٠,١٠٠٧١٥٣٦
٢٧	١٠,٢٤٥٠٨٢	٠,٠٩٧٦٠٧٨	١٠٢,٧٢٣١	١٠,٠٢٦٦	٠,٠٩٩٧٣٤٩١
٢٨	١١,١٦٧١٤	٠,٠٨٩٥٤٨٤	١١٢,٩٦٨٢	١٠,١١٦١	٠,٠٩٨٨٥٢٠٥
٢٩	١٢,١٧٢١٨٢	٠,٠٨٢١٥٤٥	١٢٤,١٣٥٤	١٠,١٩٨٣	٠,٠٩٨٠٥٥٧٢
٣٠	١٣,٢٦٧٦٧٨	٠,٠٧٥٣٧١١	١٣٦,٣٠٧٥	١٠,٢٧٣٧	٠,٠٩٧٣٣٦٣٥
٣١	١٤,٤٦١٧٧	٠,٠٦٩١٤٧٨	١٤٩,٥٧٥٢	١٠,٣٤٢٨	٠,٠٩٦٦٨٥٦
٣٢	١٥,٧٦٣٣٢٩	٠,٠٦٣٤٣٨٤	١٦٤,٠٣٧	١٠,٤٠٦٢	٠,٠٩٦٠٩٦١٩
٣٣	١٧,١٨٢٠٢٨	٠,٠٥٨٢٠٠٣	١٧٩,٨٠٠٣	١٠,٤٦٤٤	٠,٠٩٥٥٦١٧٣
٣٤	١٨,٧٢٨٤١١	٠,٠٥٣٣٩٤٨	١٩٦,٩٨٢٣	١٠,٥١٧٨	٠,٠٩٥٠٧٦٦
٣٥	٢٠,٤١٣٩٦٨	٠,٠٤٨٩٨٦١	٢١٥,٧١٠٨	١٠,٥٦٦٨	٠,٠٩٤٦٣٥٨٤
٣٦	٢٢,٢٥١٢٢٥	٠,٠٤٤٩٤١٣	٢٣٦,١٢٤٧	١٠,٦١١٨	٠,٠٩٤٢٣٥٠٥
٣٧	٢٤,٢٥٣٨٣٥	٠,٠٤١٢٣٠٦	٢٥٨,٣٧٥٩	١٠,٦٥٣	٠,٠٩٣٨٧٠٣٣
٣٨	٢٦,٤٣٦٦٨	٠,٠٣٧٨٢٦٢	٢٨٢,٦٢٩٨	١٠,٦٩٠٨	٠,٠٩٣٥٣٨٢
٣٩	٢٨,٨١٥٩٨٢	٠,٠٣٤٧٠٣	٣٠٩,٠٦٦٥	١٠,٧٢٥٥	٠,٠٩٣٢٣٥٥٥
٤٠	٣١,٤٠٩٤٢	٠,٠٣١٨٣٧٦	٣٣٧,٨٨٢٤	١٠,٧٥٧٤	٠,٠٩٢٩٥٩٦١
٤١	٣٤,٢٣٦٢٦٨	٠,٠٢٩٢٠٨٨	٣٦٩,٢٩١٩	١٠,٧٨٦٦	٠,٠٩٢٧٠٧٨٩
٤٢	٣٧,٣١٧٥٣٢	٠,٠٢٦٧٩٧١	٤٠٣,٥٢٨١	١٠,٨١٣٤	٠,٠٩٢٤٧٨١٤
٤٣	٤٠,٦٧٦١١	٠,٠٢٤٥٨٤٥	٤٤٠,٨٤٥٧	١٠,٨٣٨	٠,٠٩٢٢٦٨٣٧
٤٤	٤٤,٣٣٦٩٦	٠,٠٢٢٥٥٤٥	٤٨١,٥٢١٨	١٠,٨٦٠٥	٠,٠٩٢٠٧٦٧٥
٤٥	٤٨,٣٢٧٢٨٦	٠,٠٢٠٦٩٢٢	٥٢٥,٨٥٨٧	١٠,٨٨١٢	٠,٠٩١٩٠١٦٥
٤٦	٥٢,٦٧٦٧٤٢	٠,٠١٨٩٨٣٧	٥٧٤,١٨٦	١٠,٩٠٠٢	٠,٠٩١٧٤١٦
٤٧	٥٧,٤١٧٦٤٩	٠,٠١٧٤١٦٢	٦٢٦,٨٦٢٨	١٠,٩١٧٦	٠,٠٩١٥٩٥٢٥
٤٨	٦٢,٥٨٥٢٣٧	٠,٠١٥٩٧٨٢	٦٨٤,٢٨٠٤	١٠,٩٣٣٦	٠,٠٩١٤٦١٣٩
٤٩	٦٨,٢١٧٩٠٨	٠,٠١٤٦٥٨٩	٧٤٦,٨٦٥٦	١٠,٩٤٨٢	٠,٠٩١٣٣٨٩٣
٥٠	٧٤,٣٥٧٥٢	٠,٠١٣٤٤٨٥	٨١٥,٠٨٣٦	١٠,٩٦١٧	٠,٠٩١٢٢٦٨٧

ع = ٩,٥ ٪

ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$جـ_{\overline{ن\|}ع\%}$	$ل_{\overline{ن\|}ع\%}$	$\frac{1}{ل_{\overline{ن\|}ع\%}}$
١	١,٠٩٥	٠,٩١٣٢٤٢	١	٠,٩١٣٢٤	١,٠٩٥
٢	١,١٩٩٠٢٥	٠,٨٣٤٠١١	٢,٠٩٥	١,٧٤٧٢٥	٠,٥٧٢٣٢٦٩٧
٣	١,٣١٢٩٣٢٤	٠,٧٦١٦٥٣٩	٣,٢٩٤٠٢٥	٢,٥٠٨٩١	٠,٣٩٨٥٧٩٩٧
٤	١,٤٣٧٦٦١	٠,٦٩٥٥٧٤٣	٤,٦٠٦٩٥٧	٣,٢٠٤٤٨	٠,٣١٢٠٦٣
٥	١,٥٧٤٢٣٨٧	٠,٦٣٥٢٧٧٧	٦,٠٤٤٦١٨	٣,٨٣٩٧١	٠,٢٦٠٤٣٦٤٢
٦	١,٧٢٣٧٩١٤	٠,٥٨٠١١٦٦	٧,٦١٨٨٥٧	٤,٤١٩٨٣	٠,٢٢٦٢٥٣٢٨
٧	١,٨٨٧٥٥١٦	٠,٥٢٩٧٨٦٨	٩,٣٤٢٦٤٨	٤,٩٤٩٦١	٠,٢٠٢٠٣٦٠٣
٨	٢,٠٦٦٨٦٩	٠,٤٨٣٨٢٣٦	١١,٢٣٠٢	٥,٤٣٣٤٤	٠,١٨٤٠٤٥٦١
٩	٢,٢٦٣٢٢١٦	٠,٤٤١٨٤٨	١٣,٢٩٧٠٧	٥,٨٧٥٢٨	٠,١٧٠٢٠٤٥٤
١٠	٢,٤٧٨٢٢٧٦	٠,٤٠٣٥١٤٢	١٥,٥٦٠٢٩	٦,٢٧٨٨	٠,١٥٩٢٦٦١٥
١١	٢,٧١٣٦٥٩٢	٠,٣٦٨٥٠٦١	١٨,٠٣٨٥٢	٦,٦٤٧٣	٠,١٥٠٤٣٦٩٣
١٢	٢,٩٧١٤٥٦٩	٠,٣٣٦٥٣٥٣	٢٠,٧٥٢١٨	٦,٩٨٣٨٤	٠,١٤٣١٨٧٧١
١٣	٣,٢٥٣٧٤٥٣	٠,٣٠٧٣٣٨١	٢٣,٧٢٣٦٣	٧,٢٩١١٨	٠,١٣٧١٥٢٠٦
١٤	٣,٥٦٢٨٥١١	٠,٢٨٠٦٧٤١	٢٦,٩٧٧٣٨	٧,٥٧١٨٥	٠,١٣٢٠٦٨٠٩
١٥	٣,٩٠١٣٢١٩	٠,٢٥٦٣٢٣٤	٣٠,٥٤٠٢٣	٧,٨٢٨١٨	٠,١٢٧٧٤٣٧
١٦	٤,٢٧١٩٤٧٥	٠,٢٣٤٠٨٥٣	٣٤,٤٤١٥٥	٨,٠٦٢٢٦	٠,١٢٤٠٣٤٧
١٧	٤,٦٧٧٧٨٢٥	٠,٢١٣٧٧٦٥	٣٨,٧١٣٥	٨,٢٧٦٠٤	٠,١٢٠٨٣٠٧٨
١٨	٥,١٢٢١٧١٩	٠,١٩٥٢٢٩٧	٤٣,٣٩١٢٨	٨,٤٧١٢٧	٠,١١٨٠٤٦١
١٩	٥,٦٠٨٧٧٨٢	٠,١٧٨٢٩٢	٤٨,٥١٣٤٥	٨,٦٤٩٥٦	٠,١١٥٦١١٢٨٤
٢٠	٦,١٤١٦١٢١	٠,١٦٢٨٢٣٧	٥٤,١٢٢٢٣	٨,٨١٢٣٨	٠,١١٣٤٧٦٧
٢١	٦,٧٢٥٠٦٥٣	٠,١٤٨٦٩٧٤	٦٠,٢٦٣٨٤	٨,٩٦١٠٨	٠,١١١٥٩٣٧
٢٢	٧,٣٦٣٩٤٦٥	٠,١٣٥٧٩٦٨	٦٦,٩٨٨٩١	٩,٠٩٦٨٨	٠,١٠٩٩٢٧٨٤
٢٣	٨,٠٦٣٥٢١٤	٠,١٢٤٠١٥٣	٧٤,٣٥٢٨٦	٩,٢٢٠٨٩	٠,١٠٨٤٤٩٣٨
٢٤	٨,٨٢٩٥٥٥٩	٠,١١٣٢٥٦	٨٢,٤١٦٣٨	٩,٣٣٤١٥	٠,١٠٧١٣٣٥١
٢٥	٩,٦٦٨٣٦٣٧	٠,١٠٣٤٣٠١	٩١,٢٤٥٩٣	٩,٤٣٧٥٨	٠,١٠٥٩٥٩٣٩
٢٦	١٠,٥٨٦٨٥٨	٠,٠٩٤٤٥٦٧	١٠٠,٩١٤٣	٩,٥٣٢٠٣	٠,١٠٤٩٠٩٤
٢٧	١١,٥٩٢٦١	٠,٠٨٦٢٦١٩	١١١,٥٠١٢	٩,٦١٨٣	٠,١٠٣٩٦٨٥٢
٢٨	١٢,٦٩٣٩٠٨	٠,٠٧٨٧٧٧٩	١٢٣,٠٩٣٨	٩,٦٩٧٠٧	٠,١٠٣١٢٣٨٩
٢٩	١٣,٨٩٩٨٢٩	٠,٠٧١٩٤٣٣	١٣٥,٧٨٧٧	٩,٧٦٩٠٢	٠,١٠٢٣٦٤٤٤
٣٠	١٥,٢٢٠٣١٣	٠,٠٦٥٧٠١٧	١٤٩,٦٨٧٥	٩,٨٣٤٧٢	٠,١٠١٦٨٠٥٨
٣١	١٦,٦٦٦٢٤٢	٠,٠٦٠٠٠١٥	١٦٤,٩٠٧٨	٩,٨٩٤٧٢	٠,١٠١٠٦٣٩٩
٣٢	١٨,٢٤٩٥٣٥	٠,٠٥٤٧٩٥٩	١٨١,٥٧٤١	٩,٩٤٩٥٢	٠,١٠٠٥٠٧٣٩
٣٣	١٩,٩٨٣٢٤١	٠,٠٥٠٠٤١٩	١٩٩,٨٢٣٦	٩,٩٩٩٥٦	٠,١٠٠٠٠٤٤١
٣٤	٢١,٨٨١٦٤٩	٠,٠٤٥٧٠٠٤	٢١٩,٨٠٦٨	١٠,٠٤٥٣	٠,٠٩٩٥٤٩٤٥
٣٥	٢٣,٩٦٠٤٠٦	٠,٠٤١٧٣٥٥	٢٤١,٦٨٨٥	١٠,٠٨٧	٠,٠٩٩١٣٧٥٦
٣٦	٢٦,٢٣٦٦٤٤	٠,٠٣٨١١٤٦	٢٦٥,٦٤٨٩	١٠,١٢٥١	٠,٠٩٨٧٦٤٣٧
٣٧	٢٨,٧٢٩١٢٦	٠,٠٣٤٨٠٧٩	٢٩١,٨٨٥٥	١٠,١٥٩٩	٠,٠٩٨٤٢٦
٣٨	٣١,٤٥٨٣٩٣	٠,٠٣١٧٨٨	٣٢٠,٦١٤٧	١٠,١٩١٧	٠,٠٩٨١١٩٠١
٣٩	٣٤,٤٤٦٩٤	٠,٠٢٩٠٣٠٢	٣٥٢,٠٧٣١	١٠,٢٢٠٧	٠,٠٩٧٨٤٠٣٢
٤٠	٣٧,٧١٩٣٩٩	٠,٠٢٦٥١١٦	٣٨٦,٥٢	١٠,٢٤٧٢	٠,٠٩٧٥٨٧١٩
٤١	٤١,٣٠٢٧٤٢	٠,٠٢٤٢١١٥	٤٢٤,٢٣٩٤	١٠,٢٧١٥	٠,٠٩٧٣٥٧١٦
٤٢	٤٥,٢٢٦٥٠٣	٠,٠٢٢١١٠٩	٤٦٥,٥٤٢١	١٠,٢٩٣٦	٠,٠٩٧١٤٨٠٣
٤٣	٤٩,٥٢٣٠٢	٠,٠٢٠١٩٢٦	٥١٠,٧٦٨٦	١٠,٣١٣٨	٠,٠٩٦٩٥٧٨٣
٤٤	٥٤,٢٢٧٧٠٧	٠,٠١٨٤٤٠٨	٥٦٠,٢٩١٧	١٠,٣٣٢٢	٠,٠٩٦٧٨٤٧٨
٤٥	٥٩,٣٧٩٣٤	٠,٠١٦٨٤٠٩	٦١٤,٥١٩٤	١٠,٣٤٩	٠,٠٩٦٦٢٧٢٩
٤٦	٦٥,٠٢٠٣٧٧	٠,٠١٥٣٧٩٨	٦٧٣,٨٩٨٧	١٠,٣٦٤٤	٠,٠٩٦٤٨٣٩
٤٧	٧١,١٩٧٣١٣	٠,٠١٤٠٤٥٥	٧٣٨,٩١٩١	١٠,٣٧٨٥	٠,٠٩٦٣٥٣٣
٤٨	٧٧,٩٦١٠٥٧	٠,٠١٢٨٢٦٩	٨١٠,١١٦٤	١٠,٣٩١٣	٠,٠٩٦٢٣٤٣٩
٤٩	٨٥,٣٦٧٣٥٨	٠,٠١١٧١٤١	٨٨٨,٠٧٧٥	١٠,٤٠٣	٠,٠٩٦١٢٦٠٣
٥٠	٩٣,٤٧٧٢٥٧	٠,٠١٠٦٩٧٨	٩٧٣,٤٤٤٨	١٠,٤١٣٧	٠,٠٩٦٠٢٧٢٨

ع = ١٠ ٪

ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١	٠,٩٠٩٠٩٠٩	١	٠,٩٠٩٠٩	١,١
٢	١,٢١	٠,٨٢٦٤٤٦٣	٢,١	١,٧٣٥٥٤	٠,٥٧٦١٩٠٤٨
٣	١,٣٣١	٠,٧٥١٣١٤٨	٣,٣١	٢,٤٨٦٨٥	٠,٤٠٢١١٤٨
٤	١,٤٦٤١	٠,٦٨٣٠١٣٥	٤,٦٤١	٣,١٦٩٨٧	٠,٣١٥٤٧٠٨
٥	١,٦١٠٥١	٠,٦٢٠٩٢١٣	٦,١٠٥١	٣,٧٩٠٧٩	٠,٢٦٣٧٩٧٤٨
٦	١,٧٧١٥٦١	٠,٥٦٤٤٧٣٩	٧,٧١٥٦١	٤,٣٥٥٢٦	٠,٢٢٩٦٠٧٣٨
٧	١,٩٤٨٧١٧١	٠,٥١٣١٥٨١	٩,٤٨٧١٧١	٤,٨٦٨٤٢	٠,٢٠٥٤٠٥٥
٨	٢,١٤٣٥٨٨٨	٠,٤٦٦٥٠٧٤	١١,٤٣٥٨٩	٥,٣٣٤٩٣	٠,١٨٧٤٤٤٠٢
٩	٢,٣٥٧٩٤٧٧	٠,٤٢٤٠٩٧٦	١٣,٥٧٩٤٨	٥,٧٥٩٠٢	٠,١٧٣٦٤٠٥٤
١٠	٢,٥٩٣٧٤٢٥	٠,٣٨٥٥٤٣٣	١٥,٩٣٧٤٢	٦,١٤٤٥٧	٠,١٦٢٧٤٥٣٩
١١	٢,٨٥٣١١٦٧	٠,٣٥٠٤٩٣٩	١٨,٥٣١١٧	٦,٤٩٥٠٦	٠,١٥٣٩٦٣١٤
١٢	٣,١٣٨٤٢٨٤	٠,٣١٨٦٣٠٨	٢١,٣٨٤٢٨	٦,٨١٣٦٩	٠,١٤٦٧٦٣٣٢
١٣	٣,٤٥٢٢٧١٢	٠,٢٨٩٦٦٤٤	٢٤,٥٢٢٧١	٧,١٠٣٣٦	٠,١٤٠٧٧٨٥٢
١٤	٣,٧٩٧٤٩٨٣	٠,٢٦٣٣٣١٣	٢٧,٩٧٤٩٨	٧,٣٦٦٦٩	٠,١٣٥٧٤٦٢٢
١٥	٤,١٧٧٢٤٨٢	٠,٢٣٩٣٩٢	٣١,٧٧٢٤٨	٧,٦٠٦٠٨	٠,١٣١٤٧٣٧٨
١٦	٤,٥٩٤٩٧٣	٠,٢١٧٦٢٩١	٣٥,٩٤٩٧٣	٧,٨٢٣٧١	٠,١٢٧٨١٦٦٢
١٧	٥,٠٥٤٤٧٠٣	٠,١٩٧٨٤٤٧	٤٠,٥٤٤٧	٨,٠٢١٥٥	٠,١٢٤٦٦٤١٣
١٨	٥,٥٥٩٩١٧٣	٠,١٧٩٨٥٨٨	٤٥,٥٩٩١٧	٨,٢٠١٤١	٠,١٢١٩٣٠٢٢
١٩	٦,١١٥٩٠٩	٠,١٦٣٥٠٨	٥١,١٥٩٠٩	٨,٣٦٤٩٢	٠,١١٩٥٤٦٨٧
٢٠	٦,٧٢٧٤٩٩٩	٠,١٤٨٦٤٣٦	٥٧,٢٧٥	٨,٥١٣٥٦	٠,١١٧٤٥٩٦٢
٢١	٧,٤٠٠٢٤٩٩	٠,١٣٥١٣٠٦	٦٤,٠٠٢٥	٨,٦٤٨٦٩	٠,١١٥٦٢٤٣٩
٢٢	٨,١٤٠٢٧٤٩	٠,١٢٢٨٤٦	٧١,٤٠٢٧٥	٨,٧٧١٥٤	٠,١١٤٠٠٥٠٦
٢٣	٨,٩٥٤٣٠٢٤	٠,١١١٦٧٨٢	٧٩,٥٤٣٠٢	٨,٨٨٣٢٢	٠,١١٢٥٧١٨١
٢٤	٩,٨٤٩٧٣٢٧	٠,١٠١٥٢٥٦	٨٨,٤٩٧٣٣	٨,٩٨٤٧٤	٠,١١١٢٩٩٧٨
٢٥	١٠,٨٣٤٧٠٦	٠,٠٩٢٢٩٦	٩٨,٣٤٧٠٦	٩,٠٧٧٠٤	٠,١١٠١٦٨٠٧
٢٦	١١,٩١٨١٧٧	٠,٠٨٣٩٠٥٥	١٠٩,١٨١٨	٩,١٦٠٩٥	٠,١٠٩١٥٩٠٤
٢٧	١٣,١٠٩٩٩٤	٠,٠٧٦٢٧٧٧	١٢١,٠٩٩٩	٩,٢٣٧٢٢	٠,١٠٨٢٥٧٦٤
٢٨	١٤,٤٢٠٩٩٤	٠,٠٦٩٣٤٣٣	١٣٤,٢٠٩٩	٩,٣٠٦٥٧	٠,١٠٧٤٥١٠١
٢٩	١٥,٨٦٣٠٩٣	٠,٠٦٣٠٣٩٤	١٤٨,٦٣٠٩	٩,٣٦٩٦١	٠,١٠٦٧٢٨٠٧
٣٠	١٧,٤٤٩٤٠٢	٠,٠٥٧٣٠٨٦	١٦٤,٤٩٤	٩,٤٢٦٩١	٠,١٠٦٠٧٩٢٥
٣١	١٩,١٩٤٣٤٢	٠,٠٥٢٠٩٨٧	١٨١,٩٤٣٤	٩,٤٧٩٠١	٠,١٠٥٤٩٦٢١
٣٢	٢١,١١٣٧٧٧	٠,٠٤٧٣٦٢٤	٢٠١,١٣٧٨	٩,٥٢٦٣٨	٠,١٠٤٩٧١٧٢
٣٣	٢٣,٢٢٥١٥٤	٠,٠٤٣٠٥٦٨	٢٢٢,٢٥١٥	٩,٥٦٩٤٣	٠,١٠٤٤٩٩٤١
٣٤	٢٥,٥٤٧٦٧	٠,٠٣٩١٤٢٥	٢٤٥,٤٧٦٧	٩,٦٠٨٥٧	٠,١٠٤٠٧٣٧١
٣٥	٢٨,١٠٢٤٣٧	٠,٠٣٥٥٨٤١	٢٧١,٠٢٤٤	٩,٦٤٤١٦	٠,١٠٣٦٨٩٧١
٣٦	٣٠,٩١٢٦٨١	٠,٠٣٢٣٤٩٢	٢٩٩,١٢٦٨	٩,٦٧٦٥١	٠,١٠٣٣٤٣٠٦
٣٧	٣٤,٠٠٣٩٤٩	٠,٠٢٩٤٠٨٣	٣٣٠,٠٣٩٥	٩,٧٠٥٩٢	٠,١٠٣٠٢٩٩٤
٣٨	٣٧,٤٠٤٣٤٣	٠,٠٢٦٧٣٤٩	٣٦٤,٠٤٣٤	٩,٧٣٢٦٥	٠,١٠٢٧٤٦٩٢
٣٩	٤١,١٤٤٧٧٨	٠,٠٢٤٣٠٤٤	٤٠١,٤٤٧٨	٩,٧٥٦٩٦	٠,١٠٢٤٩٠٩٨
٤٠	٤٥,٢٥٩٢٥٦	٠,٠٢٢٠٩٤٩	٤٤٢,٥٩٢٦	٩,٧٧٩٠٥	٠,١٠٢٢٥٩٤١
٤١	٤٩,٧٨٥١٨١	٠,٠٢٠٠٨٦٣	٤٨٧,٨٥١٨	٩,٧٩٩١٤	٠,١٠٢٠٤٩٨
٤٢	٥٤,٧٦٣٦٩٩	٠,٠١٨٢٦٠٣	٥٣٧,٦٣٧	٩,٨١٧٤	٠,١٠١٨٥٩٩٩
٤٣	٦٠,٢٤٠٠٦٩	٠,٠١٦٦٠٠٢	٥٩٢,٤٠٠٧	٩,٨٣٤	٠,١٠١٦٨٨٠٥
٤٤	٦٦,٢٦٤٠٧٦	٠,٠١٥٠٩١١	٦٥٢,٦٤٠٨	٩,٨٤٩٠٩	٠,١٠١٥٣٢٢٤
٤٥	٧٢,٨٩٠٤٨٤	٠,٠١٣٧١٩٢	٧١٨,٩٠٤٨	٩,٨٦٢٨١	٠,١٠١٣٩١
٤٦	٨٠,١٧٩٥٣٢	٠,٠١٢٤٧٢	٧٩١,٧٩٥٣	٩,٨٧٥٢٨	٠,١٠١٢٦٢٩٥
٤٧	٨٨,١٩٧٤٨٥	٠,٠١١٣٣٨٢	٨٧١,٩٧٤٩	٩,٨٨٦٦٢	٠,١٠١١٤٦٨٢
٤٨	٩٧,٠١٧٢٣٤	٠,٠١٠٣٠٧٤	٩٦٠,١٧٢٣	٩,٨٩٦٩٣	٠,١٠١٠٤١٤٨
٤٩	١٠٦,٧١٨٩٦	٠,٠٠٩٣٧٠٤	١٠٥٧,١٩	٩,٩٠٦٣	٠,١٠٠٩٤٥٩
٥٠	١١٧,٣٩٠٨٥	٠,٠٠٨٥١٨٦	١١٦٣,٩٠٩	٩,٩١٤٨١	٠,١٠٠٨٥٩١٧

ع = ١٠,٥ ٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{\ }_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١٠٥	٠,٩٠٤٩٧٧٤	١	٠,٩٠٤٩٨	١,١٠٥
٢	١,٢٢١٠٢٥	٠,٨١٨٩٨٤١	٢,١٠٥	١,٧٢٣٩٦	٠,٥٨٠٠٥٩٣٨
٣	١,٣٤٩٢٣٢٦	٠,٧٤١١٦٢	٣,٣٢٦٠٢٥	٢,٤٦٥١٢	٠,٤٠٥٦٥٩٢
٤	١,٤٩٠٩٠٢١	٠,٦٧٠٧٣٤٩	٤,٦٧٥٢٥٨	٣,١٢٥٨٦	٠,٣١٨٨٩١٩٦
٥	١,٦٤٧٤٤٦٨	٠,٦٠٦٩٩٩٩	٦,١٦٦١٦	٣,٧٤٢٨٦	٠,٢٦٧١٧٥٥
٦	١,٨٢٠٤٢٨٧	٠,٥٤٩٣٢١٢	٧,٨١٣٦٠٦	٤,٢٩٢١٨	٠,٢٣٢٩٨١٨٧
٧	٢,٠١١٥٧٣٧	٠,٤٩٧١٢٣٢	٩,٦٣٤٠٣٥	٤,٧٨٩٣	٠,٢٠٨٧٩٨٦٧
٨	٢,٢٢٢٧٨٨٩	٠,٤٤٩٨٨٥٣	١١,٦٤٥٦١	٥,٢٣٩١٩	٠,١٩٠٨٦٩٢٨
٩	٢,٤٥٦١٨١٨	٠,٤٠٧١٣٦	١٣,٨٦٨٤	٥,٦٤٦٣٢	٠,١٧٧١٠٦٣٨
١٠	٢,٧١٤٠٨٠٨	٠,٣٦٨٤٤٨٩	١٦,٣٢٤٥٨	٦,٠١٤٧٧	٠,١٦٦٢٥٧٣٢
١١	٢,٩٩٩٠٥٩٣	٠,٣٣٣٤٣٧٩	١٩,٠٣٨٦٦	٦,٣٤٨٢١	٠,١٥٧٥٢٤٧
١٢	٣,٣١٣٩٦٠٦	٠,٣٠١٧٥٣٧	٢٢,٠٣٧٧٢	٦,٦٤٩٩٦	٠,١٥٠٣٧٦٧٥
١٣	٣,٦٦١٩٢٦٤	٠,٢٧٣٠٨٠٣	٢٥,٣٥١٦٨	٦,٩٢٣٠٤	٠,١٤٤٤٤٥١٢
١٤	٤,٠٤٦٤٢٨٧	٠,٢٤٧١٣١٥	٢٩,٠١٣٦١	٧,١٧٠١٨	٠,١٣٩٤٦٦٥٩
١٥	٤,٤٧١٣٠٣٧	٠,٢٢٣٦٤٨٤	٣٣,٠٦٠٠٤	٧,٣٩٣٨٢	٠,١٣٥٢٤٨
١٦	٤,٩٤٠٧٩٠٦	٠,٢٠٢٣٩٦٨	٣٧,٥٣١٣٤	٧,٥٩٦٢٢	٠,١٣١٦٤٤٤
١٧	٥,٤٥٩٥٧٣٦	٠,١٨٣١٦٤٥	٤٢,٤٧٢١٣	٧,٧٧٩٣٩	٠,١٢٨٥٤٤٨٥
١٨	٦,٠٣٢٨٢٨٨	٠,١٦٥٧٥٩٧	٤٧,٩٣١٧	٧,٩٤٥١٥	٠,١٢٥٨٦٣٠٢
١٩	٦,٦٦٦٢٧٥٩	٠,١٥٠٠٠٨٨	٥٣,٩٦٤٥٣	٨,٠٩٥١٥	٠,١٢٣٥٣٠٦٩
٢٠	٧,٣٦٦٢٣٤٨	٠,١٣٥٧٥٤٦	٦٠,٦٣٠٨١	٨,٢٣٠٩١	٠,١٢١٤٩٣٢٧
٢١	٨,١٣٩٦٨٩٥	٠,١٢٢٨٥٤٨	٦٧,٩٩٧٠٤	٨,٣٥٣٧٦	٠,١١٩٧٠٦٥٢
٢٢	٨,٩٩٤٣٥٦٩	٠,١١١١٨٠٨	٧٦,١٣٦٧٣	٨,٤٦٤٩٤	٠,١١٨١٣٤٢٦
٢٣	٩,٩٣٨٧٦٤٤	٠,١٠٠٦١٦١	٨٥,١٣١٠٩	٨,٥٦٥٥٦	٠,١١٦٧٤٦٥٩
٢٤	١٠,٩٨٢٣٣٥	٠,٠٩١٠٥٥٣	٩٥,٠٦٩٨٥	٨,٦٥٦٦٢	٠,١١٥٥١٨٥٨
٢٥	١٢,١٣٥٤٨	٠,٠٨٢٤٠٣	١٠٦,٠٥٢٢	٨,٧٣٩٠٢	٠,١١٤٤٢٩٣٢
٢٦	١٣,٤٠٩٧٠٥	٠,٠٧٤٥٧٢٩	١١٨,١٨٧٧	٨,٨١٣٥٩	٠,١١٣٤٦١١٢
٢٧	١٤,٨١٧٧٢٤	٠,٠٦٧٤٨٦٧	١٣١,٥٩٧٤	٨,٨٨١٠٨	٠,١١٢٥٩٨٩٤
٢٨	١٦,٣٧٣٥٨٥	٠,٠٦١٠٧٤	١٤٦,٤١٥١	٨,٩٤٢١٥	٠,١١١٨٢٩٩
٢٩	١٨,٠٩٢٨١٢	٠,٠٥٥٢٧٠٦	١٦٢,٧٨٨٧	٨,٩٩٧٤٢	٠,١١١١٤٢٩٣
٣٠	١٩,٩٩٢٥٥٧	٠,٠٥٠٠١٨٦	١٨٠,٨٨١٥	٩,٠٤٧٤٤	٠,١١٠٥٢٨٤٨
٣١	٢٢,٠٩١٧٧٥	٠,٠٤٥٢٦٥٧	٢٠٠,٨٧٤١	٩,٠٩٢٧١	٠,١٠٩٩٧٨٢٤
٣٢	٢٤,٤١١٤١٢	٠,٠٤٠٩٦٤٤	٢٢٢,٩٦٥٨	٩,١٣٣٦٧	٠,١٠٩٤٨٤٩٩
٣٣	٢٦,٩٧٤٦١	٠,٠٣٧٠٧١٩	٢٤٧,٣٧٧٢	٩,١٧٠٧٤	٠,١٠٩٠٤٢٤١
٣٤	٢٩,٨٠٦٩٤٤	٠,٠٣٣٥٤٩٢	٢٧٤,٣٥١٨	٩,٢٠٤٢٩	٠,١٠٨٦٤٤٩٥
٣٥	٣٢,٩٣٦٦٧٣	٠,٠٣٠٣٦١٣	٣٠٤,١٥٨٨	٩,٢٣٤٦٥	٠,١٠٨٢٨٧٧٦
٣٦	٣٦,٣٩٥٠٢٤	٠,٠٢٧٤٧٦٣	٣٣٧,٠٩٥٥	٩,٢٦٢١٣	٠,١٠٧٩٦٦٥٢
٣٧	٤٠,٢١٦٥٠١	٠,٠٢٤٨٦٥٤	٣٧٣,٤٩٠٥	٩,٢٨٧	٠,١٠٧٦٧٧٤٤
٣٨	٤٤,٤٣٩٢٣٤	٠,٠٢٢٥٠٢٦	٤١٣,٧٠٧	٩,٣٠٩٥	٠,١٠٧٤١٧١٧
٣٩	٤٩,١٠٥٣٥٤	٠,٠٢٠٣٦٤٤	٤٥٨,١٤٦٢	٩,٣٢٩٨٦	٠,١٠٧١٨٢٧١
٤٠	٥٤,٢٦١٤١٦	٠,٠١٨٤٢٩٣	٥٠٧,٢٥١٦	٩,٣٤٨٢٩	٠,١٠٦٩٧١٤١
٤١	٥٩,٩٥٨٨٦٤	٠,٠١٦٦٧٨١	٥٦١,٥١٣	٩,٣٦٤٩٧	٠,١٠٦٧٨٠٩
٤٢	٦٦,٢٥٤٥٤٥	٠,٠١٥٠٩٣٣	٦٢١,٤٧١٩	٩,٣٨٠٠٦	٠,١٠٦٦٠٩٠٨
٤٣	٧٣,٢١١٢٧٢	٠,٠١٣٦٥٩١	٦٨٧,٧٢٦٤	٩,٣٩٣٧٢	٠,١٠٦٤٥٤٠٧
٤٤	٨٠,٨٩٨٤٥٦	٠,٠١٢٣٦١٢	٧٦٠,٩٣٧٧	٩,٤٠٦٠٨	٠,١٠٦٣١٤١٧
٤٥	٨٩,٣٩٢٧٩٤	٠,٠١١١٨٦٦	٨٤١,٨٣٦١	٩,٤١٧٢٧	٠,١٠٦١٨٧٨٨
٤٦	٩٨,٧٧٩٠٣٧	٠,٠١٠١٢٣٦	٩٣١,٢٢٨٩	٩,٤٢٧٣٩	٠,١٠٦٠٧٣٨٥
٤٧	١٠٩,١٥٠٨٤	٠,٠٠٩١٦١٦	١٠٣٠,٠٠٨	٩,٤٣٦٥٦	٠,١٠٥٩٧٠٨٧
٤٨	١٢٠,٦١١٦٧	٠,٠٠٨٢٩١١	١١٣٩,١٥٩	٩,٤٤٤٨٥	٠,١٠٥٨٧٧٨٤
٤٩	١٣٣,٢٧٥٩	٠,٠٠٧٥٠٣٢	١٢٥٩,٧٧	٩,٤٥٢٣٥	٠,١٠٥٧٩٣٨
٥٠	١٤٧,٢٦٩٨٧	٠,٠٠٦٧٩٠٣	١٣٩٣,٠٤٦	٩.٤٥٩١٤	٠,١٠٥٧١٧٨٥

ع = ١١ ٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}\vert ع\%}$	$د_{\overline{ن}\vert ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\vert ع\%}}$
١	١,١١	٠,٩٠٠٩٠٠٩	١	٠,٩٠٠٩	١,١١
٢	١,٢٣٢١	٠,٨١١٦٢٢٤	٢,١١	١,٧١٢٥٢	٠,٥٨٣٩٣٣٦٥
٣	١,٣٦٧٦٣١	٠,٧٣١١٩١٤	٣,٣٤٢١	٢,٤٤٣٧١	٠,٤٠٩٢١٣٠٧
٤	١,٥١٨٠٧٠٤	٠,٦٥٨٧٣١	٤,٧٠٩٧٣١	٣,١٠٢٤٥	٠,٣٢٢٣٢٦٣٥
٥	١,٦٨٥٠٥٨٢	٠,٥٩٣٤٥١٣	٦,٢٢٧٨٠١	٣,٦٩٥٩	٠,٢٧٠٥٧٠٣١
٦	١,٨٧٠٤١٤٦	٠,٥٣٤٦٤٠٨	٧,٩١٢٨٦	٤,٢٣٠٥٤	٠,٢٣٦٣٧٦٥٦
٧	٢,٠٧٦١٦٠٢	٠,٤٨١٦٥٨٤	٩,٧٨٣٢٧٤	٤,٧١٢٢	٠,٢١٢٢١٥٢٧
٨	٢,٣٠٤٥٣٧٨	٠,٤٣٣٩٢٦٥	١١,٨٥٩٤٣	٥,١٤٦١٢	٠,١٩٤٣٢١٠٥
٩	٢,٥٥٨٠٣٦٩	٠,٣٩٠٩٢٤٨	١٤,١٦٣٩٧	٥,٥٣٧٠٥	٠,١٨٠٦٠١٦٦
١٠	٢,٨٣٩٤٢١	٠,٣٥٢١٨٤٥	١٦,٧٢٢٠١	٥,٨٨٩٢٣	٠,١٦٩٨٠١٤٣
١١	٣,١٥١٧٥٧٣	٠,٣١٧٢٨٣٣	١٩,٥٦١٤٣	٦,٢٠٦٥٢	٠,١٦١١١٢١٠١
١٢	٣,٤٩٨٤٥٠٦	٠,٢٨٥٨٤٠٨	٢٢,٧١٣١٩	٦,٤٩٢٣٦	٠,١٥٤٠٢٧٢٩
١٣	٣,٨٨٣٢٨٠٢	٠,٢٥٧٥١٤٣	٢٦,٢١١٦٤	٦,٧٤٩٨٧	٠,١٤٨١٥٠٩٩
١٤	٤,٣١٠٤٤١	٠,٢٣١٩٩٤٨	٣٠,٠٩٤٩٢	٦,٩٨١٨٧	٠,١٤٣٢٢٨٢
١٥	٤,٧٨٤٥٨٩٥	٠,٢٠٩٠٠٤٣	٣٤,٤٠٥٣٦	٧,١٩٠٨٧	٠,١٣٩٠٦٥٢٤
١٦	٥,٣١٠٨٩٤٣	٠,١٨٨٢٩٢٢	٣٩,١٨٩٩٥	٧,٣٧٩١٦	٠,١٣٥٥١٦٧٥
١٧	٥,٨٩٥٠٩٢٧	٠,١٦٩٦٣٢٦	٤٤,٥٠٠٨٤	٧,٥٤٨٧٩	٠,١٣٢٤٧١٤٨
١٨	٦,٥٤٣٥٥٢٩	٠,١٥٢٨٢٢٢	٥٠,٣٩٥٩٤	٧,٧٠١٦٢	٠,١٢٩٨٤٢٨٧
١٩	٧,٢٦٣٣٤٣٧	٠,١٣٧٦٧٧٦	٥٦,٩٣٩٤٩	٧,٨٣٩٢٩	٠,١٢٧٥٦٢٥
٢٠	٨,٠٦٢٣١١٥	٠,١٢٤٠٣٣٩	٦٤,٢٠٢٨٣	٧,٩٦٣٣٣	٠,١٢٥٥٧٥٦٤
٢١	٨,٩٤٩١٦٥٨	٠,١١١٧٤٢٣	٧٢,٢٦٥١٤	٨,٠٧٥٠٧	٠,١٢٣٨٣٧٩٣
٢٢	٩,٩٣٣٥٧٤	٠,١٠٠٦٦٨٧	٨١,٢١٤٣١	٨,١٧٥٧٤	٠,١٢٢٣١٣١
٢٣	١١,٠٢٦٢٦٧	٠,٠٩٠٦٩٢٥	٩١,١٤٧٨٨	٨,٢٦٦٤٣	٠,١٢٠٩٧١١٨
٢٤	١٢,٢٣٩١٥٧	٠,٠٨١٧٠٥	١٠٢,١٧٤٢	٨,٣٤٨١٤	٠,١١٩٧٨٧٢١
٢٥	١٣,٥٨٥٤٦٤	٠,٠٧٣٦٠٨١	١١٤,٤١٣٣	٨,٤٢١٧٤	٠,١١٨٧٤٠٢٤
٢٦	١٥,٠٧٩٨٦٥	٠,٠٦٦٣١٣٦	١٢٧,٩٩٨٨	٨,٤٨٨٠٦	٠,١١٧٨١٢٥٨
٢٧	١٦,٧٣٨٦٥	٠,٠٥٩٧٤٢	١٤٣,٠٧٨٦	٨,٥٤٧٨	٠,١١٦٩٨٩١٦
٢٨	١٨,٥٧٩٩٠١	٠,٠٥٣٨٢١٦	١٥٩,٨١٧٣	٨,٦٠١٦٢	٠,١١٦٢٥٧١٥
٢٩	٢٠,٦٢٣٦٩١	٠,٠٤٨٤٨٧٩	١٧٨,٣٩٧٢	٨,٦٥٠١١	٠,١١٥٦٠٥٤٧
٣٠	٢٢,٨٩٢٢٩٧	٠,٠٤٣٦٨٢٨	١٩٩,٠٢٠٩	٨,٦٩٣٧٩	٠,١١٥٠٢٤٦
٣١	٢٥,٤١٠٤٤٩	٠,٠٣٩٣٥٣٩	٢٢١,٩١٣٢	٨,٧٣٣١٥	٠,١١٤٥٠٦٢٧
٣٢	٢٨,٢٠٥٥٩٩	٠,٠٣٥٤٥٤	٢٤٧,٣٢٣٦	٨,٧٦٨٦	٠,١١٤٠٤٣٢٩
٣٣	٣١,٣٠٨٢١٤	٠,٠٣١٩٤٠٥	٢٧٥,٥٢٩٢	٨,٨٠٠٥٤	٠,١١٣٦٢٩٣٨
٣٤	٣٤,٧٥٢١١٨	٠,٠٢٨٧٧٥٢	٣٠٦,٨٣٧٤	٨,٨٢٩٣٢	٠,١١٣٢٥٩٠٥
٣٥	٣٨,٥٧٤٨٥١	٠,٠٢٥٩٢٣٦	٣٤١,٥٨٩٦	٨,٨٥٥٢٤	٠,١١٢٩٢٧٤٩
٣٦	٤٢,٨١٨٠٨٥	٠,٠٢٣٣٥٤٦	٣٨٠,١٦٤٤	٨,٨٧٨٥٩	٠,١١٢٦٣٠٤٤
٣٧	٤٧,٥٢٨٠٧٤	٠,٠٢١٠٤٠٢	٤٢٢,٩٨٢٥	٨,٨٩٩٦٣	٠,١١٢٣٦٤١٦
٣٨	٥٢,٧٥٦١٦٢	٠,٠١٨٩٥٥١	٤٧٠,٥١٠٦	٨,٩١٨٥٩	٠,١١٢١٢٥٣٥
٣٩	٥٨,٥٥٩٣٤	٠,٠١٧٠٧٦٧	٥٢٣,٢٦٦٧	٨,٩٣٥٦٧	٠,١١١٩١١٠٧
٤٠	٦٥,٠٠٠٨٦٧	٠,٠١٥٣٨٤٤	٥٨١,٨٢٦١	٨,٩٥١٠٥	٠,١١١٧١٨٧٣
٤١	٧٢,١٥٠٩٦٣	٠,٠١٣٨٥٩٨	٦٤٦,٨٢٦٩	٨,٩٦٤٩١	٠,١١١٥٤٦٠١
٤٢	٨٠,٠٨٧٥٦٩	٠,٠١٢٤٨٦٣	٧١٨,٩٧٧٩	٨,٩٧٧٤	٠,١١١٣٩٠٨٦
٤٣	٨٨,٨٩٧٢٠١	٠,٠١١٢٤٨٩	٧٩٩,٠٦٥٥	٨,٩٨٨٦٥	٠,١١١٢٥١٤٦
٤٤	٩٨,٦٧٥٨٩٣	٠,٠١٠١٣٤٢	٨٨٧,٩٦٢٧	٨,٩٩٨٧٨	٠,١١١١٢٦١٧
٤٥	١٠٩,٥٣٠٢٤	٠,٠٠٩١٢٩٩	٩٨٦,٦٣٨٦	٩,٠٠٧٩١	٠,١١١٠١٣٥٤
٤٦	١٢١,٥٧٨٥٧	٠,٠٠٨٢٢٥١	١٠٩٦,١٦٩	٩,٠١٦١٤	٠,١١٠٩١٢٢٧
٤٧	١٣٤,٩٥٢٢١	٠,٠٠٧٤١	١٢١٧,٧٤٧	٩,٠٢٣٥٥	٠,١١٠٨٢١١٩
٤٨	١٤٩,٧٩٦٩٥	٠,٠٠٦٦٧٥٧	١٣٥٢,٧	٩,٠٣٠٢٢	٠,١١٠٧٣٩٢٦
٤٩	١٦٦,٢٧٤٦٢	٠,٠٠٦٠١٤١	١٥٠٢,٤٩٧	٩,٠٣٦٢٤	٠,١١٠٦٦٥٥٦
٥٠	١٨٤,٥٦٤٨٣	٠,٠٠٥٤١٨٢	١٦٦٨,٧٧١	٩,٠٤١٦٥	٠,١١٠٥٩٩٢٤

ع = ١١,٥ ٪					
ن	(ع+١)^ن	ح^ن = (ع+١)^-ن	س ن|ع ٪	ا ن|ع ٪	١ / ا ن|ع ٪
١	١,١١٥	٠,٨٩٦٨٦١	١	٠,٨٩٦٨٦	١,١١٥
٢	١,٢٤٣٢٢٥	٠,٨٠٤٣٥٩٦	٢,١١٥	١,٧٠١٢٢	٠,٥٨٧٨١٣٢٤
٣	١,٣٨٦١٩٥٩	٠,٧٢١٣٩٨٨	٣,٣٥٨٢٢٥	٢,٤٢٢٦٢	٠,٤١٢٧٧٦٣٦
٤	١,٥٤٥٦٠٨٤	٠,٦٤٦٩٩٤٤	٤,٧٤٤٤٢١	٣,٠٦٩٦١	٠,٣٢٥٧٧٣٨٨
٥	١,٧٢٣٣٥٣٤	٠,٥٨٠٢٦٤	٦,٢٩٠٠٢٩	٣,٦٤٩٨٨	٠,٢٧٣٩٨١٧٧
٦	١,٩٢١٥٣٩	٠,٥٢٠٤١٦٢	٨,٠١٣٣٨٣	٤,١٧٠٢٩	٠,٢٣٩٧٩١٢٥
٧	٢,١٤٢٥١٦	٠,٤٦٦٧٤١	٩,٩٣٤٩٢٢	٤,٦٣٧٠٤	٠,٢١٥٦٥٥٠٥
٨	٢,٣٨٨٩٠٥٣	٠,٤١٨٦٠١٨	١٢,٠٧٧٤٤	٥,٠٥٥٦٤	٠,١٩٧٧٩٩٠٢
٩	٢,٦٦٣٦٢٩٤	٠,٣٧٥٤٢٧٦	١٤,٤٦٦٣٤	٥,٤٣١٠٦	٠,١٨٤١٢٥٩٧
١٠	٢,٩٦٩٩٤٦٨	٠,٣٣٦٧٠٦٤	١٧,١٢٩٩٧	٥,٧٦٧٧٧	٠,١٧٣٣٧٧٢١
١١	٣,٣١١٤٩٠٧	٠,٣٠١٩٧٨٨	٢٠,٠٩٩٩٢	٦,٠٦٩٧٥	٠,١٦٤٧٥١٤٤
١٢	٣,٦٩٢٣١٢١	٠,٢٧٠٨٣٣	٢٣,٤١١٤١	٦,٣٤٠٥٨	٠,١٥٧٧١٤٢٢
١٣	٤,١١٦٩٢٨	٠,٢٤٢٨٩٩٦	٢٧,١٠٣٧٢	٦,٥٨٣٤٨	٠,١٥١٨٩٥٣
١٤	٤,٥٩٠٣٧٤٨	٠,٢١٧٨٤٧١	٣١,٢٢٠٦٥	٦,٨٠١٣٣	٠,١٤٧٠٣٠٠٨
١٥	٥,١١٨٢٦٧٩	٠,١٩٥٣٧٨٦	٣٥,٨١١٠٢	٦,٩٩٦٧١	٠,١٤٢٩٢٤٣٦
١٦	٥,٧٠٦٨٦٨٧	٠,١٧٥٢٢٧٤	٤٠,٩٢٩٢٩	٧,١٧١٩٤	٠,١٣٩٤٣٢٣٨
١٧	٦,٣٦٣١٥٨٦	٠,١٥٧١٥٤٧	٤٦,٦٣٦١٦	٧,٣٢٩٠٩	٠,١٣٦٤٤٢٥٩
١٨	٧,٠٩٤٩٢١٨	٠,١٤٠٩٤٥٩	٥٢,٩٩٩٣٢	٧,٤٧٠٠٤	٠,١٣٣٨٦٨١٧
١٩	٧,٩١٠٨٣٧٨	٠,١٢٦٤٠٨٩	٦٠,٠٩٤٢٤	٧,٥٩٦٤٤	٠,١٣١٦٤٠٥٣
٢٠	٨,٨٢٠٥٨٤٢	٠,١١٣٣٧١٢	٦٨,٠٠٥٠٨	٧,٧٠٩٨٢	٠,١٢٩٧٠٤٧٨
٢١	٩,٨٣٤٩٥١٣	٠,١٠١٦٧٨٢	٧٦,٨٢٥٦٦	٧,٨١١٤٩	٠,١٢٨٠١٦٤٨
٢٢	١٠,٩٦٥٩٧١	٠,٠٩١١٩١٢	٨٦,٦٦٠٦٢	٧,٩٠٢٦٩	٠,١٢٦٥٣٩٢٧
٢٣	١٢,٢٢٧٠٥٧	٠,٠٨١٧٨٥٨	٩٧,٦٢٦٥٩	٧,٩٨٤٤٧	٠,١٢٥٢٤٣١١
٢٤	١٣,٦٣٣١٦٩	٠,٠٧٣٣٥٠٥	١٠٩,٨٥٣٦	٨,٠٥٧٨٢	٠,١٢٤١٠٣٠٢
٢٥	١٥,٢٠٠٩٨٣	٠,٠٦٥٧٨٥٢	١٢٣,٤٨٦٨	٨,١٢٣٦١	٠,١٢٣٠٩٨٠٣
٢٦	١٦,٩٤٩٠٩٦	٠,٠٥٩٠٠٠٢	١٣٨,٦٨٧٨	٨,١٨٢٦١	٠,١٢٢٢١٠٤٤
٢٧	١٨,٨٩٨٢٤٣	٠,٠٥٢٩١٥	١٥٥,٦٣٦٩	٨,٢٣٥٥٢	٠,١٢١٤٢٥٢١
٢٨	٢١,٠٧١٥٤	٠,٠٤٧٤٥٧٤	١٧٤,٥٣٥١	٨,٢٨٢٩٨	٠,١٢٠٧٢٩٥١
٢٩	٢٣,٤٩٤٧٦٨	٠,٠٤٢٥٦٢٧	١٩٥,٦٠٦٧	٨,٣٢٥٥٤	٠,١٢٠١١٢٣
٣٠	٢٦,١٩٦٦٦٦	٠,٠٣٨١٧٧٨	٢١٩,١٠١٤	٨,٣٦٣٧١	٠,١١٩٥٦٤١
٣١	٢٩,٢٠٩٢٨٢	٠,٠٣٤٢٣٥٧	٢٤٥,٢٩٨١	٨,٣٩٧٩٥	٠,١١٩٠٧٦٦٧
٣٢	٣٢,٥٦٨٣٥	٠,٠٣٠٧٠٤٧	٢٧٤,٥٠٧٤	٨,٤٢٨٦٦	٠,١١٨٦٤٢٨٩
٣٣	٣٦,٣١٣٧١	٠,٠٢٧٥٣٧٨	٣٠٧,٠٧٥٧	٨,٤٥٦١٩	٠,١١٨٢٥٦٥٣
٣٤	٤٠,٤٨٩٧٨٧	٠,٠٢٤٦٩٧٦	٣٤٣,٣٨٩٥	٨,٤٨٠٨٩	٠,١١٧٩١٢١٥
٣٥	٤٥,١٤٦١١٢	٠,٠٢٢١٥٠٣	٣٨٣,٨٧٩٢	٨,٥٠٣٠٤	٠,١١٧٦٠٤٩٩
٣٦	٥٠,٣٣٧٩١٥	٠,٠١٩٨٦٥٧	٤٢٩,٠٢٥٤	٨,٥٢٢٩١	٠,١١٧٣٣٠٨٦
٣٧	٥٦,١٢٦٧٧٦	٠,٠١٧٨١٦٨	٤٧٩,٣٦٣٣	٨,٥٤٠٧٢	٠,١١٧٠٨٦١
٣٨	٦٢,٥٨١٣٥٥	٠,٠١٥٩٧٩٢	٥٣٥,٤٩	٨,٥٥٦٧	٠,١١٦٨٦٧٤٥
٣٩	٦٩,٧٧٨٢١١	٠,٠١٤٣٣١١	٥٩٨,٠٧١٤	٨,٥٧١٠٣	٠,١١٦٦٧٧٢٠٤
٤٠	٧٧,٨٠٢٧٠٥	٠,٠١٢٨٥٣	٦٦٧,٨٤٩٦	٨,٥٨٣٨٩	٠,١١٦٤٩٧٣٤
٤١	٨٦,٧٥٠٠١٦	٠,٠١١٥٢٧٤	٧٤٥,٦٥٢٣	٨,٥٩٥٤١	٠,١١٦٣٤١١١
٤٢	٩٦,٧٢٦٢٦٨	٠,٠١٠٣٣٨٥	٨٣٢,٤٠٢٣	٨,٦٠٥٧٥	٠,١١٦٢٠١٣٤
٤٣	١٠٧,٨٤٩٧٩	٠,٠٠٩٢٧٢٢	٩٢٩,١٢٨٦	٨,٦١٥٠٢	٠,١١٦٠٧٦٢٨
٤٤	١٢٠,٢٥٢٥١	٠,٠٠٨٣١٥٨	١٠٣٦,٩٧٨	٨,٦٢٣٣٤	٠,١١٥٩٦٤٣٤
٤٥	١٣٤,٠٨١٥٥	٠,٠٠٧٤٥٨١	١١٥٧,٢٣١	٨,٦٣٠٨	٠,١١٥٨٦٤١٣
٤٦	١٤٩,٥٠٠٩٣	٠,٠٠٦٦٨٨٩	١٢٩١,٣١٢	٨,٦٣٧٤٩	٠,١١٥٧٧٤٤١
٤٧	١٦٦,٦٩٣٥٤	٠,٠٠٥٩٩٩	١٤٤٠,٨١٣	٨,٦٤٣٤٩	٠,١١٥٦٩٤٠٥
٤٨	١٨٥,٨٦٣٣	٠,٠٠٥٣٨٠٣	١٦٠٧,٥٠٧	٨,٦٤٨٨٧	٠,١١٥٦٢٢٠٨
٤٩	٢٠٧,٢٣٧٥٨	٠,٠٠٤٨٢٥٤	١٧٩٣,٣٧	٨,٦٥٣٦٩	٠,١١٥٥٥٧٦١
٥٠	٢٣١,٠٦٩٩	٠,٠٠٤٣٢٧٧	٢٠٠٠,٦٠٨	٨,٦٥٨٠٢	٠,١١٥٤٩٩٨٥

ع = ١٢ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$ج_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١٢	٠,٨٩٢٨٥٧١	١	٠,٨٩٢٨٦	١,١٢
٢	١,٢٥٤٤	٠,٧٩٧١٩٣٩	٢,١٢	١,٦٩٠٠٥	٠,٥٩١٦٩٨١١
٣	١,٤٠٤٩٢٨	٠,٧١١٧٨٠٢	٣,٣٧٤٤	٢,٤٠١٨٣	٠,٤١٦٣٤٨٩٨
٤	١,٥٧٣٥١٩٤	٠,٦٣٥٥١٨١	٤,٧٧٩٣٢٨	٣,٠٣٧٣٥	٠,٣٢٩٢٣٤٤٤
٥	١,٧٦٢٣٤١٧	٠,٥٦٧٤٢٦٩	٦,٣٥٢٨٤٧	٣,٦٠٤٧٨	٠,٢٧٧٤٠٩٧٣
٦	١,٩٧٣٨٢٢٧	٠,٥٠٦٦٣١١	٨,١١٥١٨٩	٤,١١١٤١	٠,٢٤٣٢٢٥٧٢
٧	٢,٢١٠٦٨١٤	٠,٤٥٢٣٤٩٢	١٠,٠٨٩٠١	٤,٥٦٣٧٦	٠,٢١٩١١٧٧٤
٨	٢,٤٧٥٩٦٣٢	٠,٤٠٣٨٨٣٢	١٢,٢٩٩٦٩	٤,٩٦٧٦٤	٠,٢٠١٣٠٢٨٤
٩	٢,٧٧٣٠٧٨٨	٠,٣٦٠٦١	١٤,٧٧٥٦٦	٥,٣٢٨٢٥	٠,١٨٧٦٧٨٨٩
١٠	٣,١٠٥٨٤٨٢	٠,٣٢١٩٧٣٢	١٧,٥٤٨٧٤	٥,٦٥٠٢٢	٠,١٧٦٩٨٤١٦
١١	٣,٤٧٨٥٥	٠,٢٨٧٤٧٦١	٢٠,٦٥٤٥٨	٥,٩٣٧٧	٠,١٦٨٤١٥٤
١٢	٣,٨٩٥٩٧٦	٠,٢٥٦٦٧٥١	٢٤,١٣٣١٣	٦,١٩٤٣٧	٠,١٦١٤٣٦٨١
١٣	٤,٣٦٣٤٩٣١	٠,٢٢٩١٧٤٢	٢٨,٠٢٩١١	٦,٤٢٣٥٥	٠,١٥٥٦٧٧٢
١٤	٤,٨٨٧١١٢٣	٠,٢٠٤٦١٩٨	٣٢,٣٩٢٦	٦,٦٢٨١٧	٠,١٥٠٨٧١٢٥
١٥	٥,٤٧٣٥٦٥٨	٠,١٨٢٦٩٦٣	٣٧,٢٧٩٧١	٦,٨١٠٨٦	٠,١٤٦٨٢٤٢٤
١٦	٦,١٣٠٣٩٣٧	٠,١٦٣١٢١٧	٤٢,٧٥٣٢٨	٦,٩٧٣٩٩	٠,١٤٣٣٩٠٠٢
١٧	٦,٨٦٦٠٤٠٩	٠,١٤٥٦٤٤٣	٤٨,٨٨٣٦٧	٧,١١٩٦٣	٠,١٤٠٤٥٦٧٣
١٨	٧,٦٨٩٩٦٥٨	٠,١٣٠٠٣٩٦	٥٥,٧٤٩٧١	٧,٢٤٩٦٧	٠,١٣٧٩٣٧٣١
١٩	٨,٦١٢٧٦١٧	٠,١١٦١٠٦٨	٦٣,٤٣٩٦٨	٧,٣٦٥٧٨	٠,١٣٥٧٦٣
٢٠	٩,٦٤٦٢٩٣١	٠,١٠٣٦٦٦٨	٧٢,٠٥٢٤٤	٧,٤٦٩٤٤	٠,١٣٣٨٧٨٧٨
٢١	١٠,٨٠٣٨٤٨	٠,٠٩٢٥٥٩٦	٨١,٦٩٨٧٤	٧,٥٦٢	٠,١٣٢٢٤٠٠٩
٢٢	١٢,١٠٠٣١	٠,٠٨٢٦٤٢٥	٩٢,٥٠٢٥٨	٧,٦٤٤٦٥	٠,١٣٠٨١٠٥١
٢٣	١٣,٥٥٢٣٤٧	٠,٠٧٣٧٨٨	١٠٤,٦٠٢٩	٧,٧١٨٤٣	٠,١٢٩٥٥٩٩٦
٢٤	١٥,١٧٨٦٢٩	٠,٠٦٥٨٨٢١	١١٨,١٥٥٢	٧,٧٨٤٣٢	٠,١٢٨٤٦٣٤٤
٢٥	١٧,٠٠٠٠٦٤	٠,٠٥٨٨٢٣٣	١٣٣,٣٣٣٩	٧,٨٤٣١٤	٠,١٢٧٤٩٩٩٧
٢٦	١٩,٠٤٠٠٧٢	٠,٠٥٢٥٢٠٨	١٥٠,٣٣٣٩	٧,٨٩٥٦٦	٠,١٢٦٦٥١٨٦
٢٧	٢١,٣٢٤٨٨١	٠,٠٤٦٨٩٣٦	١٦٩,٣٧٤	٧,٩٤٢٥٥	٠,١٢٥٩٠٤٠٩
٢٨	٢٣,٨٨٣٨٦٦	٠,٠٤١٨٦٩٣	١٩٠,٦٩٨٩	٧,٩٨٤٤٢	٠,١٢٥٢٤٣٨٧
٢٩	٢٦,٧٤٩٩٣	٠,٠٣٧٣٨٣٣	٢١٤,٥٨٢٨	٨,٠٢١٨١	٠,١٢٤٦٦٠٢١
٣٠	٢٩,٩٥٩٩٢٢	٠,٠٣٣٣٧٧٩	٢٤١,٣٣٢٧	٨,٠٥٥١٨	٠,١٢٤١٤٣٦٦
٣١	٣٣,٥٥٥١١٣	٠,٠٢٩٨٠١٧	٢٧١,٢٩٢٦	٨,٠٨٤٩٩	٠,١٢٣٦٨٦٠٦
٣٢	٣٧,٥٨١٧٢٦	٠,٠٢٦٦٠٨٧	٣٠٤,٨٤٧٧	٨,١١١٥٩	٠,١٢٣٢٨٠٣٣
٣٣	٤٢,٠٩١٥٣٣	٠,٠٢٣٧٥٧٧	٣٤٢,٤٢٩٤	٨,١٣٥٣٥	٠,١٢٢٩٢٠٣١
٣٤	٤٧,١٤٢٥١٧	٠,٠٢١٢١٢٣	٣٨٤,٥٢١	٨,١٥٦٥٦	٠,١٢٢٦٠٠٦٤
٣٥	٥٢,٧٩٩٦٢	٠,٠١٨٩٣٩٥	٤٣١,٦٦٣٥	٨,١٧٥٥	٠,١٢٢٣١٦٦٢
٣٦	٥٩,١٣٥٥٧٤	٠,٠١٦٩١٠٣	٤٨٤,٤٦٣١	٨,١٩٢٤١	٠,١٢٢٠٦٤١٤
٣٧	٦٦,٢٣١٨٤٣	٠,٠١٥٠٩٨٥	٥٤٣,٥٩٨٧	٨,٢٠٧٥١	٠,١٢١٨٣٩٥٩
٣٨	٧٤,١٧٩٦٦٤	٠,٠١٣٤٨٠٨	٦٠٩,٨٣٠٥	٨,٢٢٠٩٩	٠,١٢١٦٣٩٨
٣٩	٨٣,٠٨١٢٢٤	٠,٠١٢٠٣٦٤	٦٨٤,٠١٠٢	٨,٢٣٣٠٣	٠,١٢١٤٦١٩٧
٤٠	٩٣,٠٥٠٩٧	٠,٠١٠٧٤٦٨	٧٦٧,٠٩١٤	٨,٢٤٣٧٨	٠,١٢١٣٠٣٦٣
٤١	١٠٤,٢١٧٠٩	٠,٠٠٩٥٩٥٤	٨٦٠,١٤٢٤	٨,٢٥٣٣٧	٠,١٢١١٦٢٢٦
٤٢	١١٦,٧٢٣١٤	٠,٠٠٨٥٦٧٣	٩٦٤,٣٥٩٥	٨,٢٦١٩٤	٠,١٢١٠٣٦٩٦
٤٣	١٣٠,٧٢٩٩١	٠,٠٠٧٦٤٩٤	١٠٨١,٠٨٣	٨,٢٦٩٥٩	٠,١٢٠٩٢٥
٤٤	١٤٦,٤١٧٥	٠,٠٠٦٨٢٩٨	١٢١١,٨١٣	٨,٢٧٦٤٢	٠,١٢٠٨٢٥٢١
٤٥	١٦٣,٩٨٧٦	٠,٠٠٦٠٩٨	١٣٥٨,٢٣	٨,٢٨٢٥٢	٠,١٢٠٧٣٦٢٥
٤٦	١٨٣,٦٦٦١٢	٠,٠٠٥٤٤٤٧	١٥٢٢,٢١٨	٨,٢٨٧٩٦	٠,١٢٠٦٥٦٩٤
٤٧	٢٠٥,٧٠٦٠٥	٠,٠٠٤٨٦١٣	١٧٠٥,٨٨٤	٨,٢٩٢٨٢	٠,١٢٠٥٨٦٢١
٤٨	٢٣٠,٣٩٠٧٨	٠,٠٠٤٣٤٠٥	١٩١١,٥٩	٨,٢٩٧١٦	٠,١٢٠٥٢٣١٢
٤٩	٢٥٨,٠٣٧٦٧	٠,٠٠٣٨٧٥٤	٢١٤١,٩٨١	٨,٣٠١٠٤	٠,١٢٠٤٦٦٨٦
٥٠	٢٨٩,٠٠٢١٩	٠,٠٠٣٤٦٠٢	٢٤٠٠,٠١٨	٨,٣٠٤٥	٠,١٢٠٤١٦٦٦

ع = ١٢,٥ ٪

ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ن\rceil ع}$ ٪	د ن⏋ع ٪	١ / د ن⏋ع ٪
١	١,١٢٥	٠,٨٨٨٨٨٨٩	١	٠,٨٨٨٨٩	١,١٢٥
٢	١,٢٦٥٦٢٥	٠,٧٩٠١٢٣٥	٢,١٢٥	١,٦٧٩٠١	٠,٥٩٥٥٨٨٢٤
٣	١,٤٢٣٨٢٨١	٠,٧٠٢٣٣٢	٣,٣٩٠٦٢٥	٢,٣٨١٣٤	٠,٤١٩٩٣٠٨٨
٤	١,٦٠١٨٠٦٦	٠,٦٢٤٢٩٥١	٤,٨١٤٤٥٣	٣,٠٠٥٦٤	٠,٣٣٢٧٠٧٩١
٥	١,٨٠٢٠٣٢٥	٠,٥٥٤٩٢٩	٦,٤١٦٢٦	٣,٥٦٠٥٧	٠,٢٨٠٨٥٤٠٤
٦	٢,٠٢٧٢٨٦٥	٠,٤٩٣٢٧٠٢	٨,٢١٨٢٩٢	٤,٠٥٣٨٤	٠,٢٤٦٦٧٩٧٨
٧	٢,٢٨٠٦٩٧٣	٠,٤٣٨٤٦٢٤	١٠,٢٤٥٥٨	٤,٤٩٢٣	٠,٢٢٢٦٠٣٠٨
٨	٢,٥٦٥٧٨٤٥	٠,٣٨٩٧٤٤٣	١٢,٥٢٦٢٨	٤,٨٨٢٠٥	٠,٢٠٤٨٣٢١٩
٩	٢,٨٨٦٥٠٧٦	٠,٣٤٦٤٣٩٤	١٥,٠٩٢٠٦	٥,٢٢٨٤٨	٠,١٩١٢٦
١٠	٣,٢٤٧٣٢١	٠,٣٠٧٩٤٦١	١٧,٩٧٨٥٧	٥,٥٣٦٤٣	٠,١٨٠٦٢١٧٨
١١	٣,٦٥٣٢٣٦٢	٠,٢٧٣٧٢٩٩	٢١,٢٢٥٨٩	٥,٨١٠١٦	٠,١٧٢١١٢٢٨
١٢	٤,١٠٩٨٩٠٧	٠,٢٤٣٣١٥٥	٢٤,٨٧٩١٣	٦,٠٥٣٤٨	٠,١٦٥١٩٤٣٤
١٣	٤,٦٢٣٦٢٧	٠,٢١٦٢٨٠٤	٢٨,٩٨٩٠٢	٦,٢٦٩٧٦	٠,١٥٩٤٩٥٨٢
١٤	٥,٢٠١٥٨٠٤	٠,١٩٢٢٤٩٣	٣٣,٦١٢٦٤	٦,٤٦٢٠١	٠,١٥٤٧٥٠٧١
١٥	٥,٨٥١٧٧٧٩	٠,١٧٠٨٨٨٢	٣٨,٨١٤٢٢	٦,٦٣٢٨٩	٠,١٥٠٧٦٣٧٥
١٦	٦,٥٨٣٢٥٠٢	٠,١٥١٩٠٠٧	٤٤,٦٦٦	٦,٧٨٤٧٩	٠,١٤٧٣٨٨٣٩
١٧	٧,٤٠٦١٥٦٤	٠,١٣٥٠٢٢٨	٥١,٢٤٩٢٥	٦,٩١٩٨٢	٠,١٤٤٥١٢٤٨
١٨	٨,٣٣١٩٢٦	٠,١٢٠٠٢٠٣	٥٨,٦٥٥٤١	٧,٠٣٩٨٤	٠,١٤٢٠٤٨٧٣
١٩	٩,٣٧٣٤١٦٧	٠,١٠٦٦٨٤٧	٦٦,٩٨٧٣٣	٧,١٤٦٥٢	٠,١٣٩٩٢٨٢
٢٠	١٠,٥٤٥٠٩٤	٠,٠٩٤٨٣٠٨	٧٦,٣٦٠٧٥	٧,٢٤١٣٥	٠,١٣٨٠٩٥٧٣
٢١	١١,٨٦٣٢٣١	٠,٠٨٤٢٩٤١	٨٦,٩٠٥٨٤	٧,٣٢٥٦٥	٠,١٣٦٥٠٦٧١
٢٢	١٣,٣٤٦١٣٤	٠,٠٧٤٩٢٨١	٩٨,٧٦٩٠٨	٧,٤٠٠٥٨	٠,١٣٥١٢٤٦٣
٢٣	١٥,٠١٤٤٠١	٠,٠٦٦٦٠٢٧	١١٢,١١٥٢	٧,٤٦٧١٨	٠,١٣٣٩١٩٤
٢٤	١٦,٨٩١٢٠١	٠,٠٥٩٢٠٢٤	١٢٧,١٢٩٦	٧,٥٢٦٣٨	٠,١٣٢٨٦٥٩٩
٢٥	١٩,٠٠٢٦٠٢	٠,٠٥٢٦٢٤٤	١٤٤,٠٢٠٨	٧,٥٧٩٠١	٠,١٣١٩٤٣٤٤
٢٦	٢١,٣٧٧٩٢٧	٠,٠٤٦٧٧٧٢	١٦٣,٠٢٣٤	٧,٦٢٥٧٨	٠,١٣١١٣٤٠٩
٢٧	٢٤,٠٥٠١٦٨	٠,٠٤١٥٧٩٨	١٨٤,٤٠١٣	٧,٦٦٧٣٦	٠,١٣٠٤٢٢٩٥
٢٨	٢٧,٠٥٦٤٣٨	٠,٠٣٦٩٥٩٨	٢٠٨,٤٥١٥	٧,٧٠٤٣٢	٠,١٢٩٧٩٧٢٨
٢٩	٣٠,٤٣٨٤٩٣	٠,٠٣٢٨٥٣١	٢٣٥,٥٠٧٩	٧,٧٣٧١٧	٠,١٢٩٢٤٦١٤
٣٠	٣٤,٢٤٣٣٠٥	٠,٠٢٩٢٠٢٨	٢٦٥,٩٤٦٤	٧,٧٦٦٣٨	٠,١٢٨٧٦٠١٦
٣١	٣٨,٥٢٣٧١٨	٠,٠٢٥٩٥٨	٣٠٠,١٨٩٧	٧,٧٩٢٣٤	٠,١٢٨٣٣١٢٣
٣٢	٤٣,٣٣٩١٨٣	٠,٠٢٣٠٧٣٨	٣٣٨,٧١٣٥	٧,٨١٥٤١	٠,١٢٧٩٥٢٣٥
٣٣	٤٨,٧٥٦٥٨١	٠,٠٢٠٥١٠١	٣٨٢,٠٥٢٦	٧,٨٣٥٩٢	٠,١٢٧٦١٧٤٤
٣٤	٥٤,٨٥١١٥٣	٠,٠١٨٢٣١٢	٤٣٠,٨٠٩٢	٧,٨٥٤١٥	٠,١٢٧٣٢١٢١
٣٥	٦١,٧٠٧٥٤٧	٠,٠١٦٢٠٥٥	٤٨٥,٦٦٠٤	٧,٨٧٠٣٦	٠,١٢٧٠٥٩٠٥
٣٦	٦٩,٤٢٠٩٩١	٠,٠١٤٤٠٤٩	٥٤٧,٣٦٧٩	٧,٨٨٤٧٦	٠,١٢٦٨٢٦٩٢
٣٧	٧٨,٠٩٨٦١٥	٠,٠١٢٨٠٤٣	٦١٦,٧٨٨٩	٧,٨٩٧٥٧	٠,١٢٦٦٢١٣
٣٨	٨٧,٨٦٠٩٤٢	٠,٠١١٣٨١٦	٦٩٤,٨٨٧٥	٧,٩٠٨٩٥	٠,١٢٦٤٣٩٠٨
٣٩	٩٨,٨٤٣٥٥٩	٠,٠١٠١١٧	٧٨٢,٧٤٨٥	٧,٩١٩٠٦	٠,١٢٦٢٧٧٥٥
٤٠	١١١,١٩٩	٠,٠٠٨٩٩٢٩	٨٨١,٥٩٢	٧,٩٢٨٠٦	٠,١٢٦١٣٤٣١
٤١	١٢٥,٠٩٨٨٨	٠,٠٠٧٩٩٣٧	٩٩٢,٧٩١	٧,٩٣٦٠٥	٠,١٢٦٠٠٧٢٦
٤٢	١٤٠,٧٣٦٢٤	٠,٠٠٧١٠٥٥	١١١٧,٨٩	٧,٩٤٣١٦	٠,١٢٥٨٩٤٥٤
٤٣	١٥٨,٣٢٨٢٧	٠,٠٠٦٣١٦	١٢٥٨,٦٢٦	٧,٩٤٩٤٧	٠,١٢٥٧٩٤٥٢
٤٤	١٧٨,١١٩٣	٠,٠٠٥٦١٤٢	١٤١٦,٩٥٤	٧,٩٥٥٠٩	٠,١٢٥٧٠٥٧٤
٤٥	٢٠٠,٣٨٤٢٢	٠,٠٠٤٩٩٠٤	١٥٩٥,٠٧٤	٧,٩٦٠٠٨	٠,١٢٥٦٢٦٩٣
٤٦	٢٢٥,٤٣٢٢٤	٠,٠٠٤٤٣٥٩	١٧٩٥,٤٥٨	٧,٩٦٤٥١	٠,١٢٥٥٥٦٩٦
٤٧	٢٥٣,٦١١٢٧	٠,٠٠٣٩٤٣	٢٠٢٠,٨٩	٧,٩٦٨٤٦	٠,١٢٥٤٩٤٨٣
٤٨	٢٨٥,٣١٢٦٨	٠,٠٠٣٥٠٤٩	٢٢٧٤,٥٠١	٧,٩٧١٩٦	٠,١٢٥٤٣٩٦٦
٤٩	٣٢٠,٩٧٦٧٧	٠,٠٠٣١١٥٥	٢٥٥٩,٨١٤	٧,٩٧٥٠٨	٠,١٢٥٣٩٠٦٥
٥٠	٣٦١,٠٩٨٨٦	٠,٠٠٢٧٦٩٣	٢٨٨٠,٧٩١	٧,٩٧٧٨٥	٠,١٢٥٣٤٧١٣

ع = ١٣ %					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{جـ}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١٣	٠,٨٨٤٩٥٥٨	١	٠,٨٨٤٩٦	١,١٣
٢	١,٢٧٦٩	٠,٧٨٣١٤٦٧	٢,١٣	١,٦٦٨١	٠,٥٩٩٤٨٣٥٧
٣	١,٤٤٢٨٩٧	٠,٦٩٣٠٥٠٢	٣,٤٠٦٩	٢,٣٦١١٥	٠,٤٢٣٥٢١٩٧
٤	١,٦٣٠٤٧٣٦	٠,٦١٣٣١٨٧	٤,٨٤٩٧٩٧	٢,٩٧٤٤٧	٠,٣٣٦١٩٤٢
٥	١,٨٤٢٤٣٥٢	٠,٥٤٢٧٥٩٩	٦,٤٨٠٢٧١	٣,٥١٧٢٣	٠,٢٨٤٣١٤٥٤
٦	٢,٠٨١٩٥١٨	٠,٤٨٠٣١٨٥	٨,٣٢٢٧٠٦	٣,٩٩٧٥٥	٠,٢٥٠١٥٣٢٣
٧	٢,٣٥٢٦٠٥٥	٠,٤٢٥٠٦٠٦	١٠,٤٠٤٦٦	٤,٤٢٢٦١	٠,٢٢٦١١٠٨
٨	٢,٦٥٨٤٤٤٢	٠,٣٧٦١٥٩٩	١٢,٧٥٧٢٦	٤,٧٩٨٧٧	٠,٢٠٨٣٨٦٧٢
٩	٣,٠٠٤٠٤١٩	٠,٣٣٢٨٨٤٨	١٥,٤١٥٧١	٥,١٣١٦٦	٠,١٩٤٨٦٨٩
١٠	٣,٣٩٤٥٦٧٤	٠,٢٩٤٥٨٨٣	١٨,٤١٩٧٥	٥,٤٢٦٢٤	٠,١٨٤٢٨٩٥٦
١١	٣,٨٣٥٨٦١٢	٠,٢٦٠٦٩٧٧	٢١,٨١٤٣٢	٥,٦٨٦٩٤	٠,١٧٥٨٤١٤٥
١٢	٤,٣٣٤٥٢٣١	٠,٢٣٠٧٠٥٩	٢٥,٦٥٠١٨	٥,٩١٧٦٥	٠,١٦٨٩٨٦٠٨
١٣	٤,٨٩٨٠١١١	٠,٢٠٤١٦٤٥	٢٩,٩٨٤٧	٦,١٢١٨١	٠,١٦٣٣٥٠٣٤
١٤	٥,٥٣٤٧٥٢٥	٠,١٨٠٦٧٦٦	٣٤,٨٨٢٧١	٦,٣٠٢٤٩	٠,١٥٨٦٦٧٥
١٥	٦,٢٥٤٢٧٠٤	٠,١٥٩٨٩٠٨	٤٠,٤١٧٤٦	٦,٤٦٢٣٨	٠,١٥٤٧٤١٧٨
١٦	٧,٠٦٧٣٢٥٥	٠,١٤١٤٩٦٢	٤٦,٦٧١٧٣	٦,٦٠٣٨٨	٠,١٥١٤٢٦٢٤
١٧	٧,٩٨٦٠٧٧٨	٠,١٢٥٢١٧٩	٥٣,٧٣٩٠٦	٦,٧٢٩٠٩	٠,١٤٨٦٠٨٤٤
١٨	٩,٠٢٤٢٦٨	٠,١١٠٨١٢٣	٦١,٧٢٥١٤	٦,٨٣٩٩١	٠,١٤٦٢٠٠٨٥
١٩	١٠,١٩٧٤٢٣	٠,٠٩٨٠٦٤	٧٠,٧٤٩٤١	٦,٩٣٧٩٧	٠,١٤٤١٣٤٣٩
٢٠	١١,٥٢٣٠٨٨	٠,٠٨٦٧٨٢٣	٨٠,٩٤٦٨٣	٧,٠٢٤٧٥	٠,١٤٢٣٥٣٧٩
٢١	١٣,٠٢١٠٨٩	٠,٠٧٦٧٩٨٥	٩٢,٤٦٩٩٢	٧,١٠١٥٥	٠,١٤٠٨١٤٣٣
٢٢	١٤,٧١٣٨٣١	٠,٠٦٧٩٦٣٣	١٠٥,٤٩١	٧,١٦٩٥١	٠,١٣٩٤٧٩٤٨
٢٣	١٦,٦٢٦٦٢٩	٠,٠٦٠١٤٤٥	١٢٠,٢٠٤٨	٧,٢٢٩٦٦	٠,١٣٨٣١٩١٣
٢٤	١٨,٧٨٨٠٩١	٠,٠٥٣٢٢٥٢	١٣٦,٨٣١٥	٧,٢٨٢٨٨	٠,١٣٧٣٠٨٢٦
٢٥	٢١,٢٣٠٥٤٢	٠,٠٤٧١٠٢	١٥٥,٦١٩٦	٧,٣٢٩٩٨	٠,١٣٦٤٢٥٩٣
٢٦	٢٣,٩٩٠٥١٣	٠,٠٤١٦٨٣١	١٧٦,٨٥٠١	٧,٣٧١٦٧	٠,١٣٥٦٥٤٥١
٢٧	٢٧,١٠٩٢٧٩	٠,٠٣٦٨٨٧٧	٢٠٠,٨٤٠٦	٧,٤٠٨٥٦	٠,١٣٤٩٧٩٠٧
٢٨	٣٠,٦٣٣٤٨٦	٠,٠٣٢٦٤٤	٢٢٧,٩٤٩٩	٧,٤٤١٢	٠,١٣٤٣٨٦٩٣
٢٩	٣٤,٦١٥٨٣٩	٠,٠٢٨٨٨٨٥	٢٥٨,٥٨٣٤	٧,٤٧٠٠٩	٠,١٣٣٨٦٧٢٢
٣٠	٣٩,١١٥٨٩٨	٠,٠٢٥٥٦٥١	٢٩٣,١٩٩٢	٧,٤٩٥٦٥	٠,١٣٣٤١٠٦٥
٣١	٤٤,٢٠٠٩٦٥	٠,٠٢٢٦٢٣٩	٣٣٢,٣١٥١	٧,٥١٨٢٨	٠,١٣٣٠٠٩١٩
٣٢	٤٩,٩٤٧٠٩	٠,٠٢٠٠٢١٢	٣٧٦,٥١٦١	٧,٥٣٨٣	٠,١٣٢٦٥٥٩٣
٣٣	٥٦,٤٤٠٢١٢	٠,٠١٧٧١٧٩	٤٢٦,٤٦٣٢	٧,٥٥٦٠٢	٠,١٣٢٣٤٤٨٧
٣٤	٦٣,٧٧٧٤٣٩	٠,٠١٥٦٧٩٥	٤٨٢,٩٠٣٤	٧,٥٧١٧	٠,١٣٢٠٧٠٨١
٣٥	٧٢,٠٦٨٥٠٦	٠,٠١٣٨٧٥٧	٥٤٦,٦٨٠٨	٧,٥٨٥٥٧	٠,١٣١٨٢٩٢٢
٣٦	٨١,٤٣٧٤١٢	٠,٠١٢٢٧٩٤	٦١٨,٧٤٩٣	٧,٥٩٧٨٥	٠,١٣١٦١٦١٦
٣٧	٩٢,٠٢٤٢٧٦	٠,٠١٠٨٦٦٧	٧٠٠,١٨٦٧	٧,٦٠٨٧٢	٠,١٣١٤٢٨١٩
٣٨	١٠٣,٩٨٧٤٣	٠,٠٠٩٦١٦٥	٧٩٢,٢١١	٧,٦١٨٣٣	٠,١٣١٢٦٢٢٩
٣٩	١١٧,٥٠٥٨	٠,٠٠٨٥١٠٢	٨٩٦,١٩٨٤	٧,٦٢٦٨٤	٠,١٣١١١٥٨٢
٤٠	١٣٢,٧٨١٥٥	٠,٠٠٧٥٣١٢	١٠١٣,٧٠٤	٧,٦٣٤٣٨	٠,١٣٠٩٨٦٤٨
٤١	١٥٠,٠٤٣١٥	٠,٠٠٦٦٦٤٧	١١٤٦,٤٨٦	٧,٦٤١٠٤	٠,١٣٠٨٧٢٢٣
٤٢	١٦٩,٥٤٨٧٦	٠,٠٠٥٨٩٨	١٢٩٦,٥٢٩	٧,٦٤٦٩٤	٠,١٣٠٧٧١٢٩
٤٣	١٩١,٥٩٠١	٠,٠٠٥٢١٩٥	١٤٦٦,٠٧٨	٧,٦٥٢١٦	٠,١٣٠٦٨٢٠٩
٤٤	٢١٦,٤٩٦٨٢	٠,٠٠٤٦١٩	١٦٥٧,٦٦٨	٧,٦٥٦٧٨	٠,١٣٠٦٠٣٢٦
٤٥	٢٤٤,٦٢١٤	٠,٠٠٤٠٨٧٦	١٨٧٤,١٦٥	٧,٦٦٠٨٦	٠,١٣٠٥٣٣٥٧
٤٦	٢٧٦,٤٤٤٧٨	٠,٠٠٣٦١٧٤	٢١١٨,٨٠٦	٧,٦٦٤٤٨	٠,١٣٠٤٧١٩٦
٤٧	٣١٢,٣٨٢٦١	٠,٠٠٣٢٠١٢	٢٣٩٥,٢٥١	٧,٦٦٧٦٨	٠,١٣٠٤١٧٤٩
٤٨	٣٥٢,٩٩٢٣٤	٠,٠٠٢٨٣٢٩	٢٧٠٧,٦٣٣	٧,٦٧٠٥٢	٠,١٣٠٣٦٩٣٣
٤٩	٣٩٨,٨٨١٣٥	٠,٠٠٢٥٠٧	٣٠٦٠,٦٢٦	٧,٦٧٣٠٢	٠,١٣٠٣٢٦٧٣
٥٠	٤٥٠,٧٣٥٩٣	٠,٠٠٢٢١٨٦	٣٤٥٩,٥٠٧	٧,٦٧٥٢٤	٠,١٣٠٢٨٩٠٦

ع = ١٣,٥ %

ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{جـ}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١٣٥	٠,٨٨١٠٥٧٣	١	٠,٨٨١٠٦	١,١٣٥
٢	١,٢٨٨٢٢٥	٠,٧٧٦٢٦١٩	٢,١٣٥	١,٦٥٧٣٢	٠,٦٠٣٣٨٤٠٧
٣	١,٤٦٢١٣٥٤	٠,٦٨٣٩٣١٢	٣,٤٢٣٢٢٥	٢,٣٤١٢٥	٠,٤٢٧١٢٢١٩
٤	١,٦٥٩٥٢٣٧	٠,٦٠٢٥٨٢٦	٤,٨٨٥٣٦	٢,٩٤٣٨٣	٠,٣٣٩٦٩٣١٩
٥	١,٨٨٣٥٥٩٣	٠,٥٣٠٩٠٩٧	٦,٥٤٤٨٨٤	٣,٤٧٤٧٤	٠,٢٨٧٧٩١١
٦	٢,١٣٧٨٣٩٩	٠,٤٦٧٧٦١٩	٨,٤٢٨٤٤٣	٣,٩٤٢٥	٠,٢٥٣٦٤٥٨٧
٧	٢,٤٢٦٤٤٨٢	٠,٤١٢١٢٥	١٠,٥٦٦٢٨	٤,٣٥٤٦٣	٠,٢٢٩٦٤٠٦٦
٨	٢,٧٥٤٠١٨٧	٠,٣٦٣١٠٥٧	١٢,٩٩٢٧٣	٤,٧١٧٧٤	٠,٢١١٩٦٦١١
٩	٣,١٢٥٨١١٣	٠,٣١٩٩١٦٩	١٥,٧٤٦٧٥	٥,٠٣٧٦٥	٠,١٩٨٥٠٥١٧
١٠	٣,٥٤٧٧٩٥٨	٠,٢٨١٨٦٥٢	١٨,٨٧٢٥٦	٥,٣١٩٥٢	٠,١٨٧٩٨٦٩٨
١١	٤,٠٢٦٧٤٨٢	٠,٢٤٨٣٣٩٣	٢٢,٤٢٠٣٦	٥,٥٦٧٨٦	٠,١٧٩٦٠٢٣٢
١٢	٤,٥٧٠٣٥٩٢	٠,٢١٨٨٠١٢	٢٦,٤٤٧١١	٥,٧٨٦٦٦	٠,١٧٢٨١١٣٢
١٣	٥,١٨٧٣٥٧٧	٠,١٩٢٧٧٦٤	٣١,٠١٧٤٦	٥,٩٧٩٤٣	٠,١٦٧٢٣٩٩
١٤	٥,٨٨٧٦٥١	٠,١٦٩٨٤٧	٣٦,٢٠٤٨٢	٦,١٤٩٢٨	٠,١٦٢٦٢٠٦٣
١٥	٦,٦٨٢٤٨٣٩	٠,١٤٩٦٤٥	٤٢,٠٩٢٤٧	٦,٢٩٨٩٣	٠,١٥٨٧٥٧٢٢
١٦	٧,٥٨٤٦١٩٣	٠,١٣١٨٤٥٨	٤٨,٧٧٤٩٦	٦,٤٣٠٧٧	٠,١٥٥٥٠٢٣٢
١٧	٨,٦٠٨٥٤٢٩	٠,١١٦١٦٣٧	٥٦,٣٥٩٥٨	٦,٥٤٦٩٤	٠,١٥٢٧٤٣٢١
١٨	٩,٧٧٠٦٩٦١	٠,١٠٢٣٤٦٩	٦٤,٩٦٨١٢	٦,٦٤٩٢٨	٠,١٥٠٣٩٢١٦
١٩	١١,٠٨٩٧٤	٠,٠٩٠١٧٣٤	٧٤,٧٣٨٨٢	٦,٧٣٩٤٦	٠,١٤٨٣٧٩٩٣
٢٠	١٢,٥٨٦٨٥٥	٠,٠٧٩٤٤٨	٨٥,٨٢٨٥٦	٦,٨١٨٩	٠,١٤٦٦٥١١٣
٢١	١٤,٢٨٦٠٨	٠,٠٦٩٩٩٨٢	٩٨,٤١٥٤١	٦,٨٨٨٩	٠,١٤٥١٦١٠١
٢٢	١٦,٢١٤٧٠١	٠,٠٦١٦٧٢٤	١١٢,٧٠١٥	٦,٩٥٠٥٧	٠,١٤٣٨٧٣
٢٣	١٨,٤٠٣٦٨٦	٠,٠٥٤٣٣٦٩	١٢٨,٩١٦٢	٧,٠٠٤٩١	٠,١٤٢٧٥٦٩٨
٢٤	٢٠,٨٨٨١٨٤	٠,٠٤٧٨٧٤	١٤٧,٣١٩٩	٧,٠٥٢٧٩	٠,١٤١٧٨٧٩٥
٢٥	٢٣,٧٠٨٠٨٨	٠,٠٤٢١٧٩٧	١٦٨,٢٠٨١	٧,٠٩٤٩٧	٠,١٤٠٩٤٥٠٢
٢٦	٢٦,٩٠٨٦٨	٠,٠٣٧١٦٢٧	١٩١,٩١٦٢	٧,١٣٢١٣	٠,١٤٠٢١٠٦١
٢٧	٣٠,٥٤١٣٥٢	٠,٠٣٢٧٤٢٥	٢١٨,٨٢٤٨	٧,١٦٤٨٧	٠,١٣٩٥٦٩٨٧
٢٨	٣٤,٦٦٤٤٣٥	٠,٠٢٨٨٤٨	٢٤٩,٣٦٦٢	٧,١٩٣٧٢	٠,١٣٩٠١٠١٧
٢٩	٣٩,٣٤٤١٣٣	٠,٠٢٥٤١٦٧	٢٨٤,٠٣٠٦	٧,٢١٩١٤	٠,١٣٨٥٢٠٧٥
٣٠	٤٤,٦٥٥٥٩١	٠,٠٢٢٣٩٣٦	٣٢٣,٣٧٤٨	٧,٢٤١٥٣	٠,١٣٨٠٩٢٣٩
٣١	٥٠,٦٨٤٠٩٦	٠,٠١٩٧٣٠١	٣٦٨,٠٣٠٣	٧,٢٦١٢٦	٠,١٣٧٧١٧١٧
٣٢	٥٧,٥٢٦٤٤٩	٠,٠١٧٣٨٣٣	٤١٨,٧١٤٤	٧,٢٧٨٦٤	٠,١٣٧٣٨٨٢٦
٣٣	٦٥,٢٩٢٥٢	٠,٠١٥٣١٥٧	٤٧٦,٢٤٠٩	٧,٢٩٣٩٦	٠,١٣٧٠٩٩٧٨
٣٤	٧٤,١٠٧٠١	٠,٠١٣٤٩٤	٥٤١,٥٣٣٤	٧,٣٠٧٤٥	٠,١٣٦٨٤٦٦١
٣٥	٨٤,١١١٤٥٧	٠,٠١١٨٨٩	٦١٥,٦٤٠٤	٧,٣١٩٣٤	٠,١٣٦٦٢٤٣٢
٣٦	٩٥,٤٦٦٥٠٣	٠,٠١٠٤٧٤٩	٦٩٩,٧٥١٩	٧,٣٢٩٨٢	٠,١٣٦٤٢٩٠٨
٣٧	١٠٨,٣٥٤٤٨	٠,٠٠٩٢٢٩	٧٩٥,٢١٨٤	٧,٣٣٩٠٤	٠,١٣٦٢٥٧٥٢
٣٨	١٢٢,٩٨٢٣٤	٠,٠٠٨١٣١٢	٩٠٣,٥٧٢٩	٧,٣٤٧١٨	٠,١٣٦١٠٦٧٢
٣٩	١٣٩,٥٨٤٩٥	٠,٠٠٧١٦٤١	١٠٢٦,٥٥٥	٧,٣٥٤٣٤	٠,١٣٥٩٧٤١٣
٤٠	١٥٨,٤٢٨٩٢	٠,٠٠٦٣١٢	١١٦٦,١٤	٧,٣٦٠٦٥	٠,١٣٥٨٥٧٥٣
٤١	١٧٩,٨١٦٨٢	٠,٠٠٥٥٦١٢	١٣٢٤,٥٦٩	٧,٣٦٦٢١	٠,١٣٥٧٥٤٩٦
٤٢	٢٠٤,٠٩٢١	٠,٠٠٤٨٩٩٧	١٥٠٤,٣٨٦	٧,٣٧١١١	٠,١٣٥٦٦٤٧٢
٤٣	٢٣١,٦٤٤٥٣	٠,٠٠٤٣١٧	١٧٠٨,٤٧٨	٧,٣٧٥٤٣	٠,١٣٥٥٨٥٣٢
٤٤	٢٦٢,٩١٦٥٤	٠,٠٠٣٨٠٣٥	١٩٤٠,١٢٣	٧,٣٧٩٢٣	٠,١٣٥٥١٥٤٣
٤٥	٢٩٨,٤١٠٢٧	٠,٠٠٣٣٥١١	٢٢٠٣,٠٣٩	٧,٣٨٢٥٨	٠,١٣٥٤٥٣٩٢
٤٦	٣٣٨,٦٩٥٦٦	٠,٠٠٢٩٥٢٥	٢٥٠١,٤٤٩	٧,٣٨٥٥٤	٠,١٣٥٣٩٩٧٧
٤٧	٣٨٤,٤١٩٥٧	٠,٠٠٢٦٠١٣	٢٨٤٠,١٤٥	٧,٣٨٨١٤	٠,١٣٥٣٥٢٠٩
٤٨	٤٣٦,٣١٦٢٢	٠,٠٠٢٢٩١٩	٣٢٢٤,٥٦٥	٧,٣٩٠٤٣	٠,١٣٥٣١٠١٢
٤٩	٤٩٥,٢١٨٩	٠,٠٠٢٠١٩٣	٣٦٦٠,٨٨١	٧,٣٩٢٤٥	٠,١٣٥٢٧٣١٦
٥٠	٥٦٢.٠٧٣٤٦	٠,٠٠١٧٧٩١	٤١٥٦.١	٧.٣٩٤٢٣	٠.١٣٥٢٤٠٦١

ع = ١٤ %

ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ج}$ ن|ع %	د ن|ع %	$\frac{1}{د ن|ع \%}$
١	١,١٤	٠,٨٧٧١٩٣	١	٠,٨٧٧١٩	١,١٤
٢	١,٢٩٩٦	٠,٧٦٩٤٦٧٥	٢,١٤	١,٦٤٦٦٦	٠,٦٠٧٢٨٩٧٢
٣	١,٤٨١٥٤٤	٠,٦٧٤٩٧١٥	٣,٤٣٩٦	٢,٣٢١٦٣	٠,٤٣٠٧٣١٤٨
٤	١,٦٨٨٩٦٠٢	٠,٥٩٢٠٨٠٣	٤,٩٢١١٤٤	٢,٩١٣٧١	٠,٣٤٣٢٠٤٧٨
٥	١,٩٢٥٤١٤٦	٠,٥١٩٣٦٨٧	٦,٦١٠١٠٤	٣,٤٣٣٠٨	٠,٢٩١٢٨٣٥٥
٦	٢,١٩٤٩٧٢٦	٠,٤٥٥٥٨٦٥	٨,٥٣٥٥١٩	٣,٨٨٨٦٧	٠,٢٥٧١٥٧٥
٧	٢,٥٠٢٢٦٨٨	٠,٣٩٩٦٣٧٣	١٠,٧٣٠٤٩	٤,٢٨٨٣	٠,٢٣٣١٩٢٣٨
٨	٢,٨٥٢٥٨٦٤	٠,٣٥٠٥٥٩١	١٣,٢٣٢٧٦	٤,٦٣٨٨٦	٠,٢١٥٥٧٠٠٢
٩	٣,٢٥١٩٤٨٥	٠,٣٠٧٥٠٧٩	١٦,٠٨٥٣٥	٤,٩٤٦٣٧	٠,٢٠٢١٦٨٣٨
١٠	٣,٧٠٧٢٢١٣	٠,٢٦٩٧٤٣٨	١٩,٣٣٧٣	٥,٢١٦١٢	٠,١٩١٧١٣٥٤
١١	٤,٢٢٦٢٣٢٣	٠,٢٣٦٦١٧٤	٢٣,٠٤٤٥٢	٥,٤٥٢٧٣	٠,١٨٣٣٩٤٢٧
١٢	٤,٨١٧٩٠٤٨	٠,٢٠٧٥٥٩١	٢٧,٢٧٠٧٥	٥,٦٦٠٢٩	٠,١٧٦٦٦٩٣٣
١٣	٥,٤٩٢٤١١٥	٠,١٨٢٠٦٩٤	٣٢,٠٨٨٦٥	٥,٨٤٢٣٦	٠,١٧١١٦٣٦٦
١٤	٦,٢٦١٣٤٩١	٠,١٥٩٧١	٣٧,٥٨١٠٧	٦,٠٠٢٠٧	٠,١٦٦٦٠٩١٤
١٥	٧,١٣٧٩٣٨	٠,١٤٠٠٩٦٥	٤٣,٨٤٢٤١	٦,١٤٢١٧	٠,١٦٢٨٠٨٩٦
١٦	٨,١٣٧٢٤٩٣	٠,١٢٢٨٩١٧	٥٠,٩٨٠٣٥	٦,٢٦٥٠٦	٠,١٥٩٦١٥٤
١٧	٩,٢٧٦٤٦٤٢	٠,١٠٧٧٩٩٧	٥٩,١١٧٦	٦,٣٧٢٨٦	٠,١٥٦٩١٥٤٤
١٨	١٠,٥٧٥١٦٩	٠,٠٩٤٥٦١١	٦٨,٣٩٤٠٧	٦,٤٦٧٤٢	٠,١٥٤٦٢١١٥
١٩	١٢,٠٥٥٦٩٣	٠,٠٨٢٩٤٨٤	٧٨,٩٦٩٢٣	٦,٥٥٠٣٧	٠,١٥٢٦٦٣١٦
٢٠	١٣,٧٤٣٤٩	٠,٠٧٢٧٦١٧	٩١,٠٢٤٩٣	٦,٦٢٣١٣	٠,١٥٠٩٨٦
٢١	١٥,٦٦٧٥٧٨	٠,٠٦٣٨٢٦١	١٠٤,٧٦٨٤	٦,٦٨٦٩٦	٠,١٤٩٥٤٤٨٦
٢٢	١٧,٨٦١٠٣٩	٠,٠٥٥٩٨٧٨	١٢٠,٤٣٦	٦,٧٤٢٩٤	٠,١٤٨٣٠٣١٧
٢٣	٢٠,٣٦١٥٨٥	٠,٠٤٩١١٢١	١٣٨,٢٩٧	٦,٧٩٢٠٦	٠,١٤٧٢٣٠٨١
٢٤	٢٣,٢١٢٢٠٧	٠,٠٤٣٠٨٠٨	١٥٨,٦٥٨٦	٦,٨٣٥١٤	٠,١٤٦٣٠٢٨٤
٢٥	٢٦,٤٦١٩١٦	٠,٠٣٧٧٩٠٢	١٨١,٨٧٠٨	٦,٨٧٢٩٣	٠,١٤٥٤٩٨٤١
٢٦	٣٠,١٦٦٥٨٤	٠,٠٣٣١٤٩٣	٢٠٨,٣٣٢٧	٦,٩٠٦٠٨	٠,١٤٤٨٠٠٠١
٢٧	٣٤,٣٨٩٩٠٦	٠,٠٢٩٠٧٨٣	٢٣٨,٤٩٩٣	٦,٩٣٥١٥	٠,١٤٤١٩٢٨٨
٢٨	٣٩,٢٠٤٤٩٣	٠,٠٢٥٥٠٧٣	٢٧٢,٨٨٩٢	٦,٩٦٠٦٦	٠,١٤٣٦٦٤٤٩
٢٩	٤٤,٦٩٣١٢٢	٠,٠٢٢٣٧٤٨	٣١٢,٠٩٣٧	٦,٩٨٣٠٤	٠,١٤٣٢٠٤١٧
٣٠	٥٠,٩٥٠١٥٩	٠,٠١٩٦٢٧	٣٥٦,٧٨٦٨	٧,٠٠٢٦٦	٠,١٤٢٨٠٢٧٩
٣١	٥٨,٠٨٣١٨١	٠,٠١٧٢١٦٧	٤٠٧,٧٣٧	٧,٠١٩٨٨	٠,١٤٢٤٥٢٥٦
٣٢	٦٦,٢١٤٨٢٦	٠,٠١٥١٠٢٤	٤٦٥,٨٢٠٢	٧,٠٣٤٩٨	٠,١٤٢١٤٦٧٥
٣٣	٧٥,٤٨٤٩٠٢	٠,٠١٣٢٤٧٧	٥٣٢,٠٣٥	٧,٠٤٨٢٣	٠,١٤١٨٧٩٥٨
٣٤	٨٦,٠٥٢٧٨٨	٠,٠١١٦٢٠٨	٦٠٧,٥١٩٩	٧,٠٥٩٨٥	٠,١٤١٦٤٦٠٤
٣٥	٩٨,١٠٠١٧٨	٠,٠١٠١٩٣٧	٦٩٣,٥٧٢٧	٧,٠٧٠٠٥	٠,١٤١٤٤١٨١
٣٦	١١١,٨٣٤٢	٠,٠٠٨٩٤١٨	٧٩١,٦٧٢٩	٧,٠٧٨٩٩	٠,١٤١٢٦٣١٥
٣٧	١٢٧,٤٩٠٩٩	٠,٠٠٧٨٤٣٧	٩٠٣,٥٠٧١	٧,٠٨٦٨٣	٠,١٤١١٠٦٨
٣٨	١٤٥,٣٣٩٧٣	٠,٠٠٦٨٨٠٤	١٠٣٠,٩٩٨	٧,٠٩٣٧١	٠,١٤٠٩٦٩٩٣
٣٩	١٦٥,٦٨٧٢٩	٠,٠٠٦٠٣٥٥	١١٧٦,٣٣٨	٧,٠٩٩٧٥	٠,١٤٠٨٥٠١
٤٠	١٨٨,٨٨٣٥١	٠,٠٠٥٢٩٤٣	١٣٤٢,٠٢٥	٧,١٠٥٠٤	٠,١٤٠٧٤٥١٤
٤١	٢١٥,٣٢٧٢١	٠,٠٠٤٦٤٤١	١٥٣٠,٩٠٩	٧,١٠٩٦٩	٠,١٤٠٦٥٣٢١
٤٢	٢٤٥,٤٧٣٠١	٠,٠٠٤٠٧٣٨	١٧٤٦,٢٣٦	٧,١١٣٧٦	٠,١٤٠٥٧٢٦٦
٤٣	٢٧٩,٨٣٩٢٤	٠,٠٠٣٥٧٣٥	١٩٩١,٧٠٩	٧,١١٧٣٣	٠,١٤٠٥٠٢٠٨
٤٤	٣١٩,٠١٦٧٣	٠,٠٠٣١٣٤٦	٢٢٧١,٥٤٨	٧,١٢٠٤٧	٠,١٤٠٤٤٠٢٣
٤٥	٣٦٣,٦٧٩٠٧	٠,٠٠٢٧٤٩٧	٢٥٩٠,٥٦٥	٧,١٢٣٢٢	٠,١٤٠٣٨٦٠٢
٤٦	٤١٤,٥٩٤١٤	٠,٠٠٢٤١٢	٢٩٥٤,٢٤٤	٧,١٢٥٦٣	٠,١٤٠٣٣٨٥
٤٧	٤٧٢,٦٣٧٣٢	٠,٠٠٢١١٥٨	٣٣٦٨,٨٣٨	٧,١٢٧٧٤	٠,١٤٠٢٩٦٨٤
٤٨	٥٣٨,٨٠٦٥٥	٠,٠٠١٨٥٦	٣٨٤١,٤٧٥	٧,١٢٩٦	٠,١٤٠٢٦٠٣٢
٤٩	٦١٤,٢٣٩٤٦	٠,٠٠١٦٢٨	٤٣٨٠,٢٨٢	٧,١٣١٢٣	٠,١٤٠٢٢٨٣
٥٠	٧٠٠,٢٣٢٩٩	٠,٠٠١٤٢٨١	٤٩٩٤,٥٢١	٧,١٣٢٦٦	٠,١٤٠٢٠٠٢٢

ع = ١٤,٥ %					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	ج ن⌉ع %	د ن⌉ع %	١ / د ن⌉ع %
١	١,١٤٥	٠,٨٧٣٣٦٢٤	١	٠,٨٧٣٣٦	١,١٤٥
٢	١,٣١١٠٢٥	٠,٧٦٢٧٦٢	٢,١٤٥	١,٦٣٦١٢	٠,٦١١٢٠٠٤٧
٣	١,٥٠١١٢٣٦	٠,٦٦٦١٦٧٧	٣,٤٥٦٠٢٥	٢,٣٠٢٢٩	٠,٤٣٤٣٤٩٧٦
٤	١,٧١٨٧٨٦٦	٠,٥٨١٨٠٥٨	٤,٩٥٧١٤٩	٢.٨٨٤١	٠,٣٤٦٧٢٨٨٧
٥	١,٩٦٨٠١٠٦	٠,٥٠٨١٢٧٣	٦,٦٧٥٩٣٥	٣,٣٩٢٢٣	٠,٢٩٤٧٩١٧٥
٦	٢,٢٥٣٣٧٢١	٠,٤٤٣٧٧٩٣	٨,٦٤٣٩٤٦	٣,٨٣٦	٠,٢٦٠٦٨٧٩١
٧	٢,٥٨٠١١١١	٠,٣٨٧٥٨٠٢	١٠,٨٩٧٣٢	٤,٢٢٣٥٨	٠,٢٣٦٧٦٥٧
٨	٢,٩٥٤٢٢٧٢	٠,٣٣٨٤٩٨	١٣,٤٧٧٤٣	٤,٥٦٢٠٨	٠,٢١٩١٩٨١٣
٩	٣,٣٨٢٥٩٠٢	٠,٢٩٥٦٣١٤	١٦,٤٣١٦٦	٤,٨٥٧٧١	٠,٢٠٥٨٥٨١٤
١٠	٣,٨٧٣٠٦٥٧	٠,٢٥٨١٩٣٤	١٩,٨١٤٢٥	٥,١١٥٩١	٠,١٩٥٤٦٨٧٤
١١	٤,٤٣٤٦٦٠٣	٠,٢٢٥٤٩٦٤	٢٣,٦٨٧٣١	٥,٣٤١٤	٠,١٨٧٢١٦٦٩
١٢	٥,٠٧٧٦٨٦	٠,١٩٦٩٤٠١	٢٨,١٢١٩٧	٥,٥٣٨٣٤	٠,١٨٠٥٥٩٣٨
١٣	٥,٨١٣٩٥٠٥	٠,١٧٢٠٠٠١	٣٣,١٩٩٦٦	٥,٧١٠٣٤	٠,١٧٥١٢٠٧٩
١٤	٦,٦٥٦٩٧٣٣	٠,١٥٠٢١٨٤	٣٩,٠١٣٦١	٥,٨٦٠٥٦	٠,١٧٠٦٣٢٠٨
١٥	٧,٦٢٢٢٣٤٤	٠,١٣١١٩٥١	٤٥,٦٧٠٥٨	٥,٩٩١٧٦	٠,١٦٦٨٩٥٩٣
١٦	٨,٧٢٧٤٥٨٤	٠,١١٤٥٨٠٩	٥٣,٢٩٢٨٢	٦,١٠٦٣٤	٠,١٦٣٧٦٤٢٦
١٧	٩,٩٩٢٩٣٩٩	٠,١٠٠٠٧٠٧	٦٢,٠٢٠٢٧	٦,٢٠٦٤١	٠,١٦١١٢٣٧٦
١٨	١١,٤٤١٩١٦	٠,٠٨٧٣٩٧٩	٧٢,٠١٣٢١	٦,٢٩٣٨١	٠,١٥٨٨٨٦٣٤
١٩	١٣,١٠٠٩٩٤	٠,٠٧٦٣٣٠١	٨٣,٤٥٥١٣	٦,٣٧٠١٤	٠,١٥٦٩٨٢٤٩
٢٠	١٥,٠٠٠٦٣٨	٠,٠٦٦٦٦٣٨	٩٦,٥٥٦١٢	٦,٤٣٦٨	٠,١٥٥٣٥٦٦٧
٢١	١٧.١٧٥٧٣١	٠,٠٥٨٢٢١٧	١١١,٥٥٦٨	٦,٤٩٥٠٢	٠,١٥٣٩٦٤٠٥
٢٢	١٩,٦٦٦٢١٢	٠,٠٥٠٨٤٨٦	١٢٨,٧٣٢٥	٦,٥٤٥٨٧	٠,١٥٢٧٦٨٠٥
٢٣	٢٢,٥١٧٨١٢	٠,٠٤٤٤٠٩٣	١٤٨,٣٩٨٧	٦,٥٩٠٢٨	٠,١٥١٧٣٨٦
٢٤	٢٥,٧٨٢٨٩٥	٠,٠٣٨٧٨٥٤	١٧٠,٩١٦٥	٦,٦٢٩٠٧	٠,١٥٠٨٥٠٨١
٢٥	٢٩,٥٢١٤١٥	٠,٠٣٣٨٧٣٧	١٩٦,٦٩٩٤	٦,٦٦٢٩٤	٠,١٥٠٠٨٣٩
٢٦	٣٣,٨٠٢٠٢	٠,٠٢٩٥٨٤	٢٢٦,٢٢٠٨	٦,٦٩٢٥٢	٠,١٤٩٤٢٠٤٦
٢٧	٣٨,٧٠٣٣١٣	٠,٠٢٥٨٣٧٦	٢٦٠,٠٢٢٨	٦,٧١٨٣٦	٠,١٤٨٨٤٥٨٢
٢٨	٤٤,٣١٥٢٩٣	٠,٠٢٢٥٦٥٦	٢٩٨,٧٢٦٢	٦,٧٤٠٩٣	٠,١٤٨٣٤٧٥٥
٢٩	٥٠,٧٤١٠١١	٠,٠١٩٧٠٧٩	٣٤٣,٠٤١٥	٦,٧٦٠٦٤	٠,١٤٧٩١٥١
٣٠	٥٨,٠٩٨٤٥٧	٠,٠١٧٢١٢٢	٣٩٣,٧٨٢٥	٦,٧٧٧٨٥	٠,١٤٧٥٣٩٤٧
٣١	٦٦,٥٢٢٧٣٤	٠,٠١٥٠٣٢٥	٤٥١,٨٨٠٩	٦,٧٩٢٨٨	٠,١٤٧٢١٢٩٧
٣٢	٧٦,١٦٨٥٣	٠,٠١٣١٢٨٨	٥١٨,٤٠٣٧	٦,٨٠٦٠١	٠,١٤٦٩٢٩
٣٣	٨٧,٢١٢٩٦٧	٠,٠١١٤٦٦٢	٥٩٤,٥٧٢٢	٦,٨١٧٤٧	٠,١٤٦٦٨١٨٨
٣٤	٩٩,٨٥٨٨٤٧	٠,٠١٠٠١٤١	٦٨١,٧٨٥٢	٦,٨٢٧٤٩	٠,١٤٦٤٦٦٧٤
٣٥	١١٤,٣٣٨٣٨	٠,٠٠٨٧٤٦	٧٨١,٦٤٤	٦,٨٣٦٢٣	٠,١٤٦٢٧٩٣٥
٣٦	١٣٠,٩١٧٤٤	٠,٠٠٧٦٣٨٤	٨٩٥,٩٨٢٤	٦,٨٤٣٨٧	٠,١٤٦١١٦٠٩
٣٧	١٤٩,٩٠٠٤٧	٠,٠٠٦٦٧١١	١٠٢٦,٩	٦,٨٥٠٥٤	٠,١٤٥٩٧٣٨
٣٨	١٧١,٦٣٦٠٤	٠,٠٠٥٨٢٦٣	١١٧٦,٨	٦,٨٥٦٣٧	٠,١٤٥٨٤٩٧٦
٣٩	١٩٦,٥٢٣٢٧	٠,٠٠٥٠٨٨٥	١٣٤٨,٤٣٦	٦,٨٦١٤٦	٠,١٤٥٧٤١٦
٤٠	٢٢٥,٠١٩١٤	٠,٠٠٤٤٤٤١	١٥٤٤,٩٦	٦,٨٦٥٩	٠,١٤٥٦٤٧٢٧
٤١	٢٥٧,٦٤٦٩٢	٠,٠٠٣٨٨١٣	١٧٦٩,٩٧٩	٦,٨٦٩٧٨	٠,١٤٥٥٦٤٩٨
٤٢	٢٩٥,٠٠٥٧٢	٠,٠٠٣٣٨٩٨	٢٠٢٧,٦٢٦	٦,٨٧٣١٧	٠,١٤٥٤٩٣١٩
٤٣	٣٣٧,٧٨١٥٥	٠,٠٠٢٩٦٠٥	٢٣٢٢,٦٣١	٦,٨٧٦١٣	٠,١٤٥٤٣٠٥٥
٤٤	٣٨٦,٧٥٩٨٨	٠,٠٠٢٥٨٥٦	٢٦٦٠,٤١٣	٦,٨٧٨٧٢	٠,١٤٥٣٧٥٨٨
٤٥	٤٤٢,٨٤٠٠٦	٠,٠٠٢٢٥٨٢	٣٠٤٧,١٧٣	٦,٨٨٠٩٨	٠,١٤٥٣٢٨١٧
٤٦	٥٠٧,٠٥١٨٧	٠,٠٠١٩٧٢٢	٣٤٩٠,٠١٣	٦,٨٨٢٩٥	٠,١٤٥٢٨٦٥٣
٤٧	٥٨٠,٥٧٤٣٩	٠,٠٠١٧٢٢٤	٣٩٩٧,٠٦٥	٦,٨٨٤٦٧	٠,١٤٥٢٥٠١٨
٤٨	٦٦٤,٧٥٧٦٨	٠,٠٠١٥٠٤٣	٤٥٧٧,٦٣٩	٦,٨٨٦١٨	٠,١٤٥٢١٨٤٥
٤٩	٧٦١,١٤٧٥٤	٠,٠٠١٣١٣٨	٥٢٤٢,٣٩٧	٦,٨٨٧٤٩	٠,١٤٥١٩٠٧٥
٥٠	٨٧١.٥١٣٩٣	٠.٠٠١١٤٧٤	٦٠٠٣.٥٤٤	٦.٨٨٨٦٤	٠.١٤٥١٦٦٥٧

ع = ١٥ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	ج ن⏋ع %	د ن⏋ع ٪	١ / د ن⏋ع ٪
١	١,١٥	٠,٨٦٩٥٦٥٢	١	٠,٨٦٩٥٧	١,١٥
٢	١,٣٢٢٥	٠,٧٥٦١٤٣٧	٢,١٥	١,٦٢٥٧١	٠,٦١٥١١٦٢٨
٣	١,٥٢٠٨٧٥	٠,٦٥٧٥١٦٢	٣,٤٧٢٥	٢,٢٨٣٢٣	٠,٤٣٧٩٧٦٩٦
٤	١,٧٤٩٠٠٦٣	٠,٥٧١٧٥٣٢	٤,٩٩٣٣٧٥	٢,٨٥٤٩٨	٠,٣٥٠٢٦٥٣٥
٥	٢,٠١١٣٥٧٢	٠,٤٩٧١٧٦٧	٦,٧٤٢٣٨١	٣,٣٥٢١٦	٠,٢٩٨٣١٥٥٥
٦	٢,٣١٣٠٦٠٨	٠,٤٣٢٣٢٧٦	٨,٧٥٣٧٣٨	٣,٧٨٤٤٨	٠,٢٦٤٢٣٦٩١
٧	٢,٦٦٠٠١٩٩	٠,٣٧٥٩٣٧	١١,٠٦٦٨	٤,١٦٠٤٢	٠,٢٤٠٣٦٠٣٦
٨	٣,٠٥٩٠٢٢٩	٠,٣٢٦٩٠١٨	١٣,٧٢٦٨٢	٤,٤٨٧٣٢	٠,٢٢٢٨٥٠٠٩
٩	٣,٥١٧٨٧٦٣	٠,٢٨٤٢٦٢٤	١٦,٧٨٥٨٤	٤,٧٧١٥٨	٠,٢٠٩٥٧٤٠٢
١٠	٤,٠٤٥٥٥٧٧	٠,٢٤٧١٨٤٧	٢٠,٣٠٣٧٢	٥,٠١٨٧٧	٠,١٩٩٢٥٢٠٦
١١	٤,٦٥٢٣٩١٤	٠,٢١٤٩٤٣٢	٢٤,٣٤٩٢٨	٥,٢٣٣٧١	٠,١٩١٠٦٨٩٨
١٢	٥,٣٥٠٢٥٠١	٠,١٨٦٩٠٧٢	٢٩,٠٠١٦٧	٥,٤٢٠٦٢	٠,١٨٤٤٨٠٧٨
١٣	٦,١٥٢٧٨٧٦	٠,١٦٢٥٢٨	٣٤,٣٥١٩٢	٥,٥٨٣١٥	٠,١٧٩١١٠٤٦
١٤	٧,٠٧٥٧٠٥٨	٠,١٤١٣٢٨٧	٤٠,٥٠٤٧١	٥,٧٢٤٤٨	٠,١٧٤٦٨٨٤٩
١٥	٨,١٣٧٠٦١٦	٠,١٢٢٨٩٤٥	٤٧,٥٨٠٤١	٥,٨٤٧٣٧	٠,١٧١٠١٧٠٥
١٦	٩,٣٥٧٦٢٠٩	٠,١٠٦٨٦٤٨	٥٥,٧١٧٤٧	٥,٩٥٤٢٣	٠,١٦٧٩٤٧٦٩
١٧	١٠,٧٦١٢٦٤	٠,٠٩٢٩٢٥٩	٦٥,٠٧٥٠٩	٦,٠٤٧١٦	٠,١٦٥٣٦٦٨٦
١٨	١٢,٣٧٥٤٥٤	٠,٠٨٠٨٠٥١	٧٥,٨٣٦٣٦	٦,١٢٧٩٧	٠,١٦٣١٨٦٢٩
١٩	١٤,٢٣١٧٧٢	٠,٠٧٠٢٦٥٣	٨٨,٢١١٨١	٦,١٩٨٢٣	٠,١٦١٣٣٦٣٥
٢٠	١٦,٣٦٦٥٣٧	٠,٠٦١١٠٠٣	١٠٢,٤٤٣٦	٦,٢٥٩٣٣	٠,١٥٩٧٦١٤٧
٢١	١٨,٨٢١٥١٨	٠,٠٥٣١٣٠٧	١١٨,٨١٠١	٦,٣١٢٤٦	٠,١٥٨٤١٦٧٩
٢٢	٢١,٦٤٤٧٤٦	٠,٠٤٦٢٠٠٦	١٣٧,٦٣١٦	٦,٣٥٨٦٦	٠,١٥٧٢٦٥٧٧
٢٣	٢٤,٨٩١٤٥٨	٠,٠٤٠١٧٤٤	١٥٩,٢٧٦٤	٦,٣٩٨٨٤	٠,١٥٦٢٧٨٣٩
٢٤	٢٨,٦٢٥١٧٦	٠,٠٣٤٩٣٤٣	١٨٤,١٦٧٨	٦,٤٣٣٧٧	٠,١٥٥٤٢٩٨٣
٢٥	٣٢,٩١٨٩٥٣	٠,٠٣٠٣٧٧٦	٢١٢,٧٩٣	٦,٤٦٤١٥	٠,١٥٤٦٩٩٤
٢٦	٣٧,٨٥٦٧٩٦	٠,٠٢٦٤١٥٣	٢٤٥,٧١٢	٦,٤٩٠٥٦	٠,١٥٤٠٦٩٨١
٢٧	٤٣,٥٣٥٣١٥	٠,٠٢٢٩٦٩٩	٢٨٣,٥٦٨٨	٦,٥١٣٥٣	٠,١٥٣٥٢٦٤٨
٢٨	٥٠,٠٦٥٦١٢	٠,٠١٩٩٧٣٨	٣٢٧,١٠٤١	٦,٥٣٣٥١	٠,١٥٣٠٥٧١٣
٢٩	٥٧,٥٧٥٤٥٤	٠,٠١٧٣٦٨٥	٣٧٧,١٦٩٧	٦,٥٥٠٨٨	٠,١٥٢٦٥١٣٣
٣٠	٦٦,٢١١٧٧٢	٠,٠١٥١٠٣١	٤٣٤,٧٤٥١	٦,٥٦٥٩٨	٠,١٥٢٣٠٠٢
٣١	٧٦,١٤٣٥٣٨	٠,٠١٣١٣٣١	٥٠٠,٩٥٦٩	٦,٥٧٩١١	٠,١٥١٩٩٦١٨
٣٢	٨٧,٥٦٥٠٦٨	٠,٠١١٤٢٠١	٥٧٧,١٠٠٥	٦,٥٩٠٥٣	٠,١٥١٧٣٢٨
٣٣	١٠٠,٦٩٩٨٣	٠,٠٠٩٩٣٠٥	٦٦٤,٦٦٥٥	٦,٦٠٠٤٦	٠,١٥١٥٠٤٥٢
٣٤	١١٥,٨٠٤٨	٠,٠٠٨٦٣٥٢	٧٦٥,٣٦٥٤	٦,٦٠٩١	٠,١٥١٣٠٦٥٧
٣٥	١٣٣,١٧٥٥٢	٠,٠٠٧٥٠٨٩	٨٨١,١٧٠٢	٦,٦١٦٦١	٠,١٥١١٣٤٨٥
٣٦	١٥٣,١٥١٨٥	٠,٠٠٦٥٢٩٥	١٠١٤,٣٤٦	٦,٦٢٣١٤	٠,١٥٠٩٨٥٨٦
٣٧	١٧٦,١٢٤٦٣	٠,٠٠٥٦٧٧٨	١١٦٧,٤٩٨	٦,٦٢٨٨١	٠,١٥٠٨٥٦٥٣
٣٨	٢٠٢,٥٤٣٣٢	٠,٠٠٤٩٣٧٢	١٣٤٣,٦٢٢	٦,٦٣٣٧٥	٠,١٥٠٧٤٤٢٦
٣٩	٢٣٢,٩٢٤٨٢	٠,٠٠٤٢٩٣٢	١٥٤٦,١٦٥	٦,٦٣٨٠٥	٠,١٥٠٦٤٦٧٦
٤٠	٢٦٧,٨٦٣٥٥	٠,٠٠٣٧٣٣٢	١٧٧٩,٠٩	٦,٦٤١٧٨	٠,١٥٠٥٦٢٠٩
٤١	٣٠٨,٠٤٣٠٨	٠,٠٠٣٢٤٦٣	٢٠٤٦,٩٥٤	٦,٦٤٥٠٢	٠,١٥٠٤٨٨٥٣
٤٢	٣٥٤,٢٤٩٥٤	٠,٠٠٢٨٢٢٩	٢٣٥٤,٩٩٧	٦,٦٤٧٨٥	٠,١٥٠٤٢٤٦٣
٤٣	٤٠٧,٣٨٦٩٧	٠,٠٠٢٤٥٤٧	٢٧٠٩,٢٤٦	٦,٦٥٠٣	٠,١٥٠٣٦٩١١
٤٤	٤٦٨,٤٩٥٠٢	٠,٠٠٢١٣٤٥	٣١١٦,٦٣٣	٦,٦٥٢٤٤	٠,١٥٠٣٢٠٨٦
٤٥	٥٣٨,٧٦٩٢٧	٠,٠٠١٨٥٦١	٣٥٨٥,١٢٨	٦,٦٥٤٢٩	٠,١٥٠٢٧٨٩٣
٤٦	٦١٩,٥٨٤٦٦	٠,٠٠١٦١٤	٤١٢٣,٨٩٨	٦,٦٥٥٩١	٠,١٥٠٢٤٢٤٩
٤٧	٧١٢,٥٢٢٣٦	٠,٠٠١٤٠٣٥	٤٧٤٣,٤٨٢	٦,٦٥٧٣١	٠,١٥٠٢١٠٨٢
٤٨	٨١٩,٤٠٠٧١	٠,٠٠١٢٢٠٤	٥٤٥٦,٠٠٥	٦,٦٥٨٥٣	٠,١٥٠١٨٣٢٨
٤٩	٩٤٢,٣١٠٨٢	٠,٠٠١٠٦١٢	٦٢٧٥,٤٠٥	٦,٦٥٩٥٩	٠,١٥٠١٥٩٣٥
٥٠	١٠٨٣,٦٥٧٤	٠,٠٠٠٩٢٢٨	٧٢١٧,٧١٦	٦,٦٦٠٥١	٠,١٥٠١٣٨٥٥

ع = ١٥,٥ ٪					
ن	$(١+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(١+ع)^{-ن}$	$ج_{\overline{ن}|ع\%}$	$د_{\overline{ن}|ع\%}$	$\frac{١}{د_{\overline{ن}|ع\%}}$
١	١,١٥٥	٠,٨٦٥٨٠٠٩	١	٠,٨٦٥٨	١,١٥٥
٢	١,٣٣٤٠٢٥	٠,٧٤٩٦١١١	٢,١٥٥	١,٦١٥٤١	٠,٦١٩٠٣٧١٢
٣	١,٥٤٠٧٩٨٩	٠,٦٤٩٠١٤	٣,٤٨٩٠٢٥	٢,٢٦٤٤٣	٠,٤٤١٦١٣٠٢
٤	١,٧٧٩٦٢٢٧	٠,٥٦١٩١٦٩	٥,٠٢٩٨٢٤	٢,٨٢٦٣٤	٠,٣٥٣٨١٤١٢
٥	٢,٠٥٥٤٦٤٢	٠,٤٨٦٥٠٨١	٦,٨٠٩٤٤٧	٣,٣١٢٨٥	٠,٣٠١٨٥٤٨١
٦	٢,٣٧٤٠٦١٢	٠,٤٢١٢١٩١	٨,٨٦٤٩١١	٣,٧٣٤٠٧	٠,٢٦٧٨٠٤٢٩
٧	٢,٧٤٢٠٤٠٧	٠,٣٦٤٦٩١٩	١١,٢٣٨٩٧	٤,٠٩٨٧٦	٠,٢٤٣٩٧٦١١
٨	٣,١٦٧٠٥٧	٠,٣١٥٧٥٠٦	١٣,٩٨١٠١	٤,٤١٤٥١	٠,٢٢٦٥٢٥٥٨
٩	٣,٦٥٧٩٥٠٨	٠,٢٧٣٣٧٧١	١٧,١٤٨٠٧	٤,٦٨٧٨٩	٠,٢١٣٣١٥٦
١٠	٤,٢٢٤٩٣٣٢	٠,٢٣٦٦٩٠١	٢٠,٨٠٦٠٢	٤,٩٢٤٥٨	٠,٢٠٣٠٦٣٠١
١١	٤,٨٧٩٧٩٧٨	٠,٢٠٤٩٢٦٥	٢٥,٠٣٠٩٥	٥,١٢٩٥١	٠,١٩٤٩٥٠٥٤
١٢	٥,٦٣٦١٦٦٥	٠,١٧٧٤٢٥٦	٢٩,٩١٠٧٥	٥,٣٠٦٩٣	٠,١٨٨٤٣٢٧٩
١٣	٦,٥٠٩٧٧٢٣	٠,١٥٣٦١٥٢	٣٥,٥٤٦٩٢	٥,٤٦٠٥٥	٠,١٨٣١٣١٨٣
١٤	٧,٥١٨٧٨٧	٠,١٣٣٠٠٠٢	٤٢,٠٥٦٦٩	٥,٥٩٣٥٥	٠,١٧٨٧٧٧٤٣
١٥	٨,٦٨٤١٩٨٩	٠,١١٥١٥١٧	٤٩,٥٧٥٤٨	٥,٧٠٨٧	٠,١٧٥١٧١٢٦
١٦	١٠,٠٣٠٢٥	٠,٠٩٩٦٩٨٤	٥٨,٢٥٩٦٨	٥,٨٠٨٤	٠,١٧٢١٦٤٥٣
١٧	١١,٥٨٤٩٣٨	٠,٠٨٦٣١٩	٦٨,٢٨٩٩٣	٥,٨٩٤٧٢	٠,١٦٩٦٤٣٤٥
١٨	١٣,٣٨٠٦٠٤	٠,٠٧٤٧٣٥	٧٩,٨٧٤٨٦	٥,٩٦٩٤٥	٠,١٦٧٥١٩٥٨
١٩	١٥,٤٥٤٥٩٨	٠,٠٦٤٧٠٥٧	٩٣,٢٥٥٤٧	٦,٠٣٤١٦	٠,١٦٥٧٢٣٢٣
٢٠	١٧,٨٥٠٠٦	٠,٠٥٦٠٢٢٢	١٠٨,٧١٠١	٦,٠٩٠١٨	٠,١٦٤١٩٨٧٨
٢١	٢٠,٦١٦٨٢	٠,٠٤٨٥٠٤١	١٢٦,٥٦٠١	٦,١٣٨٦٨	٠,١٦٢٩٠١٣٨
٢٢	٢٣,٨١٢٤٢٧	٠,٠٤١٩٩٤٩	١٤٧,١٧٦٩	٦,١٨٠٦٨	٠,١٦١٧٩٤٥٤
٢٣	٢٧,٥٠٣٣٥٣	٠,٠٣٦٣٥٩٢	١٧٠,٩٨٩٤	٦,٢١٧٠٤	٠,١٦٠٨٤٨٣٢
٢٤	٣١,٧٦٦٣٧٢	٠,٠٣١٤٧٩٨	١٩٨,٤٩٢٧	٦,٢٤٨٥٢	٠,١٦٠٠٣٧٩٧
٢٥	٣٦,٦٩٠١٦	٠,٠٢٧٢٥٥٣	٢٣٠,٢٥٩١	٦,٢٧٥٧٧	٠,١٥٩٣٤٢٩٣
٢٦	٤٢,٣٧٧١٣٥	٠,٠٢٣٥٩٧٦	٢٦٦,٩٤٩٣	٦,٢٩٩٣٧	٠,١٥٨٧٤٦٠٣
٢٧	٤٨,٩٤٥٥٩١	٠,٠٢٠٤٣٠٨	٣٠٩,٣٢٦٤	٦,٣١٩٨	٠,١٥٨٢٣٢٨٣
٢٨	٥٦,٥٣٢١٥٧	٠,٠١٧٦٨٩	٣٥٨,٢٧٢	٦,٣٣٧٤٩	٠,١٥٧٧٩١١٨
٢٩	٦٥,٢٩٤٦٤٢	٠,٠١٥٣١٥٢	٤١٤,٨٠٤١	٦,٣٥٢٨١	٠,١٥٧٤١٠٧٨
٣٠	٧٥,٤١٥٣١١	٠,٠١٣٢٥٩٩	٤٨٠,٠٩٨٨	٦,٣٦٦٠٧	٠,١٥٧٠٨٢٩
٣١	٨٧,١٠٤٦٨٤	٠,٠١١٤٨٠٤	٥٥٥,٥١٤١	٦,٣٧٧٥٥	٠,١٥٦٨٠٠١٣
٣٢	١٠٠,٦٠٥٩١	٠,٠٠٩٩٣٩٨	٦٤٢,٦١٨٨	٦,٣٨٧٤٩	٠,١٥٦٥٥٦١٣
٣٣	١١٦,١٩٩٨٣	٠,٠٠٨٦٠٥٩	٧٤٣,٢٢٤٧	٦,٣٩٦٠٩	٠,١٥٦٣٤٥٤٩
٣٤	١٣٤,٢١٠٨	٠,٠٠٧٤٥١	٨٥٩,٤٢٤٥	٦,٤٠٣٥٤	٠,١٥٦١١٦٣٥٧
٣٥	١٥٥,٠١٣٤٧	٠,٠٠٦٤٥١١	٩٩٣,٦٣٥٣	٦,٤٠٩٩٩	٠,١٥٦٠٠٦٤١
٣٦	١٧٩,٠٤٠٥٦	٠,٠٠٥٥٨٥٣	١١٤٨,٦٤٩	٦,٤١٥٥٨	٠,١٥٥٨٧٠٥٩
٣٧	٢٠٦,٧٩١٨٥	٠,٠٠٤٨٣٥٨	١٣٢٧,٦٨٩	٦,٤٢٠٤١	٠,١٥٥٧٥٣١٩
٣٨	٢٣٨,٨٤٤٥٩	٠,٠٠٤١٨٦٨	١٥٣٤,٤٨١	٦,٤٢٤٦	٠,١٥٥٦٥١٦٩
٣٩	٢٧٥,٨٦٥٥	٠,٠٠٣٦٢٥	١٧٧٣,٣٢٦	٦,٤٢٨٢٣	٠,١٥٥٥٦٣٩١
٤٠	٣١٨,٦٢٤٦٥	٠,٠٠٣١٣٨٥	٢٠٤٩,١٩١	٦,٤٣١٣٦	٠,١٥٥٤٨٨
٤١	٣٦٨,٠١١٤٧	٠,٠٠٢٧١٧٣	٢٣٦٧,٨١٦	٦,٤٣٤٠٨	٠,١٥٥٤٢٢٣٣
٤٢	٤٢٥,٠٥٣٢٥	٠,٠٠٢٣٥٢٦	٢٧٣٥,٨٢٧	٦,٤٣٦٤٣	٠,١٥٥٣٦٥٥٢
٤٣	٤٩٠,٩٣٦٥	٠,٠٠٢٠٣٦٩	٣١٦٠,٨٨١	٦,٤٣٨٤٧	٠,١٥٥٣١٦٣٧
٤٤	٥٦٧,٠٣١٦٦	٠,٠٠١٧٦٣٦	٣٦٥١,٨١٧	٦,٤٤٠٢٤	٠,١٥٥٢٧٣٨٤
٤٥	٦٥٤,٩٢١٥٦	٠,٠٠١٥٢٦٩	٤٢١٨,٨٤٩	٦,٤٤١٧٦	٠,١٥٥٢٣٧٠٣
٤٦	٧٥٦,٤٣٤٤١	٠,٠٠١٣٢٢	٤٨٧٣,٧٧	٦,٤٤٣٠٨	٠,١٥٥٢٠٥١٨
٤٧	٨٧٣,٦٨١٧٤	٠,٠٠١١٤٤٦	٥٦٣٠,٢٠٥	٦,٤٤٤٢٣	٠,١٥٥١٧٧٦١
٤٨	١٠٠٩,١٠٢٤	٠,٠٠٠٩٩١	٦٥٠٣,٨٨٧	٦,٤٤٥٢٢	٠,١٥٥١٥٣٧٥
٤٩	١١٦٥,٥١٣٣	٠,٠٠٠٨٥٨	٧٥١٢,٩٨٩	٦,٤٤٦٠٨	٠,١٥٥١٣٣١
٥٠	١٣٤٦,١٦٧٨	٠,٠٠٠٠٧٤٢٨	٨٦٧٨,٥٠٢	٦,٤٤٦٨٢	٠,١٥٥١١٥٢٣

ع = ١٦ ٪					
ن	$(1+ع)^{ن}$	$ح^{ن}=(1+ع)^{-ن}$	$\overrightarrow{ج}_{\overline{ن}\|ع\%}$	$د_{\overline{ن}\|ع\%}$	$\frac{1}{د_{\overline{ن}\|ع\%}}$
١	١,١٦	٠,٨٦٢٠٦٩	١	٠,٨٦٢٠٧	١,١٦
٢	١,٣٤٥٦	٠,٧٤٣١٦٢٩	٢,١٦	١,٦٠٥٢٣	٠,٦٢٢٩٦٢٩٦
٣	١,٥٦٠٨٩٦	٠,٦٤٠٦٥٧٧	٣,٥٠٥٦	٢,٢٤٥٨٩	٠,٤٤٥٢٥٧٨٧
٤	١,٨١٠٦٣٩٤	٠,٥٥٢٢٩١١	٥,٠٦٦٤٩٦	٢,٧٩٨١٨	٠,٣٥٧٣٧٥٠٧
٥	٢,١٠٠٣٤١٧	٠,٤٧٦١١١٣	٦,٨٧٧١٣٥	٣,٢٧٤٢٩	٠,٣٠٥٤٠٩٣٨
٦	٢,٤٣٦٣٩٦٣	٠,٤١٠٤٤٢٣	٨,٩٧٧٤٧٧	٣,٦٨٤٧٤	٠,٢٧١٣٨٩٨٧
٧	٢,٨٢٦٢١٩٧	٠,٣٥٣٨٢٩٥	١١,٤١٣٨٧	٤,٠٣٨٥٧	٠,٢٤٧٦١٢٦٨
٨	٣,٢٧٨٤١٤٩	٠,٣٠٥٠٢٥٥	١٤,٢٤٠٠٩	٤,٣٤٣٥٩	٠,٢٣٠٢٢٤٢٦
٩	٣,٨٠٢٩٦١٣	٠,٢٦٢٩٥٣	١٧,٥١٨٥١	٤,٦٠٦٥٤	٠,٢١٧٠٨٢٤٩
١٠	٤,٤١١٤٣٥١	٠,٢٢٦٦٨٣٦	٢١,٣٢١٤٧	٤,٨٣٣٢٣	٠,٢٠٦٩٠١٠٨
١١	٥,١١٧٢٦٤٧	٠,١٩٥٤١٦٩	٢٥,٧٣٢٩	٥,٠٢٨٦٤	٠,١٩٨٨٦٠٧٥
١٢	٥,٩٣٦٠٢٧	٠,١٦٨٤٦٢٨	٣٠,٨٥٠١٧	٥,١٩٧١١	٠,١٩٢٤١٤٧٣
١٣	٦,٨٨٥٧٩١٤	٠,١٤٥٢٢٦٦	٣٦,٧٨٦٢	٥,٣٤٢٣٣	٠,١٨٧١٨٤١١
١٤	٧,٩٨٧٥١٨	٠,١٢٥١٩٥٣	٤٣,٦٧١٩٩	٥,٤٦٧٥٣	٠,١٨٢٨٩٧٩٧
١٥	٩,٢٦٥٥٢٠٩	٠,١٠٧٩٢٧	٥١,٦٥٩٥١	٥,٥٧٥٤٦	٠,١٧٩٣٥٧٥٢
١٦	١٠,٧٤٨٠٠٤	٠,٠٩٣٠٤٠٥	٦٠,٩٢٥٠٣	٥,٦٦٨٥	٠,١٧٦٤١٣٦٢
١٧	١٢,٤٦٧٦٨٥	٠,٠٨٠٢٠٧٤	٧١,٦٧٣٠٣	٥,٧٤٨٧	٠,١٧٣٩٥٢٢٥
١٨	١٤,٤٦٢٥١٤	٠,٠٦٩١٤٤٣	٨٤,١٤٠٧٢	٥,٨١٧٨٥	٠,١٧١٨٨٤٨٥
١٩	١٦,٧٧٦٥١٧	٠,٠٥٩٦٠٧١	٩٨,٦٠٣٢٣	٥,٨٧٧٤٦	٠,١٧٠١٤١٦٦
٢٠	١٩,٤٦٠٧٥٩	٠,٠٥١٣٨٥٥	١١٥,٣٧٩٧	٥,٩٢٨٨٤	٠,١٦٨٦٦٧٠٣
٢١	٢٢,٥٧٤٤٨١	٠,٠٤٤٢٩٧٨	١٣٤,٨٤٠٥	٥,٩٧٣١٤	٠,١٦٧٤١٦١٧
٢٢	٢٦,١٨٦٣٩٨	٠,٠٣٨١٨٧٨	١٥٧,٤١٥	٦,٠١١٣٣	٠,١٦٦٣٥٢٦٤
٢٣	٣٠,٣٧٦٢٢٢	٠,٠٣٢٩٢٠٥	١٨٣,٦٠١٤	٦,٠٤٤٢٥	٠,١٦٥٤٤٦٥٨
٢٤	٣٥,٢٣٦٤١٧	٠,٠٢٨٣٧٩٧	٢١٣,٩٧٧٦	٦,٠٧٢٦٣	٠,١٦٤٦٧٣٣٩
٢٥	٤٠,٨٧٤٢٤٤	٠,٠٢٤٤٦٥٣	٢٤٩,٢١٤	٦,٠٩٧٠٩	٠,١٦٤٠١٢٦٢
٢٦	٤٧,٤١٤١٢٣	٠,٠٢١٠٩٠٨	٢٩٠,٠٨٨٣	٦,١١٨١٨	٠,١٦٣٤٤٧٢٣
٢٧	٥٥,٠٠٠٣٨٢	٠,٠١٨١٨١٧	٣٣٧,٥٠٢٤	٦,١٣٦٣٦	٠,١٦٢٩٦٢٩٤
٢٨	٦٣,٨٠٠٤٤٤	٠,٠١٥٦٧٣٩	٣٩٢,٥٠٢٨	٦,١٥٢٠٤	٠,١٦٢٥٤٧٧٥
٢٩	٧٤,٠٠٨٥١٥	٠,٠١٣٥١٢	٤٥٦,٣٠٣٢	٦,١٦٥٥٥	٠,١٦٢١٩١٥٣
٣٠	٨٥,٨٤٩٨٧٧	٠,٠١١٦٤٨٢	٥٣٠,٣١١٧	٦,١٧٧٢	٠,١٦١٨٨٥٦٨
٣١	٩٩,٥٨٥٨٥٧	٠,٠١٠٠٤١٦	٦١٦,١٦١٦	٦,١٨٧٢٤	٠,١٦١٦٢٢٩٥
٣٢	١١٥,٥١٩٥٩	٠,٠٠٨٦٥٦٥	٧١٥,٧٤٧٥	٦,١٩٥٩	٠,١٦١٣٩٧١٤
٣٣	١٣٤,٠٠٢٧٣	٠,٠٠٧٤٦٢٥	٨٣١,٢٦٧١	٦,٢٠٣٣٦	٠,١٦١٢٠٢٩٨
٣٤	١٥٥,٤٤٣١٧	٠,٠٠٦٤٣٣٢	٩٦٥,٢٦٩٨	٦,٢٠٩٧٩	٠,١٦١٠٣٥٩٨
٣٥	١٨٠,٣١٤٠٧	٠,٠٠٥٥٤٥٩	١١٢٠,٧١٣	٦,٢١٥٣٤	٠,١٦٠٨٩٢٢٩
٣٦	٢٠٩,١٦٤٣٢	٠,٠٠٤٧٨٠٩	١٣٠١,٠٢٧	٦,٢٢٠١٢	٠,١٦٠٧٦٨٦٢
٣٧	٢٤٢,٦٣٠٦٢	٠,٠٠٤١٢١٥	١٥١٠,١٩١	٦,٢٢٤٢٤	٠,١٦٠٦٦٢١٧
٣٨	٢٨١,٤٥١٥١	٠,٠٠٣٥٥٣	١٧٥٢,٨٢٢	٦,٢٢٧٧٩	٠,١٦٠٥٧٠٥١
٣٩	٣٢٦,٤٨٣٧٦	٠,٠٠٣٠٦٢٩	٢٠٣٤,٢٧٣	٦,٢٣٠٨٦	٠,١٦٠٤٩١٥٨
٤٠	٣٧٨,٧٢١١٦	٠,٠٠٢٦٤٠٥	٢٣٦٠,٧٥٧	٦,٢٣٣٥	٠,١٦٠٤٢٣٥٩
٤١	٤٣٩,٣١٦٥٤	٠,٠٠٢٢٧٦٣	٢٧٣٩,٤٧٨	٦,٢٣٥٧٧	٠,١٦٠٣٦٥٠٣
٤٢	٥٠٩,٦٠٧١٩	٠,٠٠١٩٦٢٣	٣١٧٨,٧٩٥	٦,٢٣٧٧٤	٠,١٦٠٣١٤٥٨
٤٣	٥٩١,١٤٤٣٤	٠,٠٠١٦٩١٦	٣٦٨٨,٤٠٢	٦,٢٣٩٤٣	٠,١٦٠٢٧١١٢
٤٤	٦٨٥,٧٢٧٤٤	٠,٠٠١٤٥٨٣	٤٢٧٩,٥٤٦	٦,٢٤٠٨٩	٠,١٦٠٢٣٣٦٧
٤٥	٧٩٥,٤٤٣٨٣	٠,٠٠١٢٥٧٢	٤٩٦٥,٢٧٤	٦,٢٤٢١٤	٠,١٦٠٢٠١٤
٤٦	٩٢٢,٧١٤٨٤	٠,٠٠١٠٨٣٨	٥٧٦٠,٧١٨	٦,٢٤٣٢٣	٠,١٦٠١٧٣٥٩
٤٧	١٠٧٠,٣٤٩٢	٠,٠٠٠٩٣٤٣	٦٦٨٣,٤٣٣	٦,٢٤٤١٦	٠,١٦٠١٤٩٦٢
٤٨	١٢٤١,٦٠٥١	٠,٠٠٠٨٠٥٤	٧٧٥٣,٧٨٢	٦,٢٤٤٩٧	٠,١٦٠١٢٨٩٧
٤٩	١٤٤٠,٢٦١٩	٠,٠٠٠٦٩٤٣	٨٩٩٥,٣٨٧	٦,٢٤٥٦٦	٠,١٦٠١١١١٧
٥٠	١٦٧٠,٧٠٣٨	٠.٠٠٠٥٩٨٦	١٠٤٣٥.٦٥	٦.٢٤٦٢٦	٠,١٦٠٠٩٥٨٣

مراجع الكتاب

أولاً المراجع العربية : -

١- د. إبراهيم محمد مهدي ، رياضيات الإستثمار ، (المنصورة : مكتبة الجلاء الجديدة)

٢- د. إبراهيم محمد مهدي ، د. محمد توفيق البلقيني ، د. جمال عبد الباقي واصف ، رياضيات التمويل والإستثمار ، (المنصورة : مكتبة الجلاء الجديدة)

٣- د. سعد عبد الحميد مطاوع ، الأسواق الماليه المعاصره ، مكتبة أم القرى ، ٢٠٠١م .

٤- د. عادل عبد الحميد عز ، التأمين والرياضة المالية ، (القاهرة : دار النهضة العربية)

٥- د . محمد توفيق البلقيني - الرياضة المالية وتطبيقاتها العمليه ، الطبعة الرابعه - مكتبة الجلاء الجديدة ، ١٩٩٨

٦- د . محمد سويلم - إدارة المصارف التقليديه والمصارف الإسلاميه - مكتبة ومطبعة الإشعاع ، ١٩٩٨

٧- د. محمد صلاح الدين صـــدقي ، مبادئ في نظريات الرياضة المالية وتطبيقاتها فى العمليات التجارية والمالية ، (القاهرة : دار النهضة العربية)

٨- د. يحيى سعد زغلول ، رياضيات الإستثمار والتمويل ، (الأسكندرية : الدار الجامعية)

ثانياً المراجع الأجنبية

1- *Arya, J. C. et al , Mathematical Analysis for Business , Economics , and the Life and Social Science , 1993 4th ed. Englewood Cliffes , New Jersey , U.S.A.*

2- *David , M. et al Mathematics of Finance 1984 Mcgraw - Hill Book Company Australia Pty Limited .*

3- *Shao & Shao Mathematics for Management and Finance 1998 8th ed. South-Western College Publishing is an ITP Company U.S.A.*

4- *Cissell , R. Cissell , H. & Flaspohler , D. Mathematics of Finance 1990 8th ed. Houghton Mifflin Company U.S.A.*